

	GESTIÓN DE SERVICIOS ACADÉMICOS Y BIBLIOTECARIOS		CÓDIGO	FO-G-15
			VERSIÓN	02
	ESQUEMA HOJA DE RESUMEN			
			FECHA	03/04/2017
		PÁGINA	1 de 1	
ELABORÓ		REVISÓ	APROBÓ	
Jefe División de Biblioteca		Equipo Operativo de Calidad	Líder de Calidad	

RESUMEN TRABAJO DE GRADO

AUTOR(ES):

NOMBRE(S): KAREN YULETZI

APELLIDOS: CONTRERAS JAIMES

NOMBRE(S): JESSICA PAOLA

APELLIDOS: MARTINEZ AGUILAR

FACULTAD: EDUCACIÓN, ARTES Y HUMANIDADES

PLAN DE ESTUDIOS: LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

DIRECTOR:

NOMBRE(S): RAÚL

APELLIDOS: PRADA NÚÑEZ

TÍTULO DEL TRABAJO (TESIS): INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA TENDIENTE A DESARROLLAR EL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA

RESÚMEN:

La presente investigación tuvo como finalidad determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo, Norte de Santander. Por ende, el constructo teórico parte de las teorías; Ingeniería Didáctica, Constructivismo y Proyecto de Aula. La investigación es de enfoque cuantitativo, con un nivel descriptivo. Los resultados evidenciaron que los estudiantes lograron desarrollar más competencias matemáticas enfocadas principalmente en el pensamiento variacional, por esto es preciso decir que los procesos de enseñanza y aprendizaje deben estar relacionados con su entorno, además esto les permite comprender con mayor facilidad su aplicabilidad y uso; asimismo, por medio de materiales concretos como una balanza, gráficas construidas a partir de lana, plastilina y foami que fueron sencillos de manipular y llamativos para los estudiantes.

PALABRAS CLAVES: Intervención pedagógica. Pensamiento Variacional. Proyecto Aula. Ingeniería Didáctica.

CARACTERÍSTICAS:

PÁGINAS: 227 **PLANOS:** **ILUSTRACIONES:** **CD ROOM:**

INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA TENDIENTE A DESARROLLAR EL PENSAMIENTO
VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA
PRIMARIA

KAREN YULETZI CONTRERAS JAIMES

JESSICA PAOLA MARTINEZ AGUILAR

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER SEDE CÚCUTA

FACULTAD DE EDUCACIÓN, ARTES Y HUMANIDADES

PLAN DE ESTUDIOS DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

SAN JOSÉ DE CÚCUTA

2021

INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA TENDIENTE A DESARROLLAR EL PENSAMIENTO
VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA
PRIMARIA

KAREN YULETZI CONTRERAS JAIMES

JESSICA PAOLA MARTINEZ AGUILAR

Trabajo de grado presentado como prerrequisito para optar título de:

Licenciado en Matemáticas

Presentado a: Raúl Prada Núñez

Magister en Matemáticas

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER SEDE CÚCUTA

FACULTAD DE EDUCACIÓN, ARTES Y HUMANIDADES

PLAN DE ESTUDIOS DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

SAN JOSÉ DE CÚCUTA

2021

*ACTA DE SUSTENTACIÓN DE UN TRABAJO DE GRADO
PROGRAMA ACADÉMICO LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS*

FECHA: San José de Cúcuta, 07 de mayo de 2021

HORA: 04:00 p.m.

LUGAR: Plataforma Google Meet

*TÍTULO: "INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA TENDIENTE A DESARROLLAR EL
PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE QUINTO GRADO DE
EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA".*

*DIRECTOR (A): RAUL PRADA NUÑEZ, Mg. En Matemática mención Educación
Matemática.*

CODIRECTOR (A): MARISOL QUINTANA GONZALEZ, Mg. En Educación

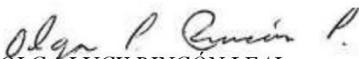
*JURADOS: JUAN PABLO SALAZAR TORRES
PASTOR RAMIREZ LEAL
MARIA OLGA CACERES CARVAJAL*

<i>NOMBRE DEL ESTUDIANTE</i>	<i>CÓDIGO</i>	<i>CALIFICACIÓN</i>	<i>A.M.L</i>
<i>JESSICA PAOLA MARTÍNEZ AGUILAR</i>	<i>1360079</i>	<i>4.5</i>	<i>MERITORIA</i>
<i>KAREN YULETZI CONTRERAS JAIMES</i>	<i>1360084</i>	<i>4.5</i>	<i>MERITORIA</i>


JUAN PABLO SALAZAR TORRES


PASTOR RAMIREZ LEAL


MARIA OLGA CACERES CARVAJAL


OLGA LUCY RINCÓN LEAL
*Directora Programa Académico
Licenciatura en Matemáticas*

*Myriam A
Firmas Originales*



Vigilada Mineducación

GESTIÓN DE SERVICIOS ACADÉMICOS Y BIBLIOTECARIOS



**CARTA DE AUTORIZACIÓN DE LOS AUTORES PARA
LA CONSULTA, LA REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL Y LA PUBLICACIÓN
ELECTRÓNICA DEL TEXTO COMPLETO**

Cúcuta, 25 de Mayo de 2021

Señores

BIBLIOTECA EDUARDO COTE LAMUS

Ciudad de Cúcuta

Cordial saludo:

Karen Yulezti Contreras Jaimes, identificada con la C.C. N° 1.094.370.879, Jessica Paola Martinez Aguilar, identificada con la C.C. N° 1.090.505.678, autor(es) de la tesis y/o trabajo de grado titulado Intervención pedagógica tendiente a desarrollar el pensamiento variacional en estudiantes de quinto grado de educación básica primaria, presentado y aprobado en el año 2021 como requisito para optar al título de Licenciada en Matemáticas; autorizamos a la biblioteca de la Universidad Francisco de Paula Santander, Eduardo Cote Lamus, para que con fines académicos, muestre a la comunidad en general a la producción intelectual de esta institución educativa, a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios pueden consultar el contenido de este trabajo de grado en la página web de la Biblioteca Eduardo Cote Lamus y en las redes de información del país y el exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad Francisco de Paula Santander.
- Permita la consulta, la reproducción, a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato CD-ROM o digital desde Internet, Intranet etc.; y en general para cualquier formato conocido o por conocer.

Lo anterior, de conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la ley 1982 y el artículo 11 de la decisión andina 351 de 1993, que establece que **“los derechos morales del trabajo son propiedad de los autores”**, los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Karen Yulezti Contreras Jaimes
C.C. 1.094.370.879 de Toledo

Jessica Paola Martinez Aguilar
C.C. 1.090.505.678 de Cúcuta

Dedicatoria

“Cada persona que pasa por nuestras vidas, deja una enseñanza y una huella en ella, gracias a muchas de estas enseñanzas hoy culminamos esta etapa. Por ello, dedicamos nuestro trabajo de grado a todos ellos y agradecemos su apoyo incondicional a lo largo de nuestro proceso, por extendernos una mano en los momentos difíciles y por el amor brindado cada día.”

Karen Contreras y Jessica Martinez.

Agradecimientos

Al culminar este proceso es preciso expresar nuestra gratitud a las personas que han hecho parte de este caminar, que han manifestado su aprecio, apoyo y que han sido una motivación para no desfallecer y escalar un peldaño más en nuestras vidas, por tanto cariño les ofrecemos estas palabras.

En primer lugar, nuestros agradecimientos a nuestros padres, Nilson Contreras, Mariela Jaimes y Rosa Aguilar, a nuestros abuelos, hermanos y tíos, por ser nuestro pilar fundamental, nuestra motivación desde el principio de este proceso y ayudarnos a cumplir nuestros objetivos.

A nuestra Alma mater por brindarnos herramientas para formarnos como personas y profesionales integrales. A nuestros docentes de Licenciatura en matemáticas por su empatía, carisma y dedicación que hacen que los lazos de amistad entre docentes y estudiantes se fortalezcan, especialmente a nuestro profesor y director de proyecto de grado, “Raúl Prada Núñez” por su confianza, motivación y entrega en esta investigación.

Al semillero de investigación en Educación Matemática, por ser uno de los tantos grupos y espacios permitidos para nuestra formación y enriquecimiento tanto profesional como personal, allí aprovechamos la oportunidad de conectarnos con la realidad y contribuir en su mejora.

Al colegio Guillermo Cote Bautista por confiar en nuestro trabajo, abrirnos las puertas, permitirnos desarrollar esta investigación y enriquecer nuestra experiencia como docentes. Al igual a cada uno de los estudiantes por su tiempo y disposición.

Finalmente a nuestros compañeros de siempre, con quienes compartimos momentos de alegría, angustias pero que nunca nos dejaron solas y que también han hecho parte de este

proceso y de quienes hemos aprendido mucho, muchas gracias también a ustedes por su apoyo.

A todas aquellas personas especiales que iluminaron nuestros caminos, nos aconsejaron y con paciencia contribuyeron a culminar esta meta.

Resumen

La presente investigación tuvo como finalidad determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo, Norte de Santander. Por ende, el constructo teórico parte de las teorías; Ingeniería Didáctica, Constructivismo y Proyecto de Aula. La investigación es de enfoque cuantitativo, con un nivel descriptivo. Los resultados evidenciaron que los estudiantes lograron desarrollar más competencias matemáticas enfocadas principalmente en el pensamiento variacional, por esto es preciso decir que los procesos de enseñanza y aprendizaje deben estar relacionados con su entorno, además esto les permite comprender con mayor facilidad su aplicabilidad y uso; asimismo, por medio de materiales concretos como una balanza, gráficas construidas a partir de lana, plastilina y foami que fueron sencillos de manipular y llamativos para los estudiantes.

Palabras clave: Intervención pedagógica. Pensamiento Variacional. Proyecto Aula.
Ingeniería Didáctica.

Abstract

The purpose of this research was to determine the effect of some pedagogical interventions aimed at developing variational thinking in students in the Fifth Grade of Primary Basic Education at the Guillermo Cote Bautista Educational Institution in the municipality of Toledo, Norte de Santander. Therefore, the theoretical construct is based on the theories; Didactic Engineering, Constructivism and Classroom Project. The research has a quantitative approach, with a descriptive level. The results showed that the students were able to develop more mathematical competencies focused mainly on variational thinking, therefore it is necessary to say that the teaching and learning processes should be related to their environment, also this allows them to understand more easily its applicability and use; also, through concrete materials such as a scale, graphs built from wool, plasticine and foami that were simple to manipulate and attractive to students.

Key words: Pedagogical intervention. Variational thinking. Classroom project. Didactic engineering.

Tabla de Contenido

Introducción	12
1. Problema de investigación	14
1.1 Título	14
1.2 Planteamiento del problema	14
1.3 Formulación del problema	23
1.4 Objetivos	23
1.4.1 Objetivo general	23
1.4.2 Objetivos específicos	23
1.5 Justificación	24
2. Marco de Referencia	28
2.1 Antecedentes	28
2.1.1 Contexto internacional	28
2.1.2 Contexto nacional	31
2.1.3 Contexto local	36
2.2 Bases teóricas	38
2.2.1 Pensamiento variacional	39
2.2.1.1 Factores del pensamiento variacional	40
2.2.1.1.1 Patrones	41
2.2.1.1.2 Sistemas de representación	41
2.2.1.1.3 Abstracción	42

2.2.1.1.4 Generalización	43
2.2.2 Ingeniería didáctica	45
2.2.3 Proyecto de aula	46
2.2.4 Constructivismo	47
2.2.5 Aprendizaje significativo	49
2.2.6 Intervención pedagógica	51
2.2.7 Secuencia didáctica	53
2.3 Bases legales	55
2.3.1 La Constitución política de Colombia (1991)	55
2.3.2 Ley general de educación 115 (1994)	55
2.3.3 Decreto 1743 (1994)	56
2.3.4 Resolución 2343 (1996)	56
2.3.5 Estándares básicos de competencias en matemáticas (2006)	56
2.3.6 Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas (2016)	57
3. Metodología	58
3.1 Características de la investigación	58
3.1.1 Enfoque metodológico	58
3.1.2 Nivel de investigación	58
3.1.3 Diseño de la investigación	59
3.2 Variables	59

3.3 Población y muestra	66
3.4 Delimitación	67
3.4.1 Delimitación espacial	67
3.4.2 Delimitación temporal	67
3.4.3 Delimitación conceptual	67
3.4.4 Delimitación poblacional	68
3.5 Procedimiento realizado	68
3.5.1 Etapa de análisis preliminar	68
3.5.2 Etapa de identificación de dificultades	68
3.5.3 Intervenciones pedagógicas	75
3.5.4 Etapa de evaluación del impacto pedagógico	78
3.5.5 Técnicas de análisis de datos	78
4. Análisis e interpretación de resultados	80
4.1 Paralelo entre lo planteado por el Ministerio de Educación y estipulado en el Plan de Área de Matemáticas en la institución educativa	80
4.1.1 Discusión	86
4.2 Análisis de las intervenciones pedagógicas	89
4.2.1 Propósitos de las intervenciones pedagógicas	90
4.2.2 Fortalezas y debilidades en el desarrollo de las intervenciones pedagógicas	92
4.2.2.1 Discusión	96

4.3 Análisis de los resultados de la prueba diagnóstica	99
4.3.1 Evaluación del test en dos momentos	124
4.3.2 Prueba hipótesis para medias con muestras pareadas	125
4.3.3 Discusión	127
5. Conclusiones	130
Referencias bibliográficas	132
Anexos	141

Lista de tablas

Tabla 1: Operacionalización de las variables.	60
Tabla 2: Descripción de la prueba de conocimiento.	69
Tabla 3: Estructura cronológica del trabajo de campo.	76
Tabla 4: Paralelo entre lo planteado por el MinEducación y lo implementado en la institución educativa.	80
Tabla 5: Propósitos de las intervenciones pedagógicas.	90
Tabla 6: Propósitos de las intervenciones pedagógicasFortalezas y debilidades en el desarrollo de las intervenciones pedagógicas.	92
Tabla 7: Diferencia de puntuación entre el diagnóstico y post test.	124

Lista de Figuras

Figura 1: Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. Matemáticas – grado quinto.	21
Figura 2: Puntaje promedio y desviación estándar. Matemáticas - quinto grado.	22
Figura 3: Prueba diagnóstica: problema 1.	100
Figura 4: Prueba diagnóstica: problema 2.	101
Figura 5: Prueba diagnóstica: problema 3.	102
Figura 6: Prueba diagnóstica: problema 4.	103
Figura 7: Prueba diagnóstica: problema 5.	104
Figura 8: Prueba diagnóstica: problema 6.	106
Figura 9: Prueba diagnóstica: problema 7.	107
Figura 10: Prueba diagnóstica: problema 8.	108
Figura 11: Prueba diagnóstica: problema 9.	109
Figura 12: Prueba diagnóstica: problema 10.	110
Figura 13: Prueba diagnóstica: problema 11.	111
Figura 14: Prueba diagnóstica: problema 12.	113
Figura 15: Prueba diagnóstica: problema 13.	114
Figura 16: Prueba diagnóstica: problema 14.	115
Figura 17: Prueba diagnóstica: problema 15.	116
Figura 18: Prueba diagnóstica: problema 16.	117
Figura 19: Prueba diagnóstica: problema 17.	118
Figura 20: Prueba diagnóstica: problema 18.	119
Figura 21: Prueba diagnóstica: problema 19.	121

Figura 22: Prueba diagnóstica: problema 20. 122

Figura 23: Prueba diagnóstica: problema 21. 123

Anexos

Anexo 1: Formato del test aplicado a los estudiantes de quinto grado.	141
Anexo 2: Formato de validación por expertos.	183
Anexo 3: Formato diario programador: Intervención pedagógica 1.	185
Anexo 4: Formato diario programador: Intervención pedagógica 2.	188
Anexo 5: Formato diario programador: Intervención pedagógica 3.	191
Anexo 6: Formato diario programador: Intervención pedagógica 4.	193
Anexo 7: Ficha de registro – Proyecto de aula.	194
Anexo 8: Ficha solución de problemas según Pólya.	195
Anexo 9: Registros fotográficos de las actividades.	195
Anexo 10: Ficha de registro de uno de los estudiantes – Proyecto de aula.	202
Anexo 11: Solución del test realizado a un estudiantes antes y después de las intervenciones pedagógicas.	203
Anexo 12: Guía de trabajo enviadas por el docente a través de Classroom.	215
Anexo 13: Actividades propuestas por el docente de la institución educativa.	218

Introducción

Desde las primeras civilizaciones el ser humano tuvo la necesidad de cuantificar los recursos con los que disponía, ya fuera bienes, ganado o terrenos, entre otros elementos. Por eso fue necesario crear un sistema que fuera completo y les permitiera comprender su entorno y tener el control. En este proceso se constituye una de las ciencias fundamentales para el progreso de la humanidad que hoy en día conocemos como matemáticas, actualmente existen diferentes herramientas que nos facilitan el desarrollo del razonamiento lógico, la crítica y la abstracción, integrada por 5 pensamientos numérico, métrico, aleatorio, espacial y variacional. Basándose principalmente en el variacional, encargado de la variación, cambio, patrones algebraicos y entre otros y considerándolo importante ya que “cumple un papel ponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas” (MinEducación, 2006, citado en Paladinez, 2018), se dirige esta investigación hacia el fortalecimiento de él mismo en el grado quinto de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo, departamento Norte de Santander.

En Colombia el Ministerio de Educación Nacional dispuso una normativa para la enseñanza de las matemáticas conocidas como los Lineamientos Curriculares (1998) en donde se especifica mediante qué parámetros y enfoques se deben enseñar, de igual manera los Estándares Básicos en competencias (2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (2016) quienes indican los aprendizajes mínimos que cada uno de los niños debe adquirir dependiendo del grado o el ciclo escolar en el que se encuentre.

Basándose en lo anterior y en la necesidad del desarrollo del pensamiento variacional, que poco se tiene en cuenta en la básica primaria (Hernández, 2014), se plantea una investigación orientada a identificar problemas para su enseñanza, para establecer una estrategia novedosa y útil, mediada con el contexto, con el fin de fortalecer el pensamiento variacional. Partiendo de la realización de un diagnóstico: inicialmente se hizo una comparación entre establecido por el Ministerio de Educación Nacional para la enseñanza de las matemáticas en el grado quinto, y lo que el docente realiza en el aula, encontrando posibles brechas que den origen al problema, posteriormente aplicando un test diagnóstico a la muestra de estudiantes, cuyos resultados servirán como base para la elaboración de una serie de intervenciones pedagógicas que busquen asociar materiales concretos presentes en el contexto, para desarrollar procesos matemáticos y así mismo fortalecer el pensamiento variacional. Conjuntamente de dichas intervenciones, se traza un proyecto de aula del crecimiento de una planta para establecer la aplicabilidad y uso de los aprendizajes en la vida cotidiana. Finalmente se utilizará el test nuevamente para evaluar el impacto de dichas intervenciones.

Para el desarrollo del proyecto se tiene como lineamiento el Modelo Pedagógico Constructivista de Piaget y como enfoque la ingeniería didáctica de Artigue, con base a estos se realiza la planeación y aplicación de las intervenciones pedagógicas, así mismo el proyecto de aula. Este diseño con el fin de abandonar el modelo tradicionalista y aportar a los docentes y docentes en formación una herramienta que atiende al contexto y que no compartimenta los pensamientos matemáticos, para lograr que los niños tengan nociones y conozcan conceptos que sirven como apoyo a futuros conocimientos en la básica secundaria y media técnica.

1. Problema de investigación

1.1 Título

Intervención pedagógica tendiente a desarrollar el pensamiento variacional en estudiantes de quinto grado de educación básica primaria.

1.2 Planteamiento del problema

En la actualidad, a pesar de los avances tecnológicos y las diferentes estrategias pedagógicas como el aprendizaje por proyectos, basado en problemas, cooperativo, entre otras, que posiblemente el docente incorpora en el aula de clases, se escucha que las matemáticas siguen siendo la materia más difícil en el proceso académico y formativo de los estudiantes. Las matemáticas, más que un área de estudio se convierten en una herramienta esencial en el ejercicio en muchos campos que le permiten al hombre entender su realidad por ello requiere de un cambio de concepción, transformar ese pensamiento establecido por generaciones en las personas en cuanto a que es un área compleja de abordar y entender. Por esto, se hace necesario proponer nuevas estrategias para su enseñanza acordes con las necesidades de los estudiantes y teniendo en cuenta la situación de cambios constantes en la que vivimos.

Por lo anterior, es fundamental insistir en la transmisión de procesos de pensamiento propios de las matemáticas más que la simple transferencia de contenidos; el reto por asumir radica en generar aprehensión del conocimiento más allá que la acumulación de información. Por ende, se hace preciso abordar el aprendizaje de las matemáticas a partir de situaciones problemáticas de la cotidianidad de los estudiantes para desarrollar la capacidad de enfrentar y resolver problemas en diversos contextos y al mismo tiempo donde se demuestre el sentido útil, práctico y significativo de las matemáticas facilitando su comprensión desde un contexto particular para luego comprender procesos más avanzados.

En las instituciones educativas, el área de matemáticas es una de las más importantes del currículo y a la que se le dedica un número considerable de horas para su enseñanza. No obstante, en los resultados de las pruebas estandarizadas se evidenciaron debilidades en los componentes de pensamiento variacional, problemas de geometría y medición, los fundamentos estadísticos, procesos matemáticos de comunicación, modelación y resolución de problemas (MinEducación, 2006).

A pesar que, en Colombia, el Ministerio de Educación Nacional en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas plantea que “el trabajo en el área de matemáticas debe ser abordado desde los diferentes pensamientos como lo son: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional” (MinEducación, 1998, p. 25), se puede evidenciar en la realidad educativa que se enseñan matemáticas descontextualizadas olvidando la razón de ser y el uso cotidiano de éstas, la aritmética creada para contar, la geometría para medir, el álgebra para generalizar, el cálculo para analizar lo continuo e infinito y así sus diferentes ramas; adicionalmente, se evidencia que de “los cinco pensamientos (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional) sólo el numérico y el geométrico, han sido protagonistas en la enseñanza de las matemáticas, dejando a un lado los otros tres pensamientos” (Hernández, 2014, p.18).

Particularmente, el MinEducación (1998) afirma que el desarrollo del “pensamiento variacional es uno de los logros para alcanzar en la educación básica en el que se interrelacionan dos elementos característicos y relevantes como lo son el cambio y la variación” (p. 51). Así mismo, se propone el desarrollo del pensamiento variacional desde los primeros años de escolaridad, con la finalidad de “superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados para ubicarse en el dominio de un campo conceptual que involucre conceptos y procedimientos Inter estructurados y vinculados” (Lineamientos Curriculares de Matemáticas, 1998, p.49). De este modo, los estudiantes tendrían la capacidad de ser

competentes matemáticamente potenciando su capacidad de analizar, organizar y modelar situaciones cotidianas para que identifiquen y comprendan la función que desempeña las matemáticas y las ciencias en el mundo.

Teniendo en cuenta lo anterior, el desarrollo del pensamiento variacional se ha convertido en un tema relevante de estudio para investigadores y educadores, este pensamiento les permite a los estudiantes mejorar los procesos de entendimiento e interpretación de los fenómenos relacionados con su entorno. Como lo precisan los autores Hecklein *et al.* (2011, Citados por Gómez, 2015) señala que:

Potenciar o desarrollar el pensamiento variacional implica preparar a los alumnos para resolver problemas y tratar la información que reciben del medio, de manera que sean capaces de reconocer las estrategias para su solución y favorecer un mejor entendimiento e interpretación de la realidad. En esta dirección, los procesos de variación y cambio constituyen un aspecto de gran riqueza en el contexto escolar (p.10).

De ahí, como lo menciona León (2016) es muy usual que los estudiantes: “hagan preguntas acerca de fenómenos cambiantes que ven a su alrededor, el nivel de lluvias, la temperatura o el salario de sus padres son algunos de estos fenómenos que pueden llegar a ser potenciadores de actividades que estudien estos cambios” (p.96). Por ello, este pensamiento busca favorecer el proceso de aprendizaje de las matemáticas induciendo al estudiante a razonar, lo que implica el desarrollo del pensamiento lógico que incorpore al razonamiento intuitivo e inductivo, para llegar a dar solución a las situaciones problemáticas propuestas.

En los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), el pensamiento variacional es fundamental ya que:

Se propone para analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentra como sustrato de ellas. En esta forma se amplía la visión de variación por cuanto su estudio se inicia en el intento de cuantificar la variación por medio de las cantidades y las magnitudes. (p. 49)

Es decir, se quiere desarrollar en los niños desde temprana edad un tipo de pensamiento que le permita identificar de forma natural fenómenos de variación y cambio y que además tengan la capacidad de modelarlos, transformarlos e interpretarlos.

Considerando los planteamientos anteriores, se hace evidente por qué el desarrollo del pensamiento variacional se ha convertido en un tema relevante de estudio para investigadores y educadores, ya que como lo señala MinEducación (1998) es de gran importancia desarrollar éste pensamiento teniendo como objetivo desligar de la educación la enseñanza de contenidos matemáticos sin sentido y por el contrario potenciar el dominio conceptual que le permita al estudiante modelar matemáticamente situaciones y problemas de su entorno. Sin embargo, en la práctica el pensamiento variacional no se fortalece ni se desarrolla desde los primeros años de escolaridad como es estipulado en las directrices.

Dicho lo anterior, en su estudio Briceño y Cordero (2010, p. 1005) señalan que:

El estudio de la variación en el discurso matemático escolar es casi nulo o podríamos decir que no existe en su enseñanza, ya que se privilegia el estudio de los conceptos como: límite, derivada, funciones entre otros que deben de estar fuertemente estructurado al conocimiento del estudiante. Esto hace que se privilegie una actividad matemática de algoritmos y procedimientos que oscurecen el pensamiento de lo que cambia. Esto ha restringido el desarrollo de un pensamiento y lenguaje variacional, y por lo tanto que

muchos estudiantes no posean las estructuras y códigos variacionales para desarrollar dicho pensamiento.

Consecuentemente, los estudiantes no caracterizan aspectos de las variables como qué cambia, qué permanece constante o la relación que se establece entre éstas; como señalan Rivera y Sánchez (2012, p.23):

El desarrollo del pensamiento variacional, dadas sus características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación, tales como lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que intervienen, el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre ellas.

Ahora bien, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), proponen:

Que se desarrolle el pensamiento variacional a partir de situaciones del entorno, donde se presenten fenómenos de cambio y variación, para ello propone el uso de diversos sistemas de representación como son los sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. (p. 50)

Esto implica, que el aprendizaje se desarrolle a través de competencias que requieren de una consecución, la mediación del contexto y de los procesos generales en los que se evidencian algunos de los aspectos que requiere el pensamiento variacional.

Rivera y Sánchez (2012) señalan que: “El desarrollo de este pensamiento, se inicia con el estudio de regularidades y la detección de los criterios que las rigen, para identificar el patrón que se repite periódicamente” (p. 22). Si desde temprana edad no se estudian las frecuencias o los patrones repetitivos en figuras o en relaciones numéricas traerá como consecuencia a corto o largo plazo que los estudiantes no construyan estrategias que le permitan encontrar un patrón (León, 2016). Así mismo, se le dificultará comparar y analizar dos estados de cambio con el objetivo de establecer un patrón de comportamiento que permita relacionarlos o establecer una

propiedad entre ellos (Caballero y Cantoral, 2013), por ende, no podrán estimar el comportamiento de un fenómeno.

Los autores Castaño *et al.* (2008, citado por Dávila, 2018) señalan otro rasgo de estudio de gran importancia en el pensamiento variacional como son los sistemas de representación, que mejoran la comprensión de los sucesos matemáticos (p. 35). Por ello, la gran variedad de representaciones le permite al estudiante comprender mejor un suceso, por ende, describir, analizar e interpretar el comportamiento de éste. De donde se infiere que, si el estudiante se le dificulta manejar los sistemas de representación, en el contexto no podrá abordar una problemática cotidiana.

Así mismo, Mason (1999, citado por Dávila, 2018) señalan los procesos algebraicos como otro componente importante para fortalecer el pensamiento variacional, y los definen como:

Los resultados que adquieren los estudiantes en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, mediado por las situaciones de variación y cambio, donde las categorías científicas (Patrones, regularidades y sistemas de representación) cobran sentido cuando desarrollan procesos de generalización, evidenciándose en la forma de razonar, comunicar, analizar, proceder a la solución de las situaciones propuestas y abstraer los conceptos matemáticos. (p. 54)

Los aspectos mencionados anteriormente facultan al estudiante para enfrentarse a situaciones que impliquen simbolizar, formular, cuantificar, validar, esquematizar, representar y por ende generalizar, esto a través del desarrollo del pensamiento variacional y que consecuentemente si no se fortalece, los estudiantes pueden presentar dificultades a largo plazo.

De acuerdo con Mason (1985, citado por Muñoz & Sánchez, 2012) las fases para generalizar a partir de patrones son:

“*Ver*”, hace relación a la identificación mental de un patrón o una relación, y con frecuencia esto sucede cuando se logra la identificación de un algo común. “*Decir*”, ya sea a uno mismo o a alguien en particular, es un intento de articular en palabras, esto que se ha reconocido. “*Registrar*”, es hacer visible el lenguaje, lo cual requiere un movimiento hacia los símbolos y la comunicación escrita (incluyendo los dibujos).

“*Probar la validez de las fórmulas*”, para que una fórmula tenga validez debe probarse de diferentes formas. Pero también es importante que la regla sea correcta y, para eso, se necesita tener una noción de lo general, lo cual involucra la idea de cómo un ejemplo particular puede mostrar lo general. Para mostrar lo general es necesario reestructurar el ejemplo particular y señalar características generales, lo que se logra observando características específicas en cada caso y haciendo notar que, a pesar de que cambien, lo hacen de manera regular. Completar estas fases, es apropiado para preparar el aprendizaje significativo de los sistemas algebraicos y su manejo simbólico mucho antes de llegar a la educación secundaria.

En este sentido, el interés por fortalecer el pensamiento variacional a través de un proyecto de aula debido a las consecuencias expuestas anteriormente y después de un análisis de los resultados presentados por el ICFES en cuanto al desempeño de los estudiantes de quinto grado en los años 2014 – 2017, en donde se evalúan competencias y se agrupan los resultados por niveles de desempeño.

En los resultados expuestos por el ICFES (2017), específicamente los de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista, del municipio de Toledo Norte de Santander se observa que en los últimos años hubo mejoría, aunque el mayor número de los estudiantes estén en los

niveles de desempeño más básicos como son: el insuficiente, mínimo y satisfactorio, como se evidencia en la siguiente figura:

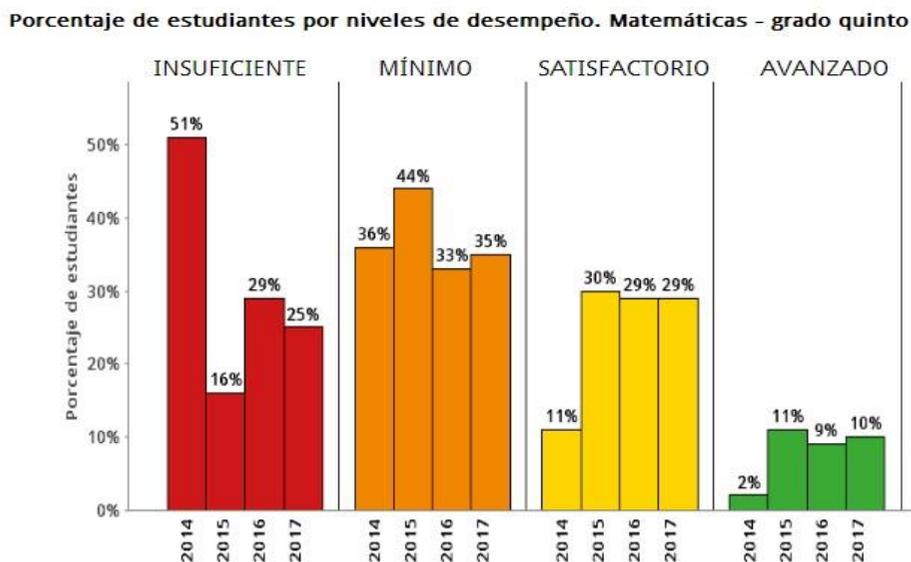


Figura 1: Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. Matemáticas – grado quinto.

Nota. La figura muestra el porcentaje de estudiantes ubicado en cada uno de los niveles de desempeño en Matemáticas durante el año 2017. Fuente: ICFES (2017).

Los datos presentados en la Figura 1 corroboran que los estudiantes de Quinto grado en su mayoría alcanzan los niveles básicos de desempeño en los que se realizan procesos de razonamiento y argumentación básica y no llegan a la resolución de problemas. Un porcentaje de los estudiantes realizan análisis de secuencias, pero muy pocos aplican estos procedimientos a la resolución de problemas relacionados con el diario vivir en donde se lleven a cabo los procesos de “clasificar, particularizar, generalizar y argumentar” (Mason *et al.*, 1982, citado por Vergel, 2014).

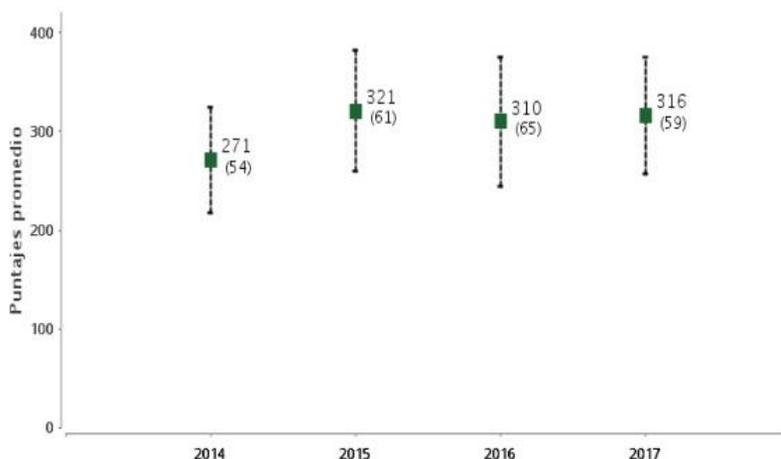


Figura 2: Puntaje promedio y desviación estándar. Matemáticas - quinto grado.

Nota. La imagen refleja el puntaje promedio y la desviación estándar (entre paréntesis).

Fuente: ICFES (2017).

Los valores de la desviación estándar presentados en la Figura 2, reflejan un nivel de competencias relativamente común entre los estudiantes, sin embargo, de allí muy pocos alcanzan los niveles de desempeño superior. Lo anterior, confirma la manera algorítmica con la que se asumen los contenidos y procesos en el aula, generando apatía en los estudiantes como se comprueba en la investigación realizada por Hidalgo *et al.* (2013, citado por Siza, 2020), en la que confirma que al iniciar la escolaridad los estudiantes inician con competencias e interés para abordar la resolución de problemas mucho mayor que las presentadas a medida que pasa el tiempo, ya que esta disminuye gradualmente debido a la desmotivación que le genera al estudiante lo aprendido ya que no le encuentra sentido o utilidad dentro de su propio contexto; muchos de los estudiantes que sólo alcanzan el nivel insuficiente ni siquiera reconocen la dependencia de una variable respecto a otra, llevando consigo repercusiones en etapas posteriores de la educación media.

Es así como la situación anteriormente descrita conlleva a considerar que es el fortalecimiento del pensamiento variacional en estudiantes de quinto grado, a través de un proyecto “el crecimiento de una planta” que les permita la descripción e interpretación de variaciones entre cantidades. Potenciar el pensamiento variacional propicia la modelación de procesos de variación en el ámbito cotidiano facilitando el desarrollo de los procesos matemáticos ligados al álgebra, funciones y el cálculo. En este sentido, en la presente investigación se considera necesario indagar sobre.

1.3 Formulación del problema

¿Qué efectos trae la implementación de algunas intervenciones pedagógicas en estudiantes de la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista de grado quinto, tendientes a desarrollar el pensamiento variacional?

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.

1.4.2 Objetivos específicos

Contrastar lo establecido en el currículo de la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo y la práctica docente con los lineamientos establecidos por el Ministerio de Educación Nacional.

Diseñar una propuesta de intervenciones pedagógicas que permitan el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto grado.

Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.

1.5 Justificación

El Ministerio de Educación Nacional en sus Lineamientos Curriculares de Matemáticas propone la enseñanza de las matemáticas a través del desarrollo cinco pensamientos: espacial, numérico, métrico, aleatorio y variacional o también llamado funcional. Es pertinente el desarrollo de dichos pensamientos de manera transversalizada, es decir, que no se debe hacer una desintegración de las matemáticas sino por el contrario sea vista como una sola materia o conjunto de pensamientos que tienen una aplicabilidad dentro del contexto. Uno de los principales problemas de la educación colombiana es que en las instituciones educativas se evidencia que no cumplen con la implementación y adecuación de los lineamientos estipulados por el Ministerio de Educación (MinEducación, 2016). Por ello, es muy común que se vea la fragmentación en la enseñanza de la educación matemática y la poca relación de esta con otras áreas de saber, ocasionando disociación entre lo que debería aprender un niño y las competencias mínimas que debería desarrollar de acuerdo a su ciclo escolar y lo que realmente logra aprender.

A pesar de la importancia del desarrollo del pensamiento variacional en las instituciones educativas colombianas, especialmente para el caso de la básica primaria su desarrollo se tiene en cuenta muy poco, se realizan procedimientos de memorización y repetición descuidando los procesos que también son dispuestos por el Ministerio de Educación en los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias; procesos como el razonamiento, modelación, ejercitación, comunicación y un proceso general denominado resolución de

problemas . La omisión de estos parámetros para la educación matemáticas se refleja en los bajos resultados de las pruebas SABER, por ejemplo en la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo, para el año 2017, tan sólo el 10% de los estudiantes del grado quinto que presentaron la prueba llegaron a niveles de desempeño avanzados en lo que a este pensamiento respecta, los demás se encuentran en niveles inferiores y no desarrollan las competencias mínimas requeridas por el Ministerio Educación Nacional, generando un problema no solo en la actualidad de los niños sino que también a futuro, puesto que no desarrollar el pensamiento variacional y no comprender su aplicabilidad en situaciones ocasionadas por el contexto puede generar obstáculos como sentimientos de frustración y apatía hacia las matemáticas en grados superiores de la básica secundaria. De allí, la importancia de evaluar si las instituciones educativas brindan condiciones tangibles e intangibles para que se desarrolle dicho pensamiento, acorde a lo planteado por el Ministerio de Educación.

“Uno de los factores que influyen en estos resultados es la fragmentación de las matemáticas y la falta de contextualización en la enseñanza de las mismas” (Hernández Suárez, Prada Núñez y Gamboa Suárez, 2017) por esta razón surge el interés de indagar los principales problemas que se presentan en el desarrollo del pensamiento variacional, abordándolos desde una visión histórica a través de la búsqueda de antecedentes sobre los principales problemas encontrados a nivel nacional e internacional, así mismo analizar la relación que se plantea entre lo propuesto por el MinEducación y lo que en realidad se lleva a cabo dentro de la institución educativa para determinar así posibles causas y soluciones a dichos problemas.

Teniendo en cuenta lo anterior, sugerir una propuesta innovadora que ayude a integrar diferentes áreas del saber y pensamientos matemáticos con el apoyo de trabajo de campo donde su principal objetivo es desarrollar el pensamiento variacional en estudiantes de grado quinto de la Sede 3 de la I.E Guillermo Cote Bautista, rompiendo así el paradigma de que las matemáticas

son netamente algorítmicas, buscando facilitar los procesos cognitivos en los estudiantes y contribuir en la formación de los niños, que se enfrentarán a grandes retos al llegar a grados superiores de la básica secundaria.

Para hacer comprensible los conceptos de variación y cambio se hace necesario implementar el uso de material concreto, llevando a los estudiantes a que realicen un proceso en que se cumplen fases que implícitamente se requieren para el desarrollo del pensamiento variacional, iniciando con la identificación de patrones, realizar representaciones, abstracción y por último generalización. Por ello, el presente proyecto propone una serie de intervenciones pedagógicas, en donde se manipulan materiales concretos presentes en el contexto de los niños, además se integra un proyecto de aula que es cercano a las vivencias que tienen día a día, como lo es el crecimiento de una planta y a raíz de esto conseguir que se lleven a cabo las fases requeridas para el desarrollo del pensamiento variacional, reforzando aspectos que influyen en el desarrollo de los demás pensamientos matemáticos y contextualizando así los aprendizajes que les permita el desarrollo de competencias necesarias para que los niños interactúen en su ambiente de manera dinámica llevando lo aprendido en la “escuela” a su vida real.

En los grados superiores los estudiantes de la I.E tendrán beneficios, pues estos llevarán más claros los conceptos de variación, cambio, dependencia de variables y se les facilitará la comprensión del álgebra en general, es decir, los estudiantes tendrán nociones de pensamiento funcional, permitiendo así que enlacen los nuevos aprendizajes a tratar con las concepciones que ellos puedan adquirir y las competencias que puedan desarrollar a través de las intervenciones pedagógicas y el proyecto de aula. Estas acciones también serán útiles para la institución pues se le brindarán estrategias novedosas y accesibles para que los docentes diversifiquen la planeación de sus clases, incluyan el uso de materiales presentes en el contexto e innoven en la aplicación de la tecnología en la educación y formación de los niños.

Para corroborar el alcance de los objetivos propuestos se debe evaluar al final de las intervenciones pedagógicas el impacto que tuvieron en los estudiantes, en cuanto a sí se logra un avance en el desarrollo del pensamiento variacional para realizar las respectivas conclusiones y las posibles mejoras.

2. Marco de Referencia

2.1 Antecedentes

Al analizar las diferentes investigaciones realizadas en el campo de las matemáticas específicamente en el pensamiento variacional o como también es llamado pensamiento funcional, se destaca la importancia que conlleva el desarrollo de dicho pensamiento desde los primeros años de escolaridad con el objetivo de potenciar la capacidad de analizar, organizar y modelar situaciones cotidianas.

2.1.1 Contexto internacional

Poveda (2019) por medio del artículo llamado *“Pensamiento funcional de estudiantes de cuarto de educación primaria (10 años) y séptimo de educación secundaria (13 años)”*.

Realizado en la Universidad de Granada, España. En su trabajo describirá el pensamiento funcional en niños de 10 años y adolescentes de 13 años, analizando el tipo de generalización y cuáles son las representaciones que utilizan al resolver un problema. Para ello, se investigarán 25 niños de cuarto nivel y 16 de séptimo nivel de una Institución privada de la provincia de Heredia, Costa Rica. La investigación tiene un enfoque mixto, tipo descriptiva y exploratoria; en la que se evidenció que los estudiantes tienden a usar en el análisis, comprensión y resolución de problemas las representaciones naturales, numéricas o pictóricas.

Por otro lado, en esta misma línea de investigación, Huerta (2018) en su investigación titulada *“Pensamiento funcional en niños de quinto grado de primaria”* busca explorar el pensamiento funcional que manifiestan estudiantes de quinto grado de primaria de una escuela primaria urbana a través de tareas que refieren sucesiones de figuras con progresión aritmética de orden uno. En su investigación, señala que el desarrollo del pensamiento funcional en la

educación primaria es una propuesta novedosa para la introducción del concepto de función, pretendiendo aminorar las dificultades del álgebra escolar en los grados posteriores y logra evidenciar a través de la investigación de tipo cualitativo con carácter exploratorio descriptivo, que los estudiantes primaria son capaces de reconocer patrones y establecer generalizaciones apoyados en estructuras aditivas y multiplicativas, si las tareas involucran patrones figurales favorecen en los estudiantes el reconocimiento del patrón y el establecimiento de relaciones entre las dos variables involucradas, ayudando esta última a deducir perceptual y simbólicamente una estructura algebraicamente útil, esto es, una generalización (implícita).

Así mismo, Tanisli (2012, citado por los autores Sánchez, J. *et al.*, 2018) en su investigación titulada “*Formas de pensamiento funcional en relación con las tablas de funciones lineales de los estudiantes de primaria*”, cuyo objetivo fue investigar las formas de pensamiento funcional de los alumnos de quinto grado de la escuela primaria con tablas de funciones lineales, su instrumento fueron entrevistas realizadas con un total de cuatro estudiantes de quinto grado. Deja entrever que el trabajo con tablas de funciones favorece el desarrollo temprano del pensamiento funcional, específicamente, en su estudio indica que los estudiantes son capaces de encontrar patrones, pensar en la relación de covariación entre las variables involucradas en una situación problema y descubrir la relación de correspondencia y generalización de dicha relación, al tiempo que revelan las habilidades de razonamiento que utilizan para establecer la generalización. Por esto, concluyeron que los estudiantes poseen formas alternativas de pensar para generalizar y que es importante alentar y cuestionar al estudiante para que piense alternativamente.

El presente trabajo como estas investigaciones mencionadas, tiene la intención de hacer un aporte y énfasis en la importancia de trabajar el desarrollo del pensamiento variacional desde

la básica primaria, permitiendo potenciar el pensamiento y razonamiento de los estudiantes proporcionándoles las competencias necesarias para abordar con menor dificultad el componente algebraico de las matemáticas en grados superiores.

Establecer las realidades que se viven al interior de las aulas en las clases de matemáticas, permite comprender el reto que tiene en sí la educación en matemáticas y de esta forma comprender las complejas relaciones que se dan en las aulas. Por esto, Jiménez y Gutiérrez (2017) en su artículo de investigación denominado “*Realidades escolares en las clases de matemáticas*”, cuyo objetivo es analizar la realidad en las clases de los docentes de matemáticas en una institución de educación básica y media, para lo cual manejan un enfoque cualitativo. Como resultado, se percibe aún un enfoque didáctico tradicional, con visos de constructivismo, derivados de concepciones de las matemáticas, como que enseñar es sinónimo de exponer ordenadamente los contenidos, con pocas acciones que favorezcan el desarrollo del pensamiento matemático. Los resultados se analizaron conjuntamente con los profesores, especialmente sobre las posibles razones de ese tipo de prácticas, y se planteó la forma como podrían mejorarse.

La investigación titulada “*Una progresión de aprendizaje para el pensamiento funcional de los estudiantes de primaria*”, fue realizada por Stephens, A. *et al.* (2017). En este documento los autores buscan caracterizar y apoyar el progreso de los estudiantes de primaria en cuanto a la generalización y representación de relaciones funcionales como parte de un enfoque integral de álgebra inicial, en su plan de trabajo intervienen en el marco del currículo y hacen uso de una secuencia de instrucciones y evaluaciones escritas que les permitan describir el pensamiento algebraico de los estudiantes. En efecto, descubren que la sofisticación de las respuestas de los estudiantes aumentó en el transcurso de la intervención desde patrones recursivos hasta

correspondencia y, en algunos casos, las relaciones de covariación entre variables. Las respuestas de los estudiantes en ocasiones diferían según las tareas particulares que se les plantearon.

Además los autores Briceño y Cordero (2010, citados por Escudero, 2015) en su investigación titulada “*Desarrollo del pensamiento variacional con el uso tecnológico en un ambiente de difusión del conocimiento*”, se pretendió observar cómo construyen los estudiantes el conocimiento matemático, dentro y fuera del aula de clase para tratar de caracterizar este conocimiento hacia su uso mediante ideas variacionales con tecnología, basándose en una metodología de investigación centrada en un conjunto de actividades dirigidas a personas de distintas edades para su aplicación en un escenario de difusión del conocimiento científico. Respecto al conocimiento matemático obtuvieron buenos resultados, a través de la modelación fue evidente el uso de las gráficas por parte de los estudiantes para argumentar aspectos variacionales, en lo que jugó un papel importante la tecnología que les permite manipular gráficas con mayor facilidad.

2.1.2 Contexto nacional

Por la necesidad de unificar la enseñanza de las matemáticas y con ella integrar los 5 pensamientos que establece el Ministerio de Educación Nacional en los lineamientos curriculares (MinEducación 1998), han aumentado en número las investigaciones centradas en identificar los problemas presentados en el pensamiento variacional que está implícitamente relacionado con los demás y que es el menos desarrollado y fortalecido especialmente en la básica primaria.

Por esto, los autores Ordóñez *et al.* (2019) con su trabajo denominado “*Pensamiento variacional mediado con baldosas algebraicas y manipuladores virtuales*” con un enfoque

cuantitativo de tipo investigación acción se desarrolló con estudiantes de grado octavo, cuyo propósito fue propiciar mejoras del pensamiento variacional. Partiendo de un diagnóstico, luego se intervino al grupo con una unidad didáctica diseñada bajo un enfoque constructivista, utilizando material concreto y manipuladores virtuales. Durante el proceso, se observó que las estrategias implementadas motivaron a los estudiantes para avanzar en los objetivos de este estudio, a pesar que en principio los estudiantes no se sentían seguros de lo que hacían por la falta de experiencia en el uso de material concreto. Asimismo, se evidenciaron mejoras en el desarrollo del pensamiento variacional, lo que sugiere que en temáticas propias del curso y de años posteriores, los estudiantes tendrán mejor desempeño.

Así mismo Mejía (2018) plantea su trabajo de investigación como un ejercicio el fortalecimiento del proceso de enseñanza de las matemáticas, específicamente a los procesos del pensamiento variacional, a partir del desarrollo de Sesiones de Trabajo Situado y el acompañamiento a las prácticas de aula de los docentes de grado tercero y quinto de la Institución Educativa Pablo VI de la ciudad de Manizales. Su trabajo titulado *“Fortalecimiento del proceso de enseñanza del pensamiento variacional de los docentes de grado tercero y quinto de la Institución Educativa Pablo VI de Manizales”*, propone una estrategia de acompañamiento al aula de clase basada en el marco para la enseñanza propuesto por Charlotte Danielson guiada como una investigación de tipo cualitativa – descriptiva; el trabajo revela que el proceso de enseñanza de las matemáticas en los grados tercero y quinto de básica primaria, centra su atención en el trabajo del pensamiento numérico a través de la ejercitación de procedimientos aritméticos, se identificó que una de las mayores dificultades de los docentes de este ciclo escolar radica en el limitado conocimiento respecto al dominio del pensamiento variacional, identificando el vacío conceptual y didáctico que tienen los docentes para proceder en la enseñanza de este pensamiento.

Otra investigación pertinente, titulada “*Desarrollo del pensamiento variacional a través de la letra en la iniciación del álgebra*” Tamayo (2016); enfocado en diseñar una estrategia didáctica que contribuya al aprendizaje de las matemáticas por medio de la noción de *letra* en sus diferentes representaciones que permitan al grado octavo del Colegio Sierra Morena (IED) desarrollar pensamiento variacional. En su ejecución se aplicó una prueba diagnóstica, una prueba de percepción y se planteó una prueba didáctica como producto final. En los hallazgos es evidente que la apatía se da debido a las malas prácticas del docente, lo que no permite desarrollar el pensamiento matemático en general y específicamente el pensamiento variacional, más cuando se habla de variaciones o donde se plantean problemas de valores desconocidos. Fue notorio que al ejecutar la propuesta los estudiantes tuvieron un cambio significativo y se evidenció la mejoría en el desempeño después de la aplicación de ésta; se infiere de los resultados obtenidos, que es necesario crear propuestas innovadoras que permitan desarrollar no sólo el pensamiento variacional sino el pensamiento matemático, en donde se hagan partícipes y responsables a los estudiantes de su propio proceso de aprendizaje.

En las investigaciones respecto al pensamiento variacional, se hace necesario analizar las características de la población para abordar estrategias específicas que permitan desarrollar y fortalecer el pensamiento variacional, por ello León (2016) presenta su proyecto denominado “*Laboratorio de pensamiento variacional: una experiencia para estudiantes de poblaciones vulnerables*”, cuyo objetivo principal es encontrar elementos teóricos y metodológicos para el diseño de un laboratorio de ciencias que analice el uso del pensamiento variacional en prácticas experimentales que potencien el trabajo en grupo y la convivencia. Consta de 2 fases, la primera una encuesta a niños entre 10-12 años, la segunda fase son sesiones una vez por semana donde se suministra información e implementos necesarios para realizar las actividades que les permite conjeturar acerca de factores físicos que suceden a diario en su alrededor. En dichas sesiones se

utilizó la herramienta GeoGebra para aprender a graficar y dar soluciones a interrogantes que surjan dentro del laboratorio. Como producto, se determinó que este laboratorio es un escenario que permite la contextualización de lo “funcional” y hallar la explicación física de los fenómenos variacionales para no darles características netamente algebraicas con el apoyo adicional de la tecnología.

Por otra parte, con el objetivo de describir e implementar una actividad en la que se desarrolle el pensamiento variacional en primaria, mirando principalmente los procesos de conjeturación y argumentación de los estudiantes bajo dicha actividad, Acosta *et al.* (2015, desarrollan una investigación titulada “*Actividad para desarrollar el pensamiento variacional en primaria*”, en la que proponen una actividad diseñada para estudiantes de primaria, del nivel quinto en la que se quiere evidenciar, los procesos que pueden presentar los estudiantes en cuanto a la conjeturación y respectiva argumentación al aplicar una actividad didáctica matemática, es decir, al aplicar un applet elaborado en GeoGebra. Concluyen que todos los estudiantes desarrollan y exponer ideas del pensamiento variacional a partir de la estrategia innovadora, el applet trabajado. Además, la mayoría de estudiantes realizaron conjeturas asociadas a la visualización y a partir de la misma, algunos de ellos se arriesgaron a formular conjeturas, e intrínsecamente un par de estudiantes lograron validar sus conjeturas y argumentarlas de forma sustancial.

Así mismo, Pulgarín (2015) en su estudio titulado “*Generalización de patrones geométricos. Proyecto de aula para desarrollar el pensamiento variacional en estudiantes de 9-12 años*”. Estableció como objetivo principal diseñar e implementar un proyecto de aula centrado en el pensamiento variacional para la generalización de patrones geométricos en estudiantes de grado quinto de educación básica primaria de la Institución Educativa Pbro. Luis Rodolfo Gómez Ramírez del municipio del Santuario; este trabajo se realizó bajo el tipo de

investigación profundización de corte monográfico guiado por el método inductivo con un enfoque: estudio de casos. Como resultado de esta investigación se evidenció que aunque pocos estudiantes llegaron a las fases más avanzadas de la secuencia didáctica, fue evidente que la mayoría se encontraba en la fase de “ver”, es decir, reproducir el patrón y extenderlo llegando a la etapa de “describir”. Dichos procesos son utilizados para generar un patrón geométrico, por ende, aporta significativamente en el desarrollo del pensamiento variacional.

También, la investigación de Hernández (2014) titulada *“Propuesta didáctica para el desarrollo de procesos de razonamiento lógico matemático, desde el pensamiento variacional, con los estudiantes del grado cuarto de básica primaria del Colegio cooperativo San Antonio de Prado, por medio de estrategias de enseñanza mediadas por los sistemas de gestión de aprendizaje”*, cuyo objetivo fue diseñar una propuesta didáctica en el área de matemáticas, para el desarrollo de procesos lógico matemático, desde el pensamiento variacional, con los estudiantes del grado cuarto de básica primaria. Se aborda y evalúa las estrategias de enseñanza a través de una metodología de carácter cualitativa, con un enfoque investigación-acción en el aula. Se concluye, que el docente debe ofrecer una educación en nuevos entornos y escenarios en los que intervengan la incorporación de elementos tecnológicos, facilitando la creación de una nueva metodología, que proyecte la capacidad e interés de los estudiantes y potencie en ellos la autonomía, comunicación y trabajo colaborativo, donde se observen procesos que sean reales para despertar el interés de los estos. Una de las herramientas es el sistema de gestión de aprendizaje donde el estudiante aprehende y el docente puede hacer seguimiento de su participación.

Por su parte, Castro & Alba (2014) propusieron una investigación denominada *“¿Qué está pasando?, ¿Qué está cambiando? Y ¿Qué va a pasar? Una estrategia para el desarrollo del pensamiento variacional para el grado transición”*, cuyo objetivo fue diseñar una estrategia

metodológica para el desarrollo del pensamiento variacional en los niños de transición a través del pensamiento visible; iniciando con una revisión bibliográfica, posteriormente una prueba diagnóstica y seguido tres actividades de las cuales dos fueron pruebas de pilotaje en colegios diferentes para determinar en el desempeño las pautas de las planeaciones y usaron la técnica de observación. Concluyeron que existe una total desconexión entre lo planteado por el MEN y los currículos de los colegios, además no existe relación entre lo enseñado en preescolar y la educación en la básica primaria, de la misma manera la mayoría de docentes desconocen la existencia del pensamiento variacional lo que conlleva a que los estudiantes aprendan de forma mecánica y no argumenten sus respuestas, a pesar de que los más pequeños pueden establecer lo que sucede en las implicaciones de variación y cambio; si los procesos se realizarán acorde a lo establecido en los referentes de calidad como lo son los estándares básicos en competencias y los derechos básicos de aprendizaje los estudiantes desarrollarían más competencias y se apropiarían del conocimiento adquirido. Así mismo, la presente investigación aborda el análisis de un contraste entre lo establecido por el Ministerios de Educación Nacional y lo propuesto en el Plan de Área de matemáticas.

2.1.3 Contexto local

En el caso particular de las clases de matemáticas, se observa de forma general poco interés y concentración de los estudiantes. Usualmente, cometen errores en operaciones básicas de aritmética, declaran no saber las tablas de multiplicar y se observan dificultades en la división; éstas son algunas de las falencias básicas que se evidencian en los grados de bachillerato consecuencia directa de no trabajar el desarrollo del pensamiento variacional desde edades tempranas. En la ciudad de Cúcuta, son pocas las investigaciones encontradas que referencien este tipo de enfoque en la educación matemática.

Martínez, L. y Gualdrón, E. (2018), en su investigación titulada *“Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno”* es una investigación cualitativa realizada con estudiantes de noveno grado con edades entre los 14 y 17 años, usaron secuencias didácticas diseñadas para el estudio y mediadas con TIC. El estudio contempló tres etapas: un diagnóstico que permitió identificar el nivel de pre saberes en aritmética y en pensamiento variacional, una intervención con secuencias didácticas diseñadas para el análisis de situaciones de variación y cambio y por último un diagnóstico final que evaluó el nivel alcanzado por el grupo de estudiantes. El análisis de los resultados permite sugerir que la intervención generó cambios significativos en el grupo de estudiantes en lo relacionado al pensamiento variacional. Se evidencia que el cambio de metodología generó mejores ambientes de aprendizaje y aumentó la participación de los estudiantes.

Por otro lado, es muy importante aplicar herramientas que permitan observar e identificar las falencias existentes en el lenguaje algebraico, signos y operaciones algebraicas, para esto Gómez (2017) es su investigación titulada *“Implementación de estrategias lúdicas para el fortalecimiento del pensamiento variacional en estudiantes del grado octavo de la institución educativa Nuestra Señora de Belén de Cúcuta”*, cuyo objetivo es implementar estrategias lúdicas por medio de actividades que permitan fortalecer el pensamiento variacional en estudiantes del grado octavo, para que a través de estrategias metodológicas los estudiantes logren descubrir patrones, desarrollar habilidades de construir y apropiarse de los conceptos de una manera didáctica utilizando juegos. Esta investigación tiene un enfoque cualitativo con un tipo de investigación acción, hacen uso de técnicas como la observación, diagnóstico, diario pedagógico y las intervenciones pedagógicas. Fue evidente la falta de apropiación conceptual de los procesos desarrollados con anterioridad y por los que se desarrollan actualmente, los procedimientos en ocasiones no son correctas, en la resolución de problemas tienen gran

dificultad y muchos estudiantes con el solo hecho de decir algebra tienden a tener actitudes de rechazo, se corrobora que con el juego poco a poco esas ideas cambian y se despierta el interés.

En concordancia con estos antecedentes, esta investigación se orienta con un plan de trabajo con el enfoque de la ingeniería didáctica y con una metodología novedosa que involucra un proyecto de aula que integra el contexto escolar de los estudiantes.

De igual forma en la enseñanza de las matemáticas, es fundamental asociar y articular los contenidos para obtener un dominio amplio de un campo conceptual que involucre conceptos y procedimientos Inter estructurados y vinculados con el fin de evitar el desconocimiento, el mal uso del lenguaje y la simbología matemática, de las reglas de la lógica y escasa capacidad de razonamiento como lo determinan Hernández, Prada & Gamboa (2017), en su artículo titulado “*Conocimiento y uso del lenguaje matemático en la formación inicial de docentes en matemáticas*”. La investigación se propone establecer el nivel de conocimiento y uso del lenguaje matemático entre estos estudiantes, qué nivel de habilidad matemática emplean y su competencia para comunicar por escrito sus conocimientos. El diseño de la investigación es descriptivo y de campo; en el que se determinó que los estudiantes presentan mayores dificultades en la traducción del lenguaje cotidiano al formal, en la identificación de objetos matemáticos y en el trabajo con conceptos que ameritan demostraciones lógicas.

2.2 Bases teóricas

En este capítulo se expondrán las ideas teóricas que sustentan el pensamiento variacional y la importancia de su desarrollo, además las diferentes dinámicas implicadas para poder abordar las dificultades que impiden en el aula el fortalecimiento de dicho pensamiento.

2.2.1 Pensamiento variacional

Según el MinEducación (1998) el pensamiento variacional hace parte de los cinco pensamientos que se desarrollan en Colombia y es definido por Vasco (2004) como “una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad” (p.6).

Por lo anterior, en el desarrollo del pensamiento variacional se hace importante que los estudiantes logren reconocer que cambia y que permanece constante y de esta forma realicen estimaciones y predicciones de lo que puede llegar a suceder, para ello es necesario incorporar estrategias donde el estudiante construya su propio conocimiento y participe activamente en las actividades que involucran los procesos de enseñanza-aprendizaje. Así mismo, como lo menciona Vasco en la anterior definición de pensamiento variacional, es necesario que se establezcan en este proceso de desarrollo del mismo, factores que sean visibles dentro del entorno de los estudiantes, que no sean alejados de la realidad, además que se haga uso de recursos tangibles y no procesos netamente algorítmicos que son en muchas ocasiones sin sentido para los estudiantes, pues como lo afirma Vasco (2004, citado por MinEducación, 1999) que “no se trata de simplemente aprenderse de memoria una definición, ni fórmulas ni ecuaciones sino de captar que varía y que permanece estable antes de incluso iniciar a resolver algún tipo de ejercicio”(p.50). Por esto, la importancia de su desarrollo ya que el pensamiento variacional sirve como base para desarrollar conjuntamente los demás pensamientos matemáticos y que es necesario desarrollarlo desde los primeros grados de escolaridad.

Como lo señala Tanisli 2012, (citado por los autores Sánchez, J. *et al.*, 2018) el pensamiento variacional no solo se desarrolla en los jóvenes o en los adultos, sino que por el

contrario el desarrollo de dicho pensamiento se inicia desde los niños. De allí, que el desarrollo de dicho pensamiento en los más pequeños demuestra mejores desempeños de los estudiantes en grados superiores en donde se oficializa el pensamiento variacional.

2.2.1.1 Factores del pensamiento variacional.

Los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (2006) describe el pensamiento variacional en los siguientes términos:

[...] este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Uno de los propósitos de cultivar el pensamiento variacional es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral. Este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas (p. 66).

Villa y Ruiz (2010, p. 516) señalan que, con el propósito de aproximarse a ese tipo de pensamiento, Vasco (2006) describe el pensamiento variacional como:

La forma de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distinta magnitud en los subprocesos recortados de la realidad (p. 138).

2.2.1.1.1 Patrones.

En la necesidad de desarrollar el pensamiento variacional se vuelve relevante la realización de actividades, como lo señalan Rivera y Sánchez (2012):

El desarrollo de este pensamiento, se inicia con el estudio de regularidades, para identificar un patrón que se repita periódicamente. Las regularidades (entendidas como unidades de repetición) se encuentran en sucesiones o secuencias que presentan objetos, sucesos, formas o sonidos, uno detrás de otro en un orden fijado. De esta manera, la unidad que se repite con regularidad da lugar a un patrón. Así, el estudio de patrones, se constituye en una herramienta necesaria para iniciar el estudio de la variación desde la primaria (p.22).

Aquí toma importancia el uso de escenarios geométricos para que los niños inicialmente aprendan a reconocer y describir regularidades que se presentan en transformaciones o cambios, ya que un patrón se puede manifestar en cualquier contexto de la vida real como los cambios de la luna, el movimiento de rotación de la tierra, en la música, el crecimiento de una planta, entre otros; permitiendo así que el niño pueda reconocer en qué se parecen o se diferencian con el fin de que establezcan lo que se repite y detecte el patrón.

2.2.1.1.2 Sistemas de representación.

Castaño *et. al.* (2008), determina que “las representaciones juegan un papel muy importante, ya que las representaciones son algo inherente a ellas, y una razón de tipo psicológico es que las representaciones mejoran notablemente la comprensión en los estudiantes” (p. 26).

En consecuencia, las representaciones son un factor esencial en la construcción del conocimiento y de los conceptos matemáticos ya que la mediación entre los diferentes tipos de

representación le permite al estudiante asimilar y comprender con mayor facilidad; una situación pueden representarla a través de una descripción, un gráfico en el plano cartesiano, una tabla de valores, una ecuación, etc. De esta forma, junto con los procesos como la generalización, abstracción y modelación permiten potenciar en gran medida dicho pensamiento.

2.2.1.1.3 Abstracción.

Rivera y Sánchez (2012) citan a (Castro, Cañadas & Molina, 2010) quienes distinguen dos tipos de abstracción:

Una empírica, en la que el sujeto se limita a comprobar ciertas propiedades de los objetos exteriores y a analizarlas independientemente; la generalización en este tipo de abstracción empírica es de naturaleza extensional, es decir sólo contempla el paso de algunos a todos. Otra forma de abstracción es la reflexiva, se refiere a las acciones y operaciones que el sujeto realiza, que hacen de lo real una manifestación de lo posible (p. 37).

Por ello, es fundamental desarrollar la capacidad de abstracción en los estudiantes que les posibilite las condiciones para que fortalezcan el pensamiento abstracto, independiente, crítico y capaz de acceder a conocimiento universales, buscando siempre en el trabajo de la enseñanza de las matemáticas no sólo una validación generalizada de las diferentes temáticas y tampoco la contextualización de las matemáticas para su comprensión, sino que se requiere de la validación de ambas vertientes para estimular el desarrollo de los diferentes procesos en las matemáticas.

2.2.1.1.4 Generalización.

La generalización es un proceso que involucra la visualización, la exploración la manipulación de los números y las figuras, por lo cual está en el núcleo de toda actividad matemática siendo considerada como el nivel más alto de la modelación matemática (MinEducación, 1998).

Para lograr este proceso desde la primaria es necesario que el docente lleve a cabo un proceso ordenado, secuenciado y guiado, para que como señala Pulgarín (2015) el estudiante logre:

Ver, decir, describir y conjeturar y verificar las conjeturas, que frente a una secuencia se hicieron. También, el estudiante tendrá la posibilidad de describir lo que cambia, como cambia y que permanece constante en dicha secuencia (p. 36).

Para esto, Pulgarín (2015) cita a Mason (1985) quien promueve cuatro etapas para desarrollar la generalización en los estudiantes de básica primaria:

Ver: entendida como la identificación de un patrón, de una relación entre los objetos de un conjunto. *Decir*: articulación en palabras de lo que ha reconocido. *Registrar*: hacer visible a través del lenguaje (escrito o verbal), generar un modelo de aquello que ha logrado evidenciar a través del lenguaje y, *Probar la validez de las fórmulas*: probar de diferentes formas la veracidad del modelo para tener una noción de generalidad y poder predecir posibles resultados.

Por otro lado, bajo la línea de investigación Pensamiento y Lenguaje Variacional (Pylvar), Caballero y Cantoral (s.f.) definen algunos elementos que conforman el Pylvar:

Situación Variacional (SV): Entenderemos por una situación variacional al conjunto de problemas cuyos tratamientos demandan la puesta en juego de estrategias Variacionales y que requieren establecer puntos de análisis entre diversos estados del cambio.

Argumentos Variacionales (AV): Estos argumentos son utilizados por las personas cuando “hacen uso de maniobras, ideas, técnicas, o explicaciones que de alguna manera reflejan y expresan el reconocimiento cuantitativo y cualitativo del cambio en el sistema u objeto que se está estudiando. Son este tipo de argumentos los que permiten dar explicación a las SV.

Códigos Variacionales (CV): Consisten en la expresión oral o escrita del cambio y la variación, y que son articulados para generar los AV. Estos códigos pueden consistir en frases, dibujos, tablas o ademanes, que dan cuenta del análisis variacional que se realiza.

Estrategia variacional (EV): Consiste en una forma particular de razonar y actuar ante una SV. Permiten encarar y explicar dichas situaciones al reconocer aquello que cambia, cómo y cuánto cambia dentro del sistema:

Comparación: Establece diferencias entre estados, uno anterior y uno posterior, o bien, dos estados de dos fenómenos diferentes, lo que permite identificar cambios y poder analizarlo con base en las características de su variación.

Seriación: Consiste en analizar varios estados y no únicamente dos, con el objetivo de encontrar una relación o propiedad entre ellos.

Predicción: Anticipar comportamientos, estados o valores, posterior al análisis de la variación en estados previos, de manera que se sintetiza y abstrae esta información en modelos predictivos.

Estimación: A partir de conocer la variación de un fenómeno en estados previos, se proponen nuevos estados o comportamientos a corto plazo de manera global, a diferencia de la Predicción, donde los estados propuestos son locales.

Estructura Variacional (EstV): Conocimientos matemáticos o científicos que se usan en una SV en conjunto con EV para realizar el estudio de lo variacional (pp. 978 - 979).

2.2.2 Ingeniería didáctica

Los enfoques pedagógicos juegan un papel clave en los procesos de enseñanza y aprendizaje de diferentes niveles educativos, nos permiten abordar las prácticas pedagógicas con unos roles y ambientes adecuados con la finalidad de optimizar e incrementar el alcance de las mismas. En este sentido, esta investigación toma como enfoque pedagógico el referente *Ingeniería Didáctica* como guía para el diseño de las secuencias didácticas, herramienta base de las intervenciones pedagógicas.

Artigue (1995, citado por Campeón *et. al.*, 2018), señala que hacia la década de los 80 se describe una manera de abordar el trabajo didáctico comparable al trabajo del ingeniero de allí se establece que:

La metodología de la ingeniería didáctica se caracteriza también, en comparación con otros tipos de investigación basados en la experimentación en clase, por el registro en el cual se ubica y por las formas de validación a las que está asociada. De hecho, las investigaciones que recurren a la experimentación en clase se sitúan por lo general dentro de un enfoque comparativo con validación externa, basada en la comparación estadística del rendimiento de grupos experimentales y grupos de control. Este no es el caso de la ingeniería didáctica que se ubica, por el contrario, en el registro de los estudios de caso y

cuya validación es en esencia interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori (p.120).

Para el desarrollo de este tipo de investigación se deben tener en cuenta las cuatro fases que ésta presenta: a) Análisis preliminares; b) Concepción y análisis a priori de situaciones didácticas; c) Experimentación; d) Análisis a posteriori y evaluación.

Es realmente importante, partir los procesos de enseñanza desde un diagnóstico previo con el fin de identificar los conocimientos previos de los estudiantes alrededor de la temática a desarrollar para que sean guía del trabajo que se proponga para reforzar. Así mismo, la evaluación continua y final nos ayuda a determinar el avance y eficacia del trabajo implementado.

2.2.3 Proyecto de aula

Los autores Cubillos & León (2016), definen *proyecto de aula* como:

Una estrategia alternativa frente a la metodología tradicional, debido a que permite generar Ambientes de Aprendizaje, que surgen de los intereses y necesidades de los estudiantes, y propician el trabajo en grupo, la participación activa, la reflexión y la creatividad; además, permite la contextualización de un concepto matemático de forma significativa, encontrando su utilidad en situaciones de la vida cotidiana.

Muchos de los aprendizajes matemáticos son vistos desde procesos netamente de ejercitación y algorítmicos, sin tener en cuenta los demás procesos, esto tiende a hacer las matemáticas rutinarias y tediosas, por lo que los estudiantes no entienden su aplicabilidad dentro del contexto. Mediante la implementación de un proyecto de aula se incentiva a los educandos a que exploren la creatividad, realicen la asimilación de los conceptos no solo matemáticos sino de otras áreas del saber por medio de este, ayudando a que relacionen lo aprendido con lo que se

vive a diario en su entorno, de esta manera se aprende significativamente, y se da uso a lo aprendido. Estos deben ser novedosos para que capten la atención de los estudiantes, atiende también a la sugerencia del trabajo grupal e incorpora elementos pertinentes para el aprendizaje.

Un proyecto de aula como lo sustenta Carrillo, T. 2001 “se fundamenta en la enseñanza activa, partiendo de las necesidades del alumno, la alumna y la escuela, con el fin de proporcionar una mejor educación en cuanto a calidad y equidad, en principios pedagógicos que sustentan la praxis pedagógica”. Busca romper la estática de la educación, brinda novedad a los estudiantes y a su vez atiende a las insuficiencias educativas que ellos tengan, aporta a la cultura del trabajo en equipo. Además es una herramienta muy completa que le permite al docente hacer variaciones dentro del aula, y no estancar el conocimiento a una adquisición de manera tradicional.

2.2.4 Constructivismo

Moreno & Waldegg (2002, citado por Gracia, 2018) quienes según Jean Piaget desde su teoría:

El constructivismo cognitivo afirma que, a través del conocimiento físico, social y lógico, en el cual el niño se relaciona e interactúa, tanto con el contexto físico que lo rodea como con las personas que comparten a su alrededor, construye su conocimiento, analizando y reflexionando acerca de sus pre saberes y los aprendizajes que va adquiriendo, reafirmando de esta forma el conocimiento ya adquirido por medio de la experiencia o lo modifica a través del error (p. 36).

Además, Piaget sostiene que en lo esencial, el desarrollo cognitivo parte de la puesta en marcha de conocimientos concretos, sostenidos primero en representaciones inmediatas y posteriormente en hipótesis (construcción de la inteligencia abstracta). Se trata de un largo

proceso de organización del mundo marcado por adquisiciones relacionadas con los conocimientos y con la utilización de sistemas de relaciones entre objetos (clasificación, seriaciones), entre los objetos y el sujeto, y finalmente entre los objetos, el sujeto, el tiempo y el espacio. De allí, la importancia de la relación que se logra establecer entre las matemáticas y el entorno cotidiano del individuo.

Por ello, el constructivismo adquiere importancia para esta investigación, porque es una teoría que permite la reconstrucción y desarrollo del conocimiento que le permite al individuo adaptarse a la realidad, suponiendo además un nuevo significado en la interacción del docente, estudiante y el conocimiento ya que es fundamental que el conocimiento sea construido por el propio individuo para poder realmente ser comprendidos. Por esto Saldarriaga *et. al.* (2016) señalan que Piaget concebía la inteligencia no como una colección de elementos simples más o menos aislados, sino como un sistema, como un todo organizado en el que los elementos individuales se encuentran coordinados y estrechamente relacionados entre sí para formar una estructura coherente que el niño aplica para conocer el mundo que le rodea.

En este sentido, se hace necesario que en las clases de matemáticas se presente a los estudiantes situaciones y problemáticas que reflejen un mundo cambiante donde ellos deban reconocer lo que cambia y tomen decisiones frente a este. Con el desarrollo de este tipo de situaciones se pretende que el estudiante vaya desarrollando progresivamente su pensamiento y su lenguaje en la medida que describe las situaciones de cambio y comparte estas descripciones con sus compañeros. Además, desde una postura constructivista se hacen evidentes las dificultades que suelen tener los estudiantes para aprender y sirve como guía para desarrollar estrategias de enseñanza y aprendizaje en las que se consideren no sólo los ritmos de

aprendizaje, sino que también se consideren sus intereses y las habilidades que poseen para aprender.

De igual forma, Pulgarín (2015) señala que no se trata de enseñar conceptos y procedimientos en los estudiantes, se trata más bien de desarrollar procesos de pensamiento, de lograr que cada día sus estructuras mentales sean movidas y modificadas a partir de unos conocimientos previos que él trae y alcancen el nivel máximo de desarrollo de su pensamiento (p.26). Por esto, los estudiantes adquieren un rol de agentes activos en el momento de realizar las actividades propuestas, donde asumen con responsabilidad el desarrollo de sus experiencias. Por ende, el desarrollo del conocimiento es un proceso interactivo entre los saberes previos, las estructuras cognitivas previas del estudiante y las nuevas experiencias que hace que dichas estructuras se modifiquen y de esta forma el estudiante avanza hacia un pensamiento superior.

2.2.5 Aprendizaje significativo

Según David Ausubel (1993, citado por Puga *et. al.* 2016) un aprendizaje significativo hace referencia a:

Contenidos relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (p. 19 – 20).

Por ello, el aprendizaje debe ser una actividad significativa para el estudiante en la medida en que se relacione la información que adquiere con la que éste ya posee, de allí que la adquisición de una nueva temática debe estar antecedida por la revisión de los pre-saberes que trae el estudiante.

Por otro lado Ausubel (1993, citado por Benjumea *et. al.*, 2007), afirma que todo aprendizaje dentro del aula de clase puede ser situado a lo largo de las siguientes dimensiones:

Aprendizaje por recepción: Es aquel en el cual lo que debe aprenderse es presentando al alumno en su forma final y éste sólo necesita relacionarlo activa y significativamente con los aspectos relevantes de su estructura cognoscitiva. Este tipo de aprendizaje, no es obligatoriamente mecánico, puede ser tanto significativo como mecánico, todo depende de la forma en cómo sea almacenada la información en las estructuras cognitivas del sujeto.

Aprendizaje por descubrimiento: El contenido principal de lo que ha de aprenderse se debe descubrir de manera independiente, es decir, el objeto de aprendizaje debe ser descubierto por el alumno.

Tanto para el aprendizaje por recepción como por descubrimiento, resulta ser significativo en la medida en que el nuevo contenido se incorpore de forma no arbitraria ni literal, a la estructura cognitiva (p. 16).

Por consiguiente, la importancia del enfoque constructivista en el que su fin es la construcción del conocimiento de forma autónoma para que sea realmente comprendido. Consecuentemente, en la enseñanza de las matemáticas es ideal un ambiente de dispersión en el que se desarrollen los contenidos disciplinares de una forma dinámica, un ambiente que propicie la interacción autónoma del estudiante con los saberes y el docente sea un mediador en esta interacción; éste es un logro que se pretende alcanzar a través de nuestro proyecto de investigación.

Gracia (2018) señala que según la teoría de Ausubel existen dos condiciones fundamentales para que se produzca aprendizaje significativo, estas son:

Actitud potencialmente significativa de aprendizaje por parte del aprendiz, o sea, predisposición para aprender de manera significativa. Y la presentación de material potencialmente significativo. Esto requiere:

Por una parte, que el material tenga significado lógico, esto es, que sea potencialmente relacionable con la estructura cognitiva del que aprende de manera no arbitraria y sustantiva;

Y, por otra, que existan ideas de anclaje adecuados en el sujeto que permitan la interacción con el material nuevo que se presenta (p.19).

Es evidente que para conseguir un verdadero aprendizaje significativo en los estudiantes es necesario que el docente tenga en cuenta múltiples factores que influyen en ello, no sólo se trata de adecuar el ambiente siendo sugestivo para el estudiante y adaptar el conocimiento a estos, sino que debe tener en cuenta factores como: la etapa de desarrollo, el lenguaje con el que expresa el conocimiento, el grado de dificultad que maneja en el contenido de acuerdo a sus necesidades y estilos de aprendizaje y muchos factores más; por ende no se debe obviar el conocimiento o los pre saberes que trae consigo el estudiante y la disposición que tiene para aprender, teniendo en cuenta que esta no será un limitante para su aprendizaje ya que, su disposición es subjetiva y el docente a través de los recursos y metodologías que implementa en su clase motiva al estudiante y propicia el desarrollo de las capacidades necesarias para que éste aprenda.

2.2.6 Intervención pedagógica

Touriñán et al. (2010) afirma que la intervención pedagógica “es la acción intencional que desarrollamos en la tarea educativa en orden de realizar con, por y para el educando los fines y medios que se justifican con fundamento en el conocimiento de la educación” (p.19). Son mediaciones entre el aprendizaje a adquirir por parte del estudiante, con un fin o propósito, el

conocimiento técnico que el docente tenga para planear y ejecutar su planeación y llegar a los fines esperados, atendiendo a las necesidades de su contexto y basándose en la ayuda que este le pueda prestar (materiales, espacios, tiempo).

Otros autores han afirmado lo siguiente:

La intervención pedagógica, es un proceso de acompañamiento uniforme durante la formación de los alumnos, con un académico preparado y formado para esta función. Por esta razón, se considera que la intervención es una labor de carácter preferentemente especializada que, en gran medida, coincide con un subconjunto de la orientación educativa (Benítez, 2016, p.45).

Por ello para la planeación de una intervención pedagógica, exige preparación del docente y profundización de acuerdo a los propósitos que tenga con su grupo de estudiantes, teniendo un autoconocimiento y realizando una identificación de los problemas que resolverá a través de sus intervenciones para que estas sean fructíferas, y desde su quehacer docente pueda examinar y confeccionar de manera coherente su o sus intervenciones hasta llegar a su fin.

Este mismo autor (Benítez, 2016) cita a Maher y Zincs, (1987):

El profesor, considerado como el mediador o acompañante estratégico entre los estudiantes para promover, orientar, descubrir y construir sus propios aprendizajes, juega un papel importante y decisivo en la promoción de los procesos de crecimiento personal del alumno y en el marco de la cultura grupal a la que pertenece. La intervención (del latín *interventio*) “es venir entre, interponerse: la intervención es sinónimo de meditación o de intersección, de buenos oficios, de ayuda, de apoyo, de cooperación. Se le atribuye el uso de las ideas de operación y de tratamiento (p.168).

Allí radica la importancia de la labor docente, pues no solo tiene la misión de planificar una intervención, sino que debe indagar, observar el problema y atender a este, buscar las características de él y plantear como dará solución por medio de la organización de las intervenciones pedagógicas y su aplicación, además el profesional debe conocer características propias de su grupo de trabajo, tanto sociales, del entorno físico, culturales, entre otras. Se requiere de una conciencia de oficio, una ardua tarea investigativa para abordar y lograr dar solución a la dificultad por medio de las intervenciones pedagógicas y lograr los fines propuestos.

2.2.7 Secuencia didáctica

De acuerdo con Zabala (1995) en su texto define que:

La secuencia didáctica es un conjunto de actividades ordenadas, estructuradas y articuladas para la consecución de unos objetivos educativos que tienen un principio y un final conocidos tanto por el profesorado como por el alumnado y además se constituye en una potente unidad de análisis para indagar, reflexionar y mejorar la práctica docente (p.16).

Teniendo en cuenta esta definición, las secuencias didácticas se convierten para los docentes en una herramienta a través de la cual se toman decisiones de los diferentes componentes fundamentales que nos permiten organizar el plan de trabajo con los estudiantes, componentes básicos como la selección de la temática, los recursos disponibles y necesarios, se tiene en cuenta el espacio y tiempo necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza. De igual forma se toman decisiones en cuanto a las actividades y formas de evaluar el proceso y los aprendizajes con el fin de verificar el cumplimiento de los propósitos propuestos. Como lo señala Tobón (2010, citado por Rodríguez, 2014) que “la secuencia didáctica es un conjunto

articulado de actividades de aprendizaje y evaluación que con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos” (p.450).

En este orden de ideas, la presente investigación parte de la importancia que tiene en las estructuras mentales del estudiante el desarrollo del pensamiento variacional, como lo menciona Vasco (2004) en su definición de dicho pensamiento en la que refiere que este es una manera de pensar dinámica que le permite comprender al estudiante la variación o constancia de variables en una situación determinada, así mismo le permite describir, modelar y representar problemáticas inmersas en su contexto. Esto les brinda implícitamente la capacidad de identificar y describir regularidades, modelar situaciones por medio de sistemas de representación, analizar y generalizar; por ello, este pensamiento sirve como base para desarrollar conjuntamente los demás pensamientos matemáticos.

Por lo tanto, el proceso de la investigación fue orientado por el enfoque pedagógico de la ingeniería didáctica estructurando fases para el desarrollo de la misma, iniciando con una revisión bibliográfica, seguido de la creación y aplicación de un test de conocimiento con el fin de proponer una serie de intervenciones que permitieran superar las dificultades y falencias identificadas con este, por medio de secuencias didácticas cuyas actividades articuladas al proyecto de aula “crecimiento de una planta” permitieran la transversalización de las temáticas tratadas con los pensamientos y procesos matemáticos, facultando a los estudiantes para que relacionen y construyan dinámicamente su conocimiento por medio de la interacción con los saberes, el contexto y el apoyo de material concreto con el fin de lograr en ellos un aprendizaje significativo enlazando sus pre saberes con los aprendizajes adquiridos.

2.3 Bases legales

2.3.1 La Constitución política de Colombia (1991)

Contiene aportes fundamentales del proceso educativo, en los artículos que se mencionan a continuación:

Artículo 27. El estado garantiza las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra.

Artículo 45. El adolescente tiene derecho a la protección y a la formación integral.

Artículo 67. La educación es un derecho de toda persona y un servicio público que tiene una función social, con ello se busca el acceso al conocimiento, la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura.

2.3.2 Ley general de educación 115 (1994)

En su artículo 5 y de conformidad con la Constitución Política de Colombia, en su artículo 67, la educación debe darse bajo los siguientes fines:

La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos y estéticos mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.

El acceso al conocimiento, la ciencia, la técnica y demás bienes y valores de la cultura, el fomento de la investigación y el estímulo a la creación artística en sus diferentes manifestaciones.

El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país.

La adquisición de una conciencia para la conservación, protección y mejoramiento del medio ambiente, de la calidad de la vida, del uso racional de los recursos naturales, de la prevención de desastres, dentro de una cultura ecológica y del riesgo y la defensa del patrimonio cultural de la Nación.

2.3.3 Decreto 1743 (1994)

Por el cual se instituye el Proyecto de Educación Ambiental para todos los niveles de educación formal, se fijan criterios para la promoción de la educación ambiental no formal e informal y se establecen los mecanismos de coordinación entre el Ministerio de Educación nacional y el Ministerio del Medio Ambiente.

2.3.4 Resolución 2343 (1996)

Mediante la cual se adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo y se establecen los indicadores de logros curriculares para la educación formal.

2.3.5 Estándares básicos de competencias en matemáticas (2006)

Es importante resaltar, que se tendrán en cuenta los estándares para el grado cuarto y quinto ya que son acordes a la población:

Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.

Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.

Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales.

Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.

Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.

2.3.6 Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas (2016)

Cuyo documento explicitan los aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular, enfocándonos en el área de matemáticas, en el grado quinto y específicamente en el pensamiento variacional:

Describe e interpreta variaciones de dependencia entre cantidades y las representa por medio de gráficas.

Utiliza operaciones no convencionales, encuentra propiedades y resuelve ecuaciones en donde están involucradas.

3. Metodología

En el presente capítulo se describen los elementos característicos correspondientes al proceso metodológico, definiendo aspectos como enfoque, nivel y diseño de la investigación, la población de interés, la muestra y los criterios de inclusión en la muestra, para finalizar con la descripción de los instrumentos utilizados para la recolección de datos y las técnicas de procesamiento utilizadas para la obtención de la información.

3.1 Características de la investigación

3.1.1 Enfoque metodológico

Esta investigación se ajusta al enfoque de investigación cuantitativo, Hernández et al. (2014) menciona que “Utiliza la recolección de datos para probar hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico, con el fin establecer pautas de comportamiento y probar teorías.” (p.4). Los datos recolectados en esta investigación han sido tomados en un momento específico del tiempo (segundo semestre del 2020) por parte de las investigadoras y han sido procesados sin manipulación alguna de ellos, por tanto, se podría asegurar que es un estudio transversal.

3.1.2 Nivel de investigación

Según Arias (1999) define que, “El nivel de investigación se refiere al grado de profundidad con que se aborda un objeto o fenómeno” (p.19). A partir de esta definición se puede identificar que esta investigación cumple con las características del nivel descriptivo puesto que los datos recolectados han sido procesados de forma estadística para generar indicadores sobre el trabajo realizado.

3.1.3 Diseño de la investigación

El diseño de la investigación corresponde a la forma como se obtienen los datos de la fuente para posteriormente ser procesados, en este caso, para esta investigación el diseño es transversal definido por Hernández et al. (2014) como diseño donde “Se recolectan datos en un solo momento, en un tiempo único. Su propósito es describir variables y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado.” (p.154). En la investigación se abordan dos fuentes de información que se complementan: por una parte, se realiza una revisión de material secundario ya elaborado tanto por el Ministerio de Educación Nacional (Estándares básicos de competencias) y el Plan de área de la institución educativa; para luego ser complementado con la recolección de datos directamente de la fuente primaria (estudiantes) por lo que en esta fase de la investigación se realiza un trabajo de campo.

3.2 Variables

Partiendo de la definición del problema se analizan algunos antecedentes investigativos, referentes teóricos y las características propias de la población objeto de estudio y se identifican las variables que están directamente relacionadas con los objetivos de esta investigación:

Variable Independiente: Intervenciones pedagógicas para la enseñanza de conceptos del pensamiento variacional.

Variable Dependiente: Los resultados derivados de la prueba de conocimientos para el desarrollo del pensamiento variacional.

A través de éstas variables definidas podemos precisar las acciones a realizar para dar solución al problema establecido en esta investigación, para ello se realizó la operacionalización de las variables cuyo proceso nos permite determinar criterios que sean observables y guíen

dichas acciones. Como Carrasco (2006, citado por Núñez, 2007) establece en el siguiente concepto:

“La operacionalización de las variables es un concepto metodológico que consiste en descomponer o desagregar deductivamente las variables que componen el problema de investigación, partiendo desde lo más general a lo más específico; es decir, las variables se dividen (si son complejas) en dimensiones, áreas, aspectos, indicadores, índices, subíndices e ítems; pero si son concretas solamente se dividen en indicadores, índices e ítems” (p.173).

A continuación, se puede evidenciar el proceso definido anteriormente.

Tabla 1: Operacionalización de las variables.

Variables	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Instrumento
Intervención pedagógicas	Acción intencional que desarrollamos en la tarea educativa en orden de realizar con, por y para el educando los fines y medios que se justifican con fundamento en el	Serán medidas a través de un análisis de fortalezas y debilidades tanto en la planeación como en la ejecución de las intervenciones.	Planeación	Poseer conocimiento disciplinar. Tener conocimiento didáctico de contenidos. Conocer los Estándares básicos en competencias para cada ciclo.	Como instrumento se usó el formato de planeación (ver anexos 3, 4,5 6)

conocimiento de
la educación.

Relacionar el
derecho básico
de Aprendizaje
de acuerdo al
grado.

Determinar el
propósito de
aprendizaje de
acuerdo al
propósito
general
(Estándar).

Conocer las
características
de la muestra
(grado, edad,
pre saberes).

Fijar los
momentos de
clase.

Reconocer de
características
físicas de los
espacios con los
que cuenta.

Ejecución	Asimilación de la planeación de la intervención. Determinar sobre la marcha ritmos del estudiante para si es requerido reajustar.	Para la dimensión de ejecución se implementó el instrumento análisis de fortalezas y debilidades por cada una de las
	Establecer pautas de intervención para los estudiantes.	cuatro intervenciones pedagógicas.
	Realizar transiciones armoniosas entre los momentos de la clase (intervención).	
Evaluación	Conocer e implementar diversas	Como instrumento en evaluación de las

				estrategias de evaluación.	intervenciones pedagógicas se usaron los momentos de cierre y las estrategias de evaluación
				Hacer retroalimentación sobre los aprendizajes evaluados.	
				Usar estrategias de autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación para realizar las mejoras correspondientes.	pactadas en cada una de ellas. (Ver anexo 9).
Desarrollo del pensamiento variacional	Caracterización de variación o cambio en distintos contextos, así como con su descripción,	Será medido a través del análisis estadístico de los resultados recolectados en las pruebas de conocimiento	Descubrimiento de patrones	Reconocer regularidades y patrones.	Test de conocimiento ítems 1,6, 8,12,15,21
				Describir regularidades y patrones.	

modelación y representación o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.	(test diagnóstico y test final).	Predecir patrones de variación.
		Construir secuencias numéricas y geométricas.
	Sistemas de representación	Describir variaciones representadas en gráficas.
		Prueba de conocimiento ítems 4,9
		Interpretar variaciones representadas en gráficos.
		Relacionar diferentes representaciones .
		Representar patrones numéricos con tablas y reglas verbales.

Abstracción	Analizar relaciones de dependencia entre cantidades que varían.	Prueba de conocimiento ítems 2,5,11,13,21.
	<hr/> Explica relaciones de dependencia entre cantidades que varían.	
	<hr/> Construir igualdades y desigualdades numéricas.	
Generalización	Reconocer el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí.	Prueba de conocimiento ítems 7, 10, 14, 16, 17, 18, 19, 20.
	<hr/> Plantear ecuaciones.	
	<hr/> Utilizar métodos informales en la	

solución de
ecuaciones.

3.3 Población y muestra

De acuerdo con Morles (1994, citado por Arias, 1999), define la población como un “Conjunto para *el* cual serán válidas las conclusiones que se obtengan: a los elementos o unidades (personas, instituciones o cosas) involucradas en la investigación.” (p. 22). A partir de esta definición y atendiendo a los objetivos trazados para la misma, se identifica que la población está conformada por la totalidad 295 estudiantes matriculados para el año 2020 en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo, Departamento de Norte de Santander.

Según Morles (1994, citado por Arias, 1999) determina que la muestra es un “Subconjunto representativo de un universo o población” (p 22). Para la selección de la muestra se recurre a la técnica de muestreo no probabilístico por conveniencia, puesto que para ser parte de la misma debían los estudiantes cumplir con los siguientes criterios de inclusión:

Estar matriculado en la institución educativa Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo y ser estudiante activo a pesar de la situación de no presencialidad.

Estar matriculado en grado Quinto de Básica Primaria, de la Sede 3 de la institución.

Contar con la aprobación de los Representantes Legales (acudiente) de los estudiantes para ser parte de esta investigación. En caso de esta aprobación, los investigadores debían adelantar la investigación en un lugar cercano a las residencias en

donde se reunían pequeños grupos de estudiantes teniendo presentes las medidas de bioseguridad.

A partir del cumplimiento de estos criterios se logró conformar un tamaño de muestra de 15 estudiantes de un total de 28 matriculados, dando una cobertura de aproximadamente el 53.6%.

3.4 Delimitación

Para el desarrollo de este trabajo de investigación se realizó la siguiente delimitación con el fin de determinar los agentes externos que permitieron el alcance de los objetivos propuestos.

3.4.1 Delimitación espacial

La investigación se desarrolló en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista de Toledo, Norte de Santander.

3.4.2 Delimitación temporal

La implementación de los instrumentos y las intervenciones pedagógicas fueron desarrolladas durante el último periodo del año 2020 (meses de septiembre, octubre y noviembre), tiempo en que se pudo contar con la disposición de los estudiantes en la institución educativa.

3.4.3 Delimitación conceptual

Esta investigación se concentró en el desarrollo del pensamiento variacional y el dominio de los procesos de comunicación, resolución de problemas y razonamiento que influyen en el desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas.

3.4.4 Delimitación poblacional

Para esta investigación se tomó como población la totalidad de estudiantes matriculados en la Sede 3 de la Institución Educativa Colegio Guillermo Cote Bautista de Toledo, la cual sumaban 295 estudiantes.

3.5 Procedimiento realizado

Para el desarrollo de esta investigación se agotaron las siguientes fases.

3.5.1 Etapa de análisis preliminar

Esta etapa correspondió a la búsqueda de antecedentes investigativos entorno al pensamiento variacional. Así mismo, se realizó la confrontación del plan de área propuesto por el docente para el grado Quinto de la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo de dicho pensamiento de acuerdo a su contexto y las directrices emanadas del Ministerio de Educación Nacional tales como los Estándares Básicos de Aprendizaje, los Lineamientos Curriculares y los Derechos Básicos de Aprendizaje. Cabe resaltar que debido a las condiciones de la pandemia, no se dio lugar a la observación de la práctica docente.

3.5.2 Etapa de identificación de dificultades

En esta etapa las investigadoras diseñaron una prueba de conocimientos ad hoc la cual contó con los lineamientos curriculares como marco teórico. Se propusieron inicialmente un grupo de 30 reactivos los cuales fueron analizados por el grupo de expertos que estaba conformado por las docentes en formación, el director, el codirector del proyecto y un docente en ejercicio de grado quinto de otra institución educativa (Ver anexo 2). Posteriormente se analizaron las características de cada ítem incluyendo enunciados, formatos de presentación (gráfico, textual o simbólico) y opciones de respuesta.

A partir de este análisis se concluye que la prueba de conocimientos estaría conformada por 21 ítems con las siguientes características:

Tabla 2: Descripción de la prueba de conocimiento.

Ítem	Descripción del enunciado	Descripción de la respuesta
1	Aborda el concepto de comparación y orden ascendente entre cantidades. Donde se pide al estudiante que organice las respectivas edades de los hermanos de acuerdo a la condición requerida.	Dos de las respuestas eran descartables por no cumplir la condición dada en la pregunta. Y la otra opción genera confusión por el orden establecido.
2	En este ítem se recurre a la variación de cantidades, con los datos establecidos deben predecir el resultado.	Entre las opciones de respuesta los números naturales tienden a seguir un patrón de finalización en 0 o 5.
3	Se acude a la definición básica de fracción y su representación gráfica, en un enunciado con un lenguaje cotidiano donde se pide asociar la situación enunciada con un esquema gráfico.	Para las opciones de respuestas se presentan gráficas, en donde las secciones que dividen la unidad son diferentes en una de ellas no son trozos iguales y en otra de ellas se dividió menos cantidades de las que enunciaba el denominador; dejando para el análisis de acuerdo a la condición de la pregunta dos opciones con la misma cantidad de porciones.

4	<p>Se basa en el concepto de fracción y su representación gráfica implícito en el lenguaje cotidiano, donde se pide asociar la situación enunciada con un esquema gráfico.</p>	<p>Para las opciones de respuestas se presentan gráficas, entre las opciones de respuesta, había dos descartables por no cumplir la división en partes adecuadas de acuerdo con el enunciado. Dejando para el análisis de acuerdo a la condición de la pregunta dos opciones con la misma cantidad de porciones.</p>
5	<p>Se muestra una imagen con una construcción en bloques donde no son visibles algunas de las piezas que la conforman, se pide hallar el total de bloques que forman la figura.</p>	<p>Una de las opciones representa el número de bloques visibles, dos de las opciones son descartables porque no alcanzan la cantidad mencionada anteriormente. La opción correcta contempla la cantidad de bloques que conforman la figura tanto si son o no visibles.</p>
6	<p>Se muestra una figura con un patrón de cartas de naipe en el que se pide escoger la carta que cumple el patrón.</p>	<p>Una de las respuestas se descarta por no cumplir con el número que daba continuidad a la secuencia, las tres opciones restantes quedan al análisis para seleccionar la figura adecuada para completar el patrón.</p>

7	Se aborda la concepción patrón numérico, en donde hallar la operación adecuada para encontrar el término siguiente.	Se establecen cuatro opciones de operación (suma, resta, multiplicación y potenciación) teniendo en cuenta el último término de la secuencia dada.
8	Se estudia el concepto de proporcionalidad en una situación cotidiana, donde se pide analizar los datos presentados en una tabla para predecir posibles resultados comparando magnitudes como la cantidad de vasos de gaseosa y la cantidad que se requiere para llenarlos.	Se tuvo en cuenta que las opciones de respuesta cumplieran la condición de ser múltiplos de 250.
9	Atiende a la definición de fracción y el uso de los sistemas de representación a partir de un enunciado con lenguaje cotidiano, donde se pide relacionar la situación propuesta con un esquema gráfico.	En las opciones de respuestas se presentan gráficas, entre las opciones de respuesta había dos descartables por no cumplir la división en partes adecuadas de acuerdo a lo enunciado. Admitiendo dos opciones para el análisis, teniendo en cuenta la condición de la pregunta las opciones tienen la misma cantidad de porciones divididas.
10	Aborda el concepto de fracción de una cantidad a partir del problema planteado, dónde se requiere relacionar correctamente	Las opciones de respuesta cumplen la condición de ser múltiplos de 10 lo que genera un poco de confusión y no se

	<p>las cantidades enunciadas en el problema para luego determinar la fracción requerida.</p>	<p>pueden descartar opciones fácilmente si no se aplica adecuadamente el procedimiento requerido.</p>
11	<p>Trata el concepto de proporcionalidad para lo que requiere del proceso de abstracción de la información dada en el problema.</p>	<p>Entre las opciones dadas la de menor cantidad es descartable porque no tiene relación alguna con el enunciado, las otras tres se justifican fácilmente como respuesta, si no se realiza el procedimiento y análisis adecuado de la información dada.</p>
12	<p>Trabaja la concepción de los sistemas de representación a partir de un enunciado en lenguaje cotidiano, se requiere la comprensión de la información suministrada para realizar los cálculos correctos y escoger la tabla correspondiente.</p>	<p>En las respuestas se presentan tablas, dos de las opciones son descartables porque no cumplen con la información básica y las otras dos opciones requieren del análisis e interpretación de los datos.</p>
13	<p>Trabaja el proceso de abstracción a partir de una situación cotidiana, requiere del análisis de la información para encontrar los productos que cumplan la relación de cantidad vs mínimo costo.</p>	<p>En las opciones de respuesta la diferencia de costos que se establecen no es muy variada requiere de la comprensión adecuada de cantidad vs mínimo costo, para seleccionar la opción correcta.</p>

14	Aborda el concepto de ecuación desde un problema cotidiano. Se le pregunta al estudiante el valor de una incógnita que requiere la relación de diferentes operaciones para determinar su valor.	En las opciones de respuesta se tuvo en cuenta que fueran números divisibles entre 2 de modo que cumplieran siempre con la primera condición y analizaran la segunda condición, cuyo análisis depende de la interpretación de la información dada.
15	Se aborda el concepto de proporcionalidad en una situación cotidiana, donde se pide analizar los datos presentados en una tabla para predecir posibles resultados comparando magnitudes como la cantidad de paquetes y el costo.	En las opciones de respuesta dos eran descartables por ser datos que ya se encuentran en la tabla y de las dos restantes una excede los valores que se encuentran en la información suministrada, requiere de la relación adecuada entre las magnitudes.
16	Trata el concepto de ecuación a través de un problema cotidiano. Se le pregunta al estudiante el valor de una incógnita que requiere la relación de diferentes operaciones para determinar su valor y la interpretación de lenguaje algebraico.	Dos de las opciones son descartables porque no cumplen las condiciones indicadas, las restantes deben analizarse puesto que una de ellas es la que cumple las condiciones dadas y requieren de interpretación algebraica.
17	Aborda la temática de proporcionalidad directa e inversa a partir de un lenguaje cotidiano, para lo que se pide analizar el	Las opciones de respuesta cumplen las condiciones de ser divisibles por 3 o 5, cantidades semejantes a los datos

	comportamiento de las magnitudes de acuerdo al problema planteado.	suministrados que requieren del análisis de las magnitudes para determinar si estas aumentan o disminuyen.
18	Trabaja el proceso de abstracción a partir de una situación cotidiana, requiere de la interpretación de las propiedades y la relación de los números y sus propiedades.	Los valores de las opciones de respuesta son posibles divisores de los datos dados en el problema, se requiere de la comprensión de los criterios de divisibilidad para el análisis de las opciones.
19	Aborda el concepto de proporcionalidad para lo que requiere del proceso de abstracción de la información dada en el problema.	Dos de las opciones de respuesta son descartables por ser valores cercanos al dato dado en el problema, entre las opciones restantes se debe interpretar adecuadamente la información puesto que son el valor y el doble del valor dado en el problema.
20	Trabaja el proceso de abstracción a partir de una situación cotidiana para predecir resultados, requiere de la interpretación de las propiedades y la relación de los números y sus propiedades.	Teniendo en cuenta la información suministrada en el problema dos de las opciones son descartables porque corresponden a más de la mitad del costo total suministrado en el enunciado. Admitiendo dos opciones

	para el análisis, teniendo en cuenta la condición de la pregunta.
21	<p>Se aborda el concepto de equivalencia para trabajar en la comprensión de las ecuaciones a través de un problema con modelación cotidiana, se requiere que el estudiante analice y comprenda el sentido de equivalencia.</p> <p>Para las opciones de respuesta se muestran pequeñas figuras que representan números consecutivos que cumplen fácilmente el ejercicio implícito en el problema, se debe analizar el concepto a trabajar para seleccionar la opción correcta que cumpla con el concepto de equivalencia.</p>

A partir del instrumento ya diseñado, se realizó un proceso de aplicación en dos momentos específicos: a) empezando el proceso de investigación con un diagnóstico con el fin de identificar las debilidades u obstáculos cognitivos presentes en los estudiantes; b) después de seis semanas se volvió a aplicar esta prueba de conocimiento a los estudiantes, para evaluar la eficacia de las intervenciones pedagógicas.

3.5.3 Intervenciones pedagógicas

En esta fase se realizó trabajo de campo, en el que se inicia con el reconocimiento de factores que no permiten el desarrollo del pensamiento variacional en el grado quinto de la Sede 3 de la institución educativa, tomando como referente los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional. Seguido se aplica un test para determinar los pre saberes de los estudiantes en torno al pensamiento variacional, cuyos resultados son la base para la elaboración de las intervenciones pedagógicas mediadas por un proyecto de aula. Finalmente, se emplea

nuevamente el test para realizar una comparación a través de la estadística descriptiva y así evaluar el efecto de las intervenciones pedagógicas en la muestra de estudiantes.

Tabla 3: Estructura cronológica del trabajo de campo.

Semana	Descripción
Semana 1	Etapa diagnóstica, se realiza el reconocimiento del grupo la organización del tiempo y los lugares de trabajo, la aplicación del test de conocimiento para determinar los pre saberes además se realizó la presentación del proyecto de aula del crecimiento de la planta y las fichas de registro para el proceso.
Semana 2	Se ejecuta la intervención pedagógica 1, cuyo propósito es interpretar y analizar el patrón de cambio presente en situaciones de la vida cotidiana. Para ello, se propone un problema de la vida real para el cual se hace una representación concreta y posteriormente se realiza la modelación pictórica que les permite comprender el concepto y la forma de hallar un patrón de cambio. De igual forma, se plantean ejercicios de refuerzo para trabajo grupal e individual. Adicionalmente, cada niño realiza la siembra de la semilla de frijol y le asignaron un nombre a la planta.
Semana 3	Se realiza la intervención pedagógica 2, cuyo propósito es identificar la variable dependiente e independiente y representar gráficamente la información contenida en tablas. A partir, de material concreto se desarrolla un ejercicio planteado para la modelación y explicación de la forma como se construyen las gráficas a partir de los datos

registrados en una tabla o de tablas a las que le hacían falta algunos datos. Así mismo, continuando con el proyecto de aula los estudiantes debían realizar el mismo ejercicio registrando en la ficha la altura de la planta en función del tiempo transcurrido.

Semana 4

En la intervención pedagógica 3, se busca que los estudiantes comprendan el concepto de ecuación por medio del uso de la balanza y la solución a problemas contextualizados. Se propone un problema cotidiano para que lo solucionen los estudiantes, seguido a través de material pictórico y de la modelación se comprueban los resultados dados por ellos, construyendo de esta forma el concepto de ecuación. Se continúa con el registro de datos en la ficha, se les pide que planteen una ecuación que determine la diferencia en el crecimiento de la planta con respecto a la semana anterior y además que realicen la representación pictórica.

Semana 5

En la intervención pedagógica 4, cuyo propósito es analizar y resolver problemas contextualizados que impliquen las ecuaciones. Se elaboró una guía con una serie de pasos para dar solución a un problema propuesto por medio del método de Pólya, posteriormente se realiza una retroalimentación para que continúen con el desarrollo de los ejercicios adicionales. Además, se indujo a los estudiantes a que plantearan ecuaciones que implicaran los datos de registro del crecimiento de la planta.

Semana 6	Etapa de evaluación, se aplica nuevamente el test de conocimiento para determinar el impacto de las intervenciones pedagógicas respecto al pensamiento variacional en la muestra de estudiantes y para finalizar se realiza un compartir como despedida y agradecimiento por la participación.
----------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

3.5.4 Etapa de evaluación del impacto pedagógico

En esta etapa de la investigación, se procedió a aplicar al grupo de estudiantes nuevamente la prueba de conocimientos, con el fin de poder contrastar los resultados de la misma en dos momentos diferentes de tiempo (antes y después de las intervenciones pedagógicas). Se recurre a la estadística inferencial para determinar si existen diferencias significativas entre las calificaciones obtenidas por los estudiantes en las dos mediciones realizadas, esto se logra al aplicar la prueba de hipótesis de diferencias de medias para muestras pareadas.

3.5.5 Técnicas de análisis de datos

En esta investigación para dar solución al problema planteado se establecieron cuatro objetivos, tres de estos específicos. Para el procesamiento de la información obtenida en cada uno de estos objetivos, se realizaron diferentes procesos abordando el primer objetivo con un estudio comparativo del contenido de los Lineamientos de Ministerio de Educación Nacional y el Plan de Área de la institución educativa, con el fin de contrastar la información y determinar los parámetros de cumplimiento de la institución respecto a los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y específicamente del pensamiento variacional.

Así mismo, para determinar la efectividad de las intervenciones pedagógicas se recurre a la ingeniería didáctica ya que nos permitió una validación interna con el apoyo del test de conocimiento, en este caso se hace una comparación de las puntuaciones obtenidas en cada medición y se recurre a la estadística descriptiva para analizar los resultados de dichas mediciones y se emplea la estadística inferencial para realizar una prueba de hipótesis de diferencia de medias para muestras pareadas, teniendo en cuenta que las mediciones se realizaron al iniciar y finalizar el proceso con los estudiantes.

4. Análisis e interpretación de resultados

Los resultados serán organizados atendiendo al orden de los objetivos específicos trazados para esta investigación, por ello se inicia con la comparación entre lo planteado por el Ministerio de Educación Nacional y lo que se estipula en el Plan de Área de Matemáticas de la institución educativa, posteriormente un estudio de fortalezas y debilidades reflejadas en las intervenciones pedagógicas realizadas y finalmente un análisis de los resultados de la prueba diagnóstica aplicada a la muestra de estudiantes comparada con los resultados de la aplicación del mismo test después de las intervenciones pedagógicas.

4.1 Paralelo entre lo planteado por el Ministerio de Educación y estipulado en el Plan de Área de Matemáticas en la institución educativa

A continuación, se presenta un paralelo entre lo planteado por el Ministerio de Educación Nacional para la orientación del aprendizaje de las matemáticas y del pensamiento variacional, y la manera como se llevan a cabo dichos procesos desde lo estipulado en el Plan de Área de la Sede 3 de la institución educativa, ya que no fue posible observar la práctica del docente en el aula debido a la pandemia.

Tabla 4

Paralelo entre lo planteado por el MinEducación y lo implementado en la institución educativa.

Ministerio de Educación	Institución Educativa
A nivel general de la enseñanza de matemáticas	
1. Desarrollo de los cinco pensamientos: numérico, métrico, espacial, variacional y aleatorio.	El colegio tiene en su plan de trabajo la separación del área de matemáticas en las asignaturas de geometría, estadística y

	<p>aritmética, no se asocian los pensamientos ni se hace transversalidad entre ellos, se trabajan de forma individual.</p>
<p>2. Desarrollo de competencias matemáticas</p>	<p>El ministerio de educación propone una serie de competencias básicas, que el estudiante debe desarrollar dependiendo de su ciclo escolar, sin embargo, las en el Plan de Área se orientan por textos (libros) para la enseñanza y guías mediante este procedimiento se logra un aprendizaje memorístico, como consecuencia los estudiantes no adquieran habilidades y a su vez no desarrollan las competencias mínimas requeridas.</p>
<p>3. Trabajo con procesos matemáticos: razonamiento, comunicación, modelación, ejercitación y solución de problemas.</p>	<p>En la institución educativa se da énfasis en las propuestas de trabajo a los procesos matemáticos como el razonamiento, la comunicación y la ejercitación, sin embargo, no se enfatiza en la modelación y resolución de problemas. En sus propuestas no implican aplica ninguna estrategia sugerida por el</p>

	ministerio de educación como Pólya o modelación por barras.
4. Partir de situaciones de aprendizaje significativas y comprensivas de las matemáticas.	Por motivos de la pandemia COVID-19 la forma de trabajo que implementó la institución educativa fue la modalidad virtual con herramientas como Classroom y WhatsApp, medios a través de los cuales el docente comparte guías y talleres y de la misma forma los estudiantes las envían resueltas; antes de la emergencia sanitaria los estudiantes venían de un aprendizaje tradicionalista como se destaca en las propuestas del Plan de Área.
5. Diseñar procesos de aprendizaje mediados por escenarios culturales y sociales.	El grupo de quinto grado del colegio está comprendido por 28 estudiantes, a pesar de que la institución educativa es semirural y cuenta con espacios grandes para desarrollar actividades que implican el contexto o el entorno en su aprendizaje, en la forma como abordan las temáticas de acuerdo con lo propuesto no implican el contexto de los estudiantes.

6. Fomentar en los estudiantes actitudes de aprecio, seguridad y confianza hacia las matemáticas	<p>En el Plan de Área las clases de matemáticas del grado quinto en la no definen una estructura en la que se diferencien los diferentes momentos que permitan llevar una secuencia en la construcción del aprendizaje, que requiere del inicio con una exploración de pre saberes que permita identificar las experiencias que traen los niños con el aprendizaje a tratar, por ello no es posible determinar si las nociones previas que traen son correctas o erradas, lo que puede generar posibles confusiones en los niños, causando sentimientos de frustración y apatía hacia las matemáticas.</p>
7. Vencer la estabilidad e inercia de las prácticas de la enseñanza	<p>En las propuestas del Plan de Área no definen un proyecto de transversalidad en la enseñanza de las matemáticas del grado 5 en la institución educativa, esto lleva a que no se desarrollen procesos dinámicos en su formación integral que permitan el desempeño en las otras dimensiones del</p>

	<p>ser humano. La implementación de los textos se enfoca en los procesos memorísticos y de ejercitación.</p>
<p>8. Aprovechar la variedad y eficacia de los recursos materiales (soportes materiales o virtuales) implementación de las TIC</p>	<p>En las propuestas del Plan de Área la institución no media el aprendizaje con el contexto ni la implementación de materiales concretos en las clases. En el caso de las clases virtuales, no todos los estudiantes cuentan con recursos que les permitan el acceso a esta modalidad, puesto que pocos estudiantes cuentan con medios tecnológicos o el recurso de la internet, las clases son orientadas a través de WhatsApp o la plataforma de Classroom por donde el docente hace llegar las guías o talleres, en el caso de que el estudiante no cuente con ninguno de los recursos anteriormente mencionados, el docente hace llegar las guías impresas hasta la vivienda del estudiante.</p>
<p>9. Evaluar de manera formativa</p>	<p>Mediante esta evaluación se lleva un registro de los avances del estudiante</p>

brindando retroalimentación y alternativas de mejora, en el caso de la institución educativa el proceso de evaluación que proponen es sumativa no tienen en cuenta los avances y logros cualitativamente, que alcanza el estudiante en su proceso sólo los resultado numéricos.

En cuanto al pensamiento variacional

1. Ampliar el estudio de fenómenos de variación en particular cuando se relacionan con proporcionalidad y el uso de las propiedades de los sistemas de números naturales y de las fracciones para construir procedimientos no convencionales con el fin de resolver ecuaciones.

Se presentan situaciones en donde se hace uso de la variación, sin embargo, no se establece el concepto de variación ni de dependencia de variable, según lo evidenciado en el cuaderno de apuntes de los estudiantes se plantea una secuencia de pasos para solución de ecuaciones, pero no hay aplicabilidad que les permita construir gráficas ni tablas. En cuanto a patrones, se manejan secuencias tanto numéricas como geométricas.

4.1.1 Discusión

De acuerdo con la revisión realizada teniendo en cuenta lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional para el proceso de enseñanza de las matemáticas y el pensamiento variacional en contraste con lo estipulado por la institución educativa en el Plan de Área de Matemáticas, encontramos que existe una brecha grande ya que no hay coherencia entre lo estipulado en los Lineamientos Curriculares, los Estándares Básicos de Competencias, los Derechos Básicos de Aprendizaje y lo que se realiza en el colegio; principalmente en la básica primaria, ya que muchos de los aspectos que establece MinEducación para la formación de niños y jóvenes competentes en matemáticas, no se llevan a cabo o se realizan de manera incompleta.

Inicialmente se observa una ruptura de lo sugerido por el Ministerio, quien propone el desarrollo de los cinco pensamientos matemáticos y la respectiva transversalización entre ellos y las demás áreas del saber. En la institución se realiza la separación de asignaturas, es decir, se hace la enseñanza o desarrollo de los pensamientos de manera individual o se agrupan algunos de estos, adicionalmente MinEducación sugiere consolidar el trabajo a través del desarrollo de procesos matemáticos como el razonamiento, la modelación, comunicación, ejercitación y un proceso global denominado resolución de problemas, pero en el colegio hay un esquema estático que se basa en la implementación de libros y textos en ocasiones obsoletos que no tienen en cuenta dichos procesos, ni mucho menos el desarrollo de competencias. Estos libros sirven para la ejercitación y comunicación de resultados, pero no establecen situaciones en donde se requiera el uso de los demás procesos matemáticos, especialmente la resolución de problemas.

La institución educativa está en una locación semirrural, inmersa en ella hay una granja y cuenta con espacios grandes, en los cuales los docentes pueden orientar sus clases de manera dinámica, lúdica y diferente, se pueden abordar los aprendizajes a enseñar por medio de

problemas retadores mediados por el contexto en el que se encuentran, partiendo de la manipulación de objetos concretos, recurriendo a la modelación pictórica y logrando así que se llegue a la abstracción. Sin embargo, estos procesos se realizan de manera memorística y algorítmica, aprovechando muy poco los espacios y materiales físicos con los que cuentan.

La implementación de recursos tecnológicos de la información y la comunicación (TIC) no se evidencian en las propuestas de trabajo, ya que no cuentan con los suficientes para que todos los estudiantes los manipulen. Por ello, el modelo por cual se guían es muy orientado hacía lo tradicionalista, con un leve enfoque hacía la construcción del aprendizaje.

Actualmente, con la crisis mundial ocasionada por el COVID-19, se implementó la modalidad virtual para la enseñanza, pero debido a los bajos recursos de los estudiantes y la situación de ruralidad de algunos de ellos, muy pocos niños cuentan con medios que les permitan conectarse a una clase en vivo con el respectivo docente, muchos de ellos cuentan con equipo de telefonía móvil, pero no todos tienen acceso a la internet, por esta razón el trabajo se hace por medio de WhatsApp o Classroom donde el docente envía guías y talleres de trabajo y así mismo los estudiantes los reenvían resueltos como se evidencia en el (Ver anexo 12) situación que pone en decadencia el proceso de enseñanza y aprendizaje, pues muchos de los niños no logran hacer comprensión a través de estos medios y la deserción escolar en este último año aumentó.

No se encontró en dicho documento evidencia de que las clases se estructuren en los diferentes momentos esenciales para un desarrollo adecuado de los aprendizajes, proceso que requiere de una exploración de los preconceptos que traen los estudiantes para que posteriormente puedan realizar el proceso de modelación del conocimiento y así se logre la abstracción matemática lo que permite esclarecer si los pre saberes de los estudiantes están o no errados, generando posibles confusiones en estos. Lo enunciado anteriormente, sumado a la poca

dinámica y a la falta de recursos tecnológicos para mediar la enseñanza, causa en los niños sentimientos de apatía hacia las matemáticas y encuentran tediosa la asignatura ya que no vivencian experiencias novedosas, que les permitan involucrar el contexto en el que está inmerso su aprendizaje.

Por otro lado, es necesario que los procesos de evaluación se lleven a cabo de manera formativa, de esta forma deben identificarse los estándares que se hayan alcanzado y en cuales se debe retroalimentar y enfocar para que un estudiante desarrolle lo mínimo que establece Ministerio, de acuerdo a su ciclo escolar. De esta manera, se debería llevar un seguimiento de los avances que el estudiante presenta, para determinar el grado de dominio que tendría sobre los aprendizajes y en qué medida se debe ir avanzando. El proceso de evaluación analizado desde el Plan de Área, se establece de manera sumativa donde no tienen en cuenta la autoevaluación o retroalimentación de acuerdo con los resultados que obtengan sólo toman en cuenta los resultados numéricos.

Para el grado quinto, los Derechos Básicos de Aprendizaje respecto al pensamiento variacional plantean la solución de ecuaciones haciendo énfasis en el uso de gráficas y tablas para su planteamiento y posterior resolución, dónde se establezca claramente la dependencia de variables y esto permita abordar con mayor facilidad el proceso general de resolución de problemas. El enfoque evidente en las actividades propuestas apunta a los procesos de ejercitación y razonamiento en niveles básicos como se evidencia en (Ver anexo 13), por esta razón no se logra el desarrollo del pensamiento variacional, simplemente se hace una memorización de los pasos para resolver una ecuación, usando muy pocas tablas y sistemas de representación que les permitan a los estudiantes comprender cuál variable depende de la otra; si este proceso se lograra de manera efectiva en los grados de la básica primaria sería más fácil la comprensión del álgebra en la secundaria.

Existen investigaciones cuyo objetivo es mostrar lo que realmente se enseña en una clase de matemáticas, cómo se enseña y los instrumentos que se usan para ello, por ejemplo, (Jiménez & Gutiérrez, 2017), en su investigación denominada *Realidades escolares de las clases de matemáticas* realizada en una institución educativa privada de la ciudad de Sogamoso (Boyacá, Colombia), observaron y entrevistaron a un grupo de docentes y estudiantes de primaria, encontrando que muchos de los profesores se guían textualmente por el libro, además no se permiten espacios durante el desarrollo de las clases para el análisis, argumentación y discusión, incluso la mayoría de los docentes que entrevistaron se basan en un modelo tradicionalista y aunque en las encuestas que les realizaron expresan la importancia de “implicar el contexto”, no lo ponen en práctica. Así mismo, en esa investigación no hacen uso de materiales concretos y su enseñanza se basa en el proceso de repetir para memorizar, además evidenciaron la dificultad que presentaron los estudiantes para relacionar los contenidos matemáticos con la vida real.

Por ello, al contrastar dicha investigación con la que se realizó en la sede 3 del Colegio Guillermo Cote Bautista, se encontró que muchas de las brechas entre lo que estipula el Ministerio de Educación Nacional y lo que realmente se desarrolla en las instituciones, es un patrón común en la educación colombiana y que realmente muy pocos docentes autoevalúan sus procesos de enseñanza lo que realmente permitiría una mejora en la calidad de la educación matemática, así mismo desconocen la importancia y eficacia que tiene involucrar el contexto de los niños y jóvenes en los procesos de enseñanza-aprendizaje, para que a partir de éste logren comprender y vislumbren la aplicabilidad que posee las matemáticas dentro de la cotidianidad.

4.2 Análisis de las intervenciones pedagógicas

Con la muestra de estudiantes seleccionada, se realizaron cuatro intervenciones pedagógicas que fueron planeadas con base en los resultados obtenidos de la prueba diagnóstica

aplicada a los niños. A continuación, se realiza un análisis comparable entre las fortalezas y debilidades evidenciadas en cada una de ellas.

4.2.1 *Propósitos de las intervenciones pedagógicas*

A continuación, se presentan los propósitos generales para cada una de las intervenciones pedagógicas derivados de las competencias básicas planteadas por el Ministerio de Educación, las evidencias de aprendizaje que se encuentran estipuladas en las Mallas de Aprendizajes que apuntan al cumplimiento de los Derechos Básicos de Aprendizaje y un propósito de aprendizaje para cada intervención pedagógica que atiende o se relacionan con los demás propósitos mencionados anteriormente.

Tabla 5

Propósitos de las intervenciones pedagógicas.

Intervención pedagógica	Propósito general	Evidencia de aprendizaje	Propósito de aprendizaje
Intervención I (Ver anexo 2)	Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.	Propone patrones de comportamiento numéricos y gráficos.	Interpreta y analiza el patrón de cambio presente en situaciones de la vida cotidiana.
	Analizo y explico relaciones de	Realiza cálculos numéricos, organiza la	Identifica la variable dependiente e

	dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.	información en tablas, elabora representaciones gráficas y las interpreta.	independiente y representa gráficamente información contenida en tablas.
Intervención III (Ver anexo 4)	Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.	Trabaja sobre números desconocidos para dar respuestas a los problemas.	Comprenda el concepto de ecuación por medio del uso de la balanza y de solución a problemas contextualizados.
Intervención IV (Ver anexo 5)	Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas,	Trabaja sobre números desconocidos para dar respuestas a los problemas.	Analiza y resuelva problemas contextualizados que impliquen las ecuaciones.

sociales y de las
ciencias naturales

4.2.2 Fortalezas y debilidades en el desarrollo de las intervenciones pedagógicas

A continuación, se determinan las fortalezas y debilidades que fueron evidentes en el desarrollo de las cuatro intervenciones pedagógicas.

Tabla 6

Fortalezas y debilidades en el desarrollo de las intervenciones pedagógicas.

Intervención pedagógica I	
Fortalezas	Debilidades
<ul style="list-style-type: none"> - La intervención inició con un problema el cual los estudiantes pudieron modelar y solucionar, se planteó una clase diferente a las convencionales, donde se implementó un problema retador, además el juego como estrategia de enseñanza. - Se analizaron e interpretaron patrones tanto geométricos, como numéricos. - Por medio de la intervención I, se logró la transversalización del pensamiento variacional con los 	<ul style="list-style-type: none"> - El espacio físico con el que se contaba para la intervención pedagógica I, era reducido para el desarrollo de las actividades propuestas. Se gestionó con docentes y directores de las diferentes sedes del colegio para la utilización de los espacios físicos con los que cuentan, pero por motivos de la pandemia no fue posible obtener el permiso. - Los materiales disponibles para la modelación del problema eran pequeños, específicamente el tablero, por esta razón se hizo incomodo el

demás pensamientos matemáticos, especialmente el numérico con sus operaciones básicas y en el caso de la modelación del problema, el pensamiento espacial.	<p>proceso de esquematización, la construcción de tablas, entre otros.</p> <p>- El tiempo estipulado para la intervención no fue suficiente pues se hizo refuerzo en la solución y ejercitación de operaciones básicas a los niños que así lo requerían.</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Intervención pedagógica II

Fortalezas	Debilidades
<p>- Los materiales que se trabajaron en la intervención II fueron prácticos, llamativos para los niños y fáciles de manipular, todos los estudiantes lograron utilizarlos en el adecuado orden.</p> <p>- Por medio de la construcción de las tablas y de graficas con materiales concretos, los estudiantes comunicaban dinámica y de forma correcta cual variable dependía de la otra, de acuerdo a las situaciones que se plantearon.</p>	<p>- Para la intervención II se había planteado trabajo cooperativo, para que en grupos manejaran el material concreto, pero por la declaración de pandemia y posterior cuarentena no se pudo trabajar con un grupo grande de estudiantes, por esta razón todos los niños trabajaron con un mismo material, lo que hizo que la actividad se realizara en menos tiempo del que estaba previsto en la planeación.</p>

-
- La conexión de la intervención pedagógica con el proyecto de aula del crecimiento de la planta, actuó como novedad para los niños e hizo que esta fuera del agrado de ellos, permitiéndoles realizar actividades diferentes, que los motivaron a asistir a los encuentros restantes.

Intervención pedagógica III

Fortalezas	Debilidades
<ul style="list-style-type: none"> - Por medio de la balanza se logró representar y visualizar con facilidad una ecuación como una igualdad en la que desconocíamos uno de sus términos y no solamente como un proceso algorítmico. - Algunos de los niños que asistían a los encuentros, lograron plantear ecuaciones respecto al crecimiento de su planta sin solicitar ayuda de las formadoras gracias al trabajo que se logró con el uso de la balanza (material concreto). 	<ul style="list-style-type: none"> - Los materiales concretos utilizados para esta intervención no fueron suficientes para que cada uno de los niños los manipularan, especialmente en el caso de la balanza, puesto que los encuentros normalmente se hacían con máximo de 4 niños y para este día asistieron todos los estudiantes pertenecientes al grupo de trabajo. - En la planeación de la intervención se proponía trabajo cooperativo, pero el grupo con el que se trabajó fue

reducido, además no todos los niños asistían los mismos días a los encuentros, prácticamente las intervenciones se tuvieron que hacer de manera personalizada, o en micro grupos de acuerdo a la disponibilidad que ellos tuviesen, es decir era impredecible saber qué día y que cantidad de ellos asistirían. También era frecuente el cambio de los escenarios de trabajo, pues debíamos tener en cuenta a los niños que vivían en las zonas del campo por lo que debíamos desplazarnos hasta un lugar que fuera cercano para ellos.

Intervención pedagógica IV

Fortalezas	Debilidades
<ul style="list-style-type: none"> - A través de la guía con pasos secuenciales para el planteamiento de ecuaciones algunos niños lograron dar solución a los problemas que se proponían. 	<ul style="list-style-type: none"> - Algunos estudiantes daban solución a los problemas que se presentaron para la intervención IV, pero no realizaban un planteamiento de ecuaciones ni daban solución a estas, por esta misma razón algunos niños

-
- Se logró evidenciar durante la intervención pedagógica los aprendizajes planteados en las 3 intervenciones anteriores, permitiendo que los niños dieran conclusiones acerca del proyecto de aula del crecimiento de la planta, realizando tablas y gráficas acerca del crecimiento de su árbol, determinando la diferencia entre las medidas registradas.
 - Algunos estudiantes alcanzaron el proceso matemático general de resolución de problemas.
-

4.2.2.1 Discusión.

De acuerdo con Touriñán et al, 2010:

Una intervención pedagógica es la acción intencional que desarrollamos en la tarea educativa en orden de realizar con, por y para el educando los fines y medios que se justifican con fundamento en el conocimiento de la educación y del funcionamiento del sistema educativo. (p.19)

Teniendo en cuenta lo anterior, las propuestas de las intervenciones pedagógicas se realizaron a partir de los resultados del test de conocimiento con el fin de reforzar las falencias

que se evidenciaron, en estas intervenciones se mediaban los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, específicamente en el desarrollo del pensamiento variacional por medio de situaciones del contexto de los niños, apoyadas en la manipulación de materiales concretos, atractivos y dinámicos para los ellos. También se proponía el desarrollo de dichas intervenciones por medio de grupos de trabajo cooperativo, conformados por 4 estudiantes, en donde cada uno de ellos cumpliría una función: dinamizador, secretario, relojero, y encargado de materiales. Sin embargo, al llevar en la práctica hubo la necesidad modificar varias cosas propuestas puesto que por la pandemia ocasionada por el COVID-19, no se podían reunir todos los niños en un mismo lugar, ni en un mismo momento, ya que no se permitían aglomeraciones. Por esta razón la mayoría de las intervenciones se desarrollaron de manera personalizada o con grupos muy pequeños de trabajo, desplazando el lugar de encuentro, para que los asistentes de las zonas rurales alejadas pudieran llegar y no presentaran mayor dificultad en la asistencia. Aunque también hubo ocasiones en donde asistían el total de estudiantes y esto actuaba en contra a la planeación pues, por un lado, no se podía trabajar de manera cooperativa porque la estrategia de trabajo no se había implementado desde un comienzo y por otro eran muchos estudiantes para la manipulación de los objetos concretos, algunos niños pudieron hacerlo, otros pocos no lograron realizar el ejercicio completo con el material concreto.

En todas las intervenciones pedagógicas los niños utilizaron materiales que les resultaban novedosos en una clase de matemáticas e hicieron actividades fuera de la rutina que les atraían y hacían que desearan volver a las sesiones restantes, esta fue una de las mayores fortalezas en todas las planeaciones y ejecuciones de las intervenciones, puesto que los niños veían en el juego una oportunidad de aprender. Los materiales como la balanza para el planteamiento y la solución de ecuaciones, permitió hacer una correcta modelación de los aprendizajes a tratar y muchos de los estudiantes lograron llegar a la abstracción. Asimismo, Se trabajaron problemas

mediados por el contexto en el que los estudiantes se encontraban, permitiéndoles hallar la aplicabilidad de las matemáticas dentro de su rutina, más allá del uso de las operaciones básicas.

Otro de los factores que cautivó la atención de los estudiantes fue la mediación propuesta de las “clases” con el proyecto de aula del crecimiento de la planta, ya que les gustaba cuidarla, la regaban cuando asistían a los encuentros, le colocaron su respectivo nombre, acción que les hacía tener sentido de pertenencia con ella, también iban llevando el registro del crecimiento de su planta a través de una ficha, en donde comparaban la altura respecto a la de los días o semanas anteriores. Algunos de los estudiantes por medio de este registro y el trabajo en las intervenciones pedagógicas lograron plantear ecuaciones que referían la diferencia de crecimiento.

En las sesiones se realizó la transversalidad del desarrollo del pensamiento variacional con los demás pensamientos. Por ejemplo, en el numérico se hicieron comprensibles operaciones básicas por medio de materiales concretos, el espacial y métrico se usaron en la modelación de algunos problemas y para llenar la ficha de registro sobre el crecimiento de la planta; se usó el pensamiento aleatorio para realizar de manera ordenada las respectivas participaciones de los niños en las actividades lúdicas. Además, se brindaron espacios para la discusión y la argumentación en el planteamiento y solución de problemas, para que entre todos los asistentes y con la mediación de las ejecutoras de las intervenciones se lograra llegar a las respectivas respuestas correctas.

Cabe destacar que a nivel local, se han realizado proyectos de investigación cuyo objetivo es el desarrollo del pensamiento variacional a través de la planeación de intervenciones pedagógicas, pero en ese caso se ejecutaron con estudiantes de octavo grado del colegio Juan Atalaya de la ciudad de San José de Cúcuta, esta investigación se realizó en el año 2018 por Ordoñez, Gualdrón y Amaya denominada *Pensamiento variacional, mediado por baldosas*

algebraicas y manipuladores virtuales. Las intervenciones que se usaron fueron moderadas por materiales concretos y tecnología, bajo un modelo constructivista.

Se determinó que la mayoría de los jóvenes pertenecientes a la muestra, desconoce términos de variación y dependencia de variables, lo que hace que los procesos algebraicos se dificulten o se lleven a cabo de manera errada. En este sentido, se determina la importancia de desarrollar el concepto de variación y cambio desde las primeras etapas de la escolaridad y así lograr el desarrollo de una cultura variacional para que los grados superiores, su comprensión y usos sean más factibles. Asimismo, dentro de los dos proyectos de investigación se enmarca la importancia en la actualidad de implementar la tecnología en la enseñanza de las matemáticas y especialmente para el progreso del pensamiento variacional.

4.3 Análisis de los resultados de la prueba diagnóstica

Se realizó una prueba diagnóstica a la muestra de estudiantes que constaba de 21 preguntas, donde se hacía necesario la argumentación mediante el conocimiento acerca del pensamiento variacional que tuviesen, empleando procesos matemáticos como la resolución de problemas, comunicación y el razonamiento.

Pregunta 1

Carlos, Juan y María son hermanos. Carlos tiene 25 años, Juan tiene 35 años y María tiene 17 años. ¿Cuál es el orden de los hermanos del menor al mayor?

- A. Carlos - Juan - María.
- B. María - Carlos - Juan.
- C. Carlos - María - Juan.
- D. María - Juan - Carlos.

PREGUNTA 1

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

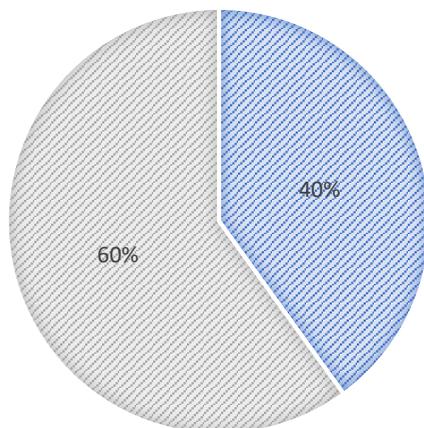


Figura 3: Prueba diagnóstica: problema 1.

Pregunta perteneciente al proceso matemático de comunicación, los estudiantes que acertaron tuvieron lectura comprensiva del problema y de la pregunta como tal. Diferencian y organizan secuencias de manera descendente, el 40% pertenece a los estudiantes que lograron realizar el proceso, el 60% restante no comprendieron el significado “de mayor a menor” e hicieron el proceso contrario, es decir, los organizaron de manera ascendente.

Pregunta 2

Carlos, Juan y María son hermanos. Carlos tiene 25 años, Juan tiene 35 años y María tiene 17 años. ¿Cuál será la diferencia entre las edades de Juan y de Carlos dentro de 15 años?

- | | |
|-------|-------|
| A. 10 | B. 15 |
| C. 20 | D. 25 |

PREGUNTA 2

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

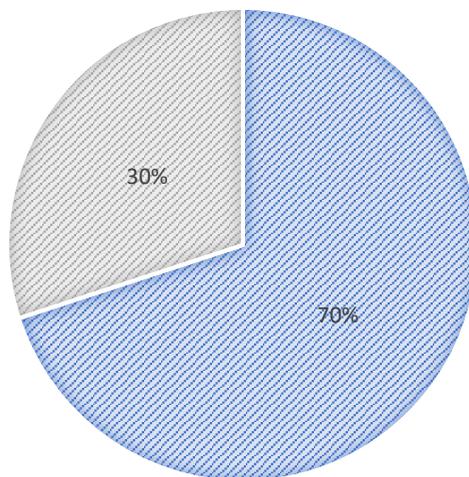


Figura 4: Prueba diagnóstica: problema 2.

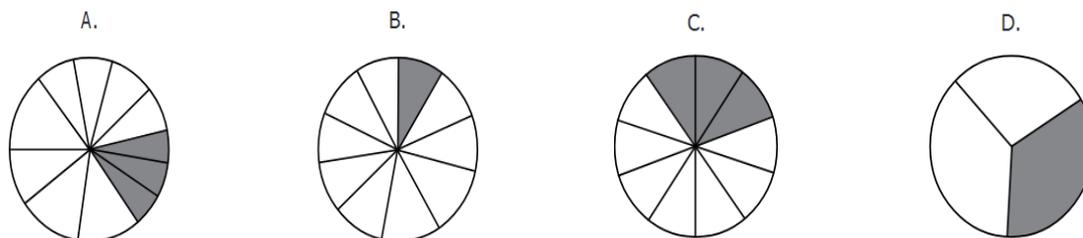
Para el caso de la pregunta 2, (que corresponde al proceso de razonamiento) los niños que pertenecen al porcentaje de equivocación no asocian la palabra “diferencia” con la operación básica de la resta, aunque dicho porcentaje corresponde solamente al 30%, los demás niños el 70% del grupo de trabajo no solo lo relacionaron, sino que dieron correcta solución a la pregunta planteada.

Pregunta 3

Para la fiesta de cumpleaños de Valeria se preparó una torta y se partió en 10 porciones iguales.

Valeria se comió $\frac{3}{10}$ de su torta de cumpleaños.

¿Cuál de las siguientes gráficas representa las porciones de torta que se comió Valeria?



PREGUNTA 3

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

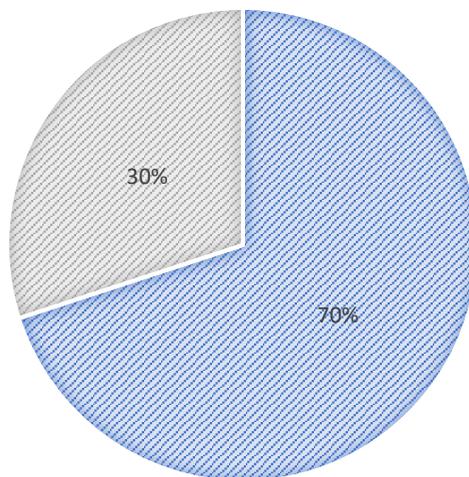


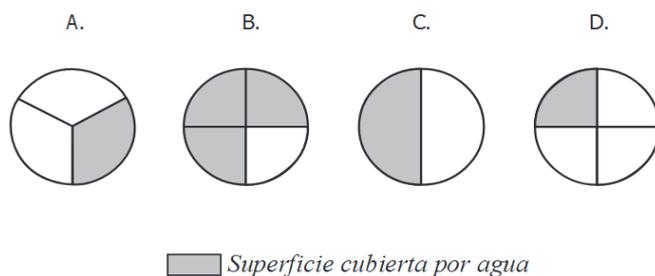
Figura 5: Prueba diagnóstica: problema 3.

La mayoría de estudiantes relacionaron la respectiva fracción con su gráfica, comprenden en gran parte los elementos de una fracción y relacionan el denominador como las partes en las que se divide la unidad y el numerador como las partes de la unidad que se toman, por esto un 70% de los estudiantes dieron la correcta respuesta, sin embargo, un 30% erró al seleccionarla. Esta pregunta correspondía al proceso matemático comunicación.

Pregunta 4

Las $\frac{3}{4}$ partes de la superficie del planeta Tierra están cubiertas por agua.

¿En cuál de las siguientes gráficas se representa la superficie del planeta Tierra cubierta por agua?



PREGUNTA 4

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

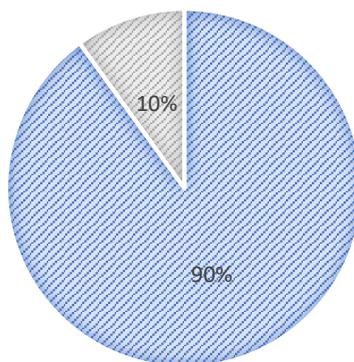
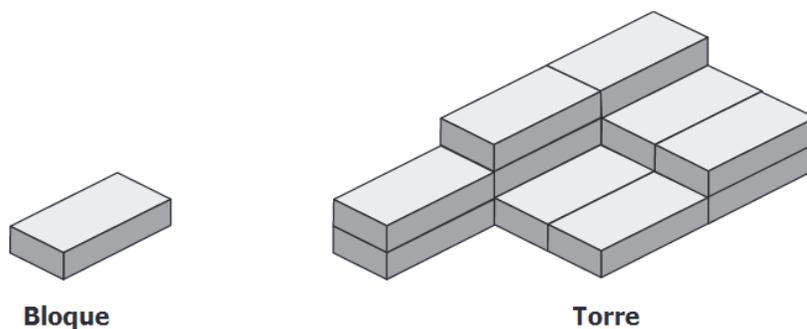


Figura 6: Prueba diagnóstica: problema 4.

Para el caso de la pregunta 5, en donde el proceso que se debía usar era comunicación, casi la totalidad del grupo de estudiantes (90%) comprende y elabora gráficas de fracciones propias, además las relaciona con su respectivo lenguaje matemático como mitad, tercera parte, cuarta parte entre otros, solo un 10% aun no hace esta relación.

Pregunta 5

Con bloques de madera iguales, se construyó una torre como la que se muestra en la siguiente figura:



¿Con cuántos bloques se formó la torre?

PREGUNTA 5

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

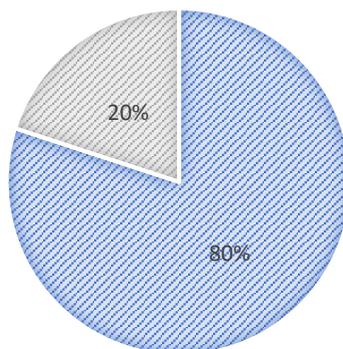
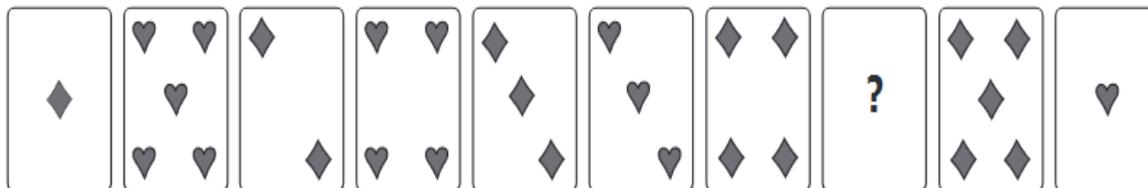


Figura 7: Prueba diagnóstica: problema 5.

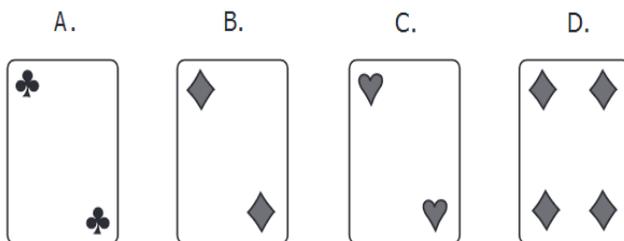
El porcentaje de acierto para la pregunta 5 corresponde a 80%, la mayor parte del grupo de trabajo comprendió que aunque visualmente no se veían todos los bloques, estos hacían parte del esquema o gráfico representado. Los estudiantes que pertenecen al porcentaje de equivocación (20%) simplemente contaron los bloques visibles del esquema e ignoraron los que no se mostraban explícitamente. En esta pregunta se exigía el uso del proceso matemático comunicación.

Pregunta 6

Observa la siguiente secuencia de números y figuras en las cartas:



¿Cuál carta debe colocarse en lugar del signo de interrogación para mantener la secuencia?



PREGUNTA 6

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

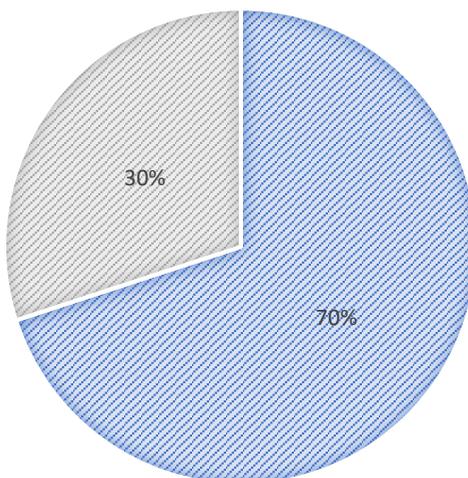


Figura 8: Prueba diagnóstica: problema 6.

Esta pregunta corresponde al proceso matemático de razonamiento, en cuanto a los resultados de ella el 70% de los estudiantes del grupo de trabajo identificaron el patrón con las imágenes que se presentaba en el problema y hallaron en la secuencia el término gráfico que hacía falta, tan solo un 30% no logró hacerlo y seleccionaron las opciones equivocadas.

Pregunta 7

Observa las siguientes secuencias de números:

Secuencia I: 5, 10, 20, 40, 80, 160,...

Secuencia II: 1, 3, 5, 7, 9, 11,...

¿Cuál de las siguientes operaciones se puede efectuar, para hallar el número que sigue en la secuencia II?

- | | |
|-----------------|-------------|
| A. $11 \cdot 2$ | B. $11 + 2$ |
| C. 11^2 | D. $11 - 2$ |

PREGUNTA 7

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

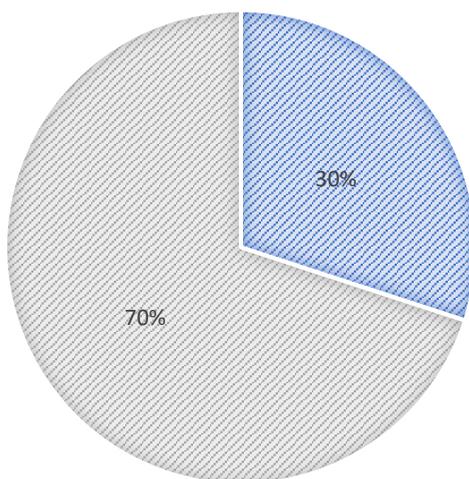


Figura 9: Prueba diagnóstica: problema 7.

En el caso de la secuencia numérica que se presenta en la pregunta 7 y correspondiente al proceso matemático de razonamiento, pocos estudiantes hallaron el patrón con el que se podía encontrar los términos siguientes, correspondientes al conjunto de datos mostrados en el problema. Solamente un 30% de los niños logró determinar la continuación de la secuencia.

Pregunta 8

En un restaurante, a la hora del almuerzo sirven la gaseosa en vasos de la misma forma y tamaño. En la tabla se presenta la cantidad de gaseosa que sirven en 2, 3 y 4 vasos llenos.

Número de vasos	Cantidad de gaseosa en centímetros cúbicos (cm^3)
2	500
3	750
4	1.000
⋮	⋮

¿Qué cantidad de gaseosa se necesita para llenar 7 vasos?

- A. 1.250 cm^3 . B. 1.500 cm^3 .
C. 1.750 cm^3 . D. 2.250 cm^3 .

PREGUNTA 8

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

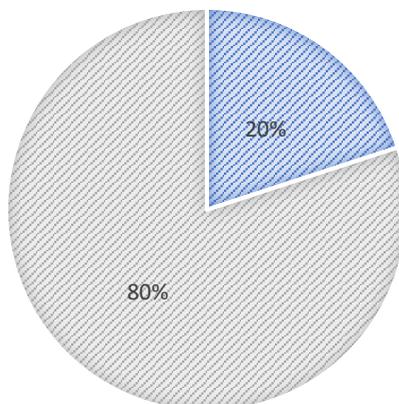


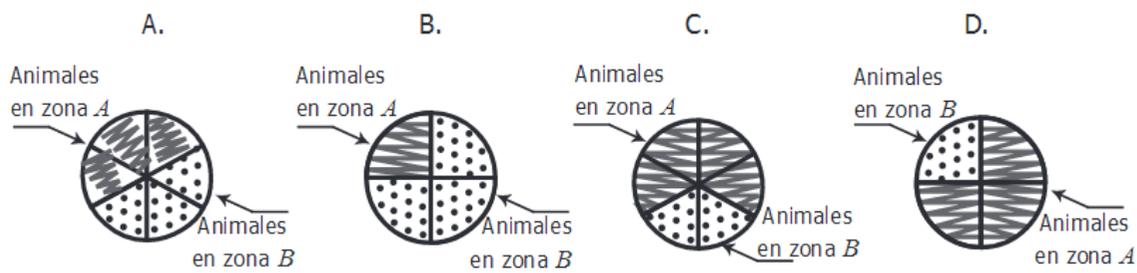
Figura 10: Prueba diagnóstica: problema 8.

Muy pocos estudiantes (20%) lograron a partir de los datos mostrados en la tabla encontrar la cantidad necesaria de líquido para dar solución al problema, no identificaron la constante que les permitiría hallar la cantidad de líquido para llenar los vasos que se requerían. En este caso el proceso mediante el cual se debía argumentar era resolución de problemas.

Pregunta 9

En una finca hay 600 animales distribuidos en dos zonas, zona \mathcal{A} y zona \mathcal{B} . De los 600 animales, $\frac{4}{6}$ está en la zona \mathcal{A} y el resto de los animales está en la zona \mathcal{B} .

¿Cuál diagrama representa correctamente la distribución de los animales en las dos zonas?



PREGUNTA 9

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

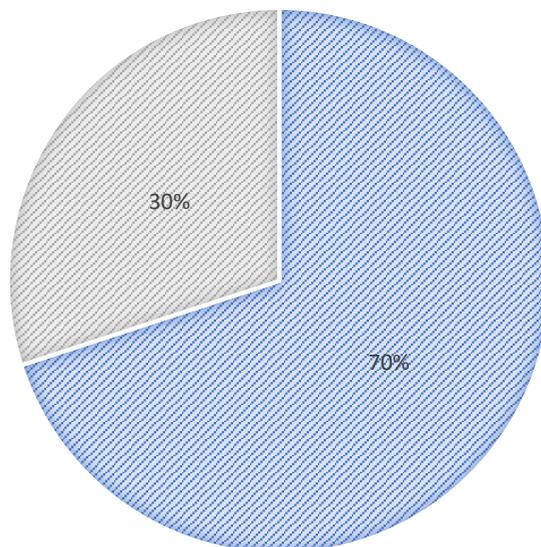


Figura 11: Prueba diagnóstica: problema 9.

En el caso de la pregunta 9, que correspondía al proceso matemático de comunicación, tan solo un 30% de los estudiantes no identificó la relación de la fracción presentada en el problema y su respectiva representación gráfica, el otro 70% lo hizo y seleccionó la respuesta correcta.

Pregunta 10

En una finca hay 600 animales distribuidos en dos zonas, zona \mathcal{A} y zona \mathcal{B} . De los 600 animales, $\frac{4}{6}$ está en la zona \mathcal{A} y el resto de los animales está en la zona \mathcal{B} . Si $\frac{1}{4}$ de los animales que estaba en la zona \mathcal{A} pasó a la zona \mathcal{B} , ¿Cuántos animales están ahora en la zona \mathcal{B} ?

- | | |
|---------------|---------------|
| A. 100 | B. 150 |
| C. 300 | D. 400 |

PREGUNTA 10

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

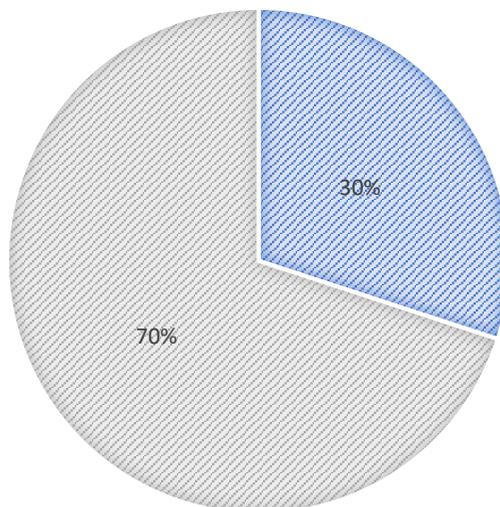


Figura 12: Prueba diagnóstica: problema 10.

Pocos estudiantes (menos de la mitad), comprendieron el concepto de fracción como operador y lo usaron en contextos de la vida cotidiana o problemas que relacionan la variación y el cambio, el 30% que acertó no realizaron el respectivo procedimiento para determinar la opción correcta o lo hicieron de forma incompleta. En este caso el proceso mediante el cual podían dar solución era la resolución de problemas.

De acuerdo con la siguiente información responda las preguntas 11 y 12.

Pregunta 11

Una papelería ofrece la siguiente promoción:



Con \$8.000, ¿cuántos cuadernos de la promoción se puede comprar sin que sobre dinero?

- A. 4 B. 12
C. 8 D. 16

PREGUNTA 11

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

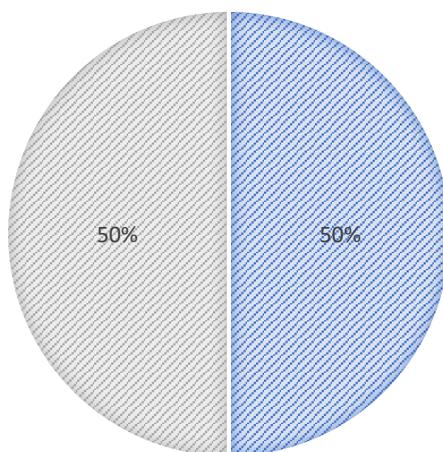


Figura 13: Prueba diagnóstica: problema 11.

La mitad de los estudiantes (50%) quienes realizaron el diagnóstico, utiliza datos presentados en el problema y los somete a cambios para predecir respuestas a futuras variaciones o cambios de dicho problema, la otra mitad del grupo de trabajo solo los somete a

procesos algorítmicos no dando así la respuesta correcta al problema, para este caso el proceso que implícitamente se requería emplear era la resolución de problemas.

Pregunta 12

¿En cuál de las siguientes tablas se muestra el precio correcto de 2, 4, 6 y 8 cuadernos iguales de 50 hojas?

A.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	1.000
4	2.000
6	4.000
8	8.000

B.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	500
4	1.000
6	1.500
8	2.000

C.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	500
4	1.000
6	2.000
8	3.000

D.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	1.000
4	2.000
6	3.000
8	4.000

PREGUNTA 12

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

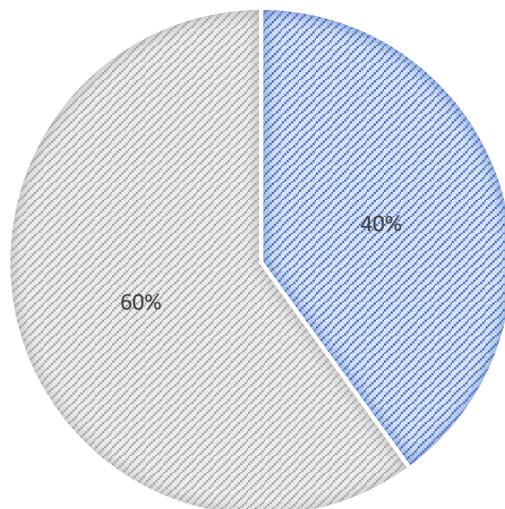


Figura 14: Prueba diagnóstica: problema 12.

Menos de la mitad de los estudiantes (40%) pudo a partir de los datos del problema, perteneciente al proceso de resolución, predecir variaciones para las diferentes cantidades de los objetos que se presentaron, muy pocos los organizaron en una tabla asumiendo y reconociendo la constante de cambio para establecer el precio de la cantidad de artículos que se proponían.

Pregunta 13

Observa el precio de algunos de los artículos que ofrece un almacén de ropa.

<i>Camiseta: \$15.000</i>
<i>Pantaloneta: \$10.000</i>
<i>1 par de medias: \$5.000</i>
<i>Gorra: \$15.000</i>

Nancy quiere comprar en el almacén dos artículos distintos para regalárselos a sus hermanos y ahorrar la mayor cantidad de dinero. ¿Qué artículos debe comprar Nancy?

- A. Una camiseta y una pantaloneta.
- B. Una camiseta y una gorra.
- C. Una gorra y un par de medias.
- D. Una pantaloneta y un par de medias.

PREGUNTA 13

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

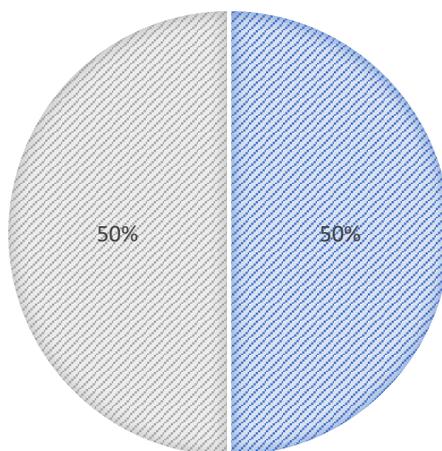


Figura 15: Prueba diagnóstica: problema 13.

El 50% de los estudiantes, a partir de la información presentada y por medio de operaciones básicas determinaron la solución del problema que se puede encontrar en la vida cotidiana, haciendo comprensión de dicho problema y estableciendo comparaciones entre cantidades de objetos y su respectivo precio, esta pregunta se proponía para la implementación del proceso matemático comunicación.

Pregunta 14

Alejandro tenía algunos dulces guardados, se comió la mitad y regaló 2. Ahora tiene 4 dulces. ¿Cuántos dulces tenía guardados Alejandro?

- A. 6 B. 8
C. 10 D. 12

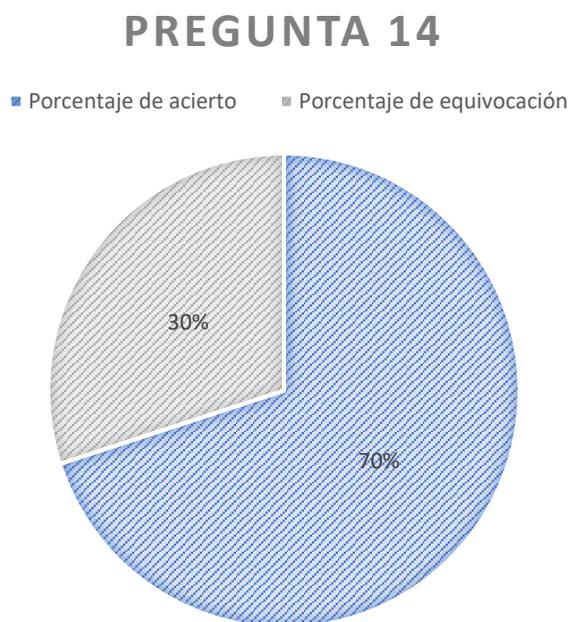


Figura 16: Prueba diagnóstica: problema 14.

La mayoría de estudiantes (70%) utilizan lenguaje matemático, términos como la mitad, tercera parte; además los utilizaron en problemas donde se realizan variaciones a los datos inicialmente planteados, se propuso esta pregunta para que se diera correcta respuesta mediante el proceso matemático resolución de problemas.

Pregunta 15

En la siguiente tabla se presenta información incompleta de los precios de paquetes de dulces en una tienda.

Número de paquetes	Precio
1	
2	\$1.800
3	
4	
5	\$4.500

Si cada paquete de dulces cuesta lo mismo, ¿cuánto valen tres paquetes?

- A. \$1.800 B. \$2.700
C. \$4.500 D. \$6.300

PREGUNTA 15

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

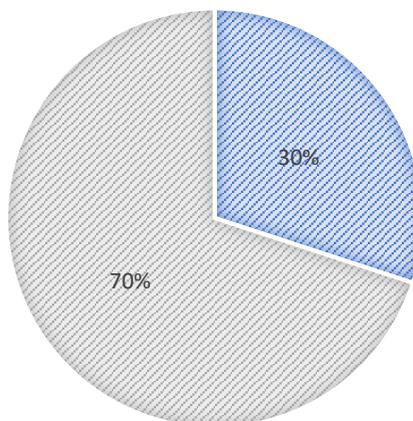


Figura 17: Prueba diagnóstica: problema 15.

En el caso de las tablas en donde los estudiantes debían establecer y predecir los datos de acuerdo a las secuencias dadas y en este caso se proponía el uso de la resolución de problemas

como proceso matemático a enfocarse, pocos estudiantes lograron dar solución y responder adecuadamente; la mayoría quedaron en el porcentaje de equivocación, muchos intentaron dar respuestas, pero no analizaron la razón en la que cambiaba y al realizar la estimación, la hicieron de manera errada.

Pregunta 16

Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas.
- B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas.
- C. Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.
- D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.

PREGUNTA 16

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

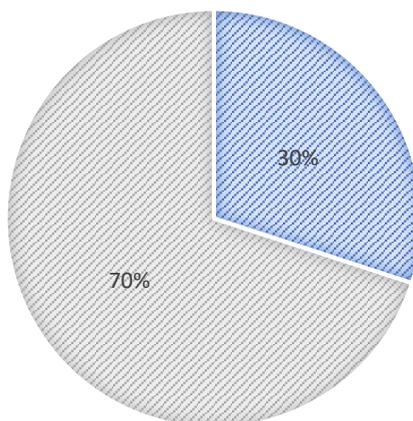


Figura 18: Prueba diagnóstica: problema 16.

Muchos estudiantes intentaron estimar la respuesta y establecieron procesos para “el doble”, pero erraron al no comprender totalmente el problema, es por ello que solo el 30% de los estudiantes lo logró, pero el 70% quedó en el porcentaje de equivocación ya que no plantearon bosquejos o gráficos que les pudieran ayudar en la interpretación del problema. El procedimiento adecuado para la solución se daba a partir de resolución de problemas.

De acuerdo con la siguiente información responda las preguntas 17 y 18.

Pregunta 17

Claudia compró varios metros de cinta, unos de color amarillo y otros de color azul.

Con 15 metros de cinta amarilla, Claudia puede hacer 5 adornos del mismo tamaño, iguales, sin que sobre cinta. ¿Cuántos adornos de los amarillos del mismo tamaño puede hacer con 30 metros de cinta azul sin que sobre cinta?

- | | |
|-------|-------|
| A. 3 | B. 5 |
| C. 10 | D. 15 |

PREGUNTA 17

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

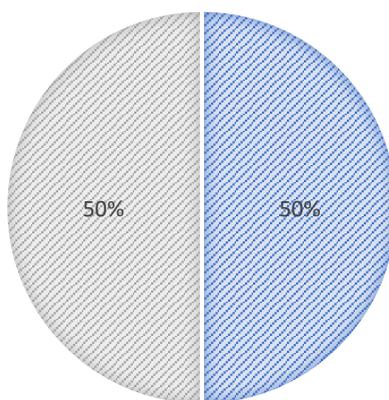


Figura 19: Prueba diagnóstica: problema 17.

Esta pregunta correspondía al proceso matemático resolución de problemas. El 50% de los estudiantes interpretaron de manera acertada el problema e hicieron uso de las operaciones básicas para calcular la respectiva respuesta. Del 50% de ellos, algunos comprendieron adecuadamente, pero realizaron las operaciones básicas de manera equivocada.

Pregunta 18

Claudia tomó 12 metros de cinta amarilla y 20 metros de cinta azul y los cortó de forma que resultaran pedazos del mismo tamaño, no sobrara cinta y fueran de la mayor longitud posible.

¿Cuál es la longitud de cada pedazo?

- A. 3 metros.
- B. 4 metros.
- C. 5 metros.
- D. 6 metros.

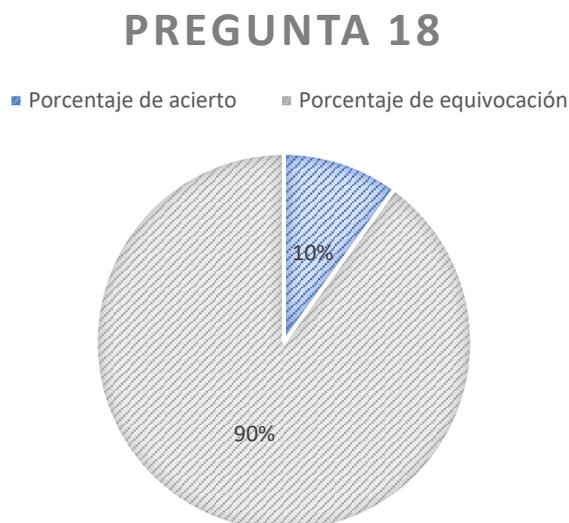


Figura 20: Prueba diagnóstica: problema 18.

Iniciando con la interpretación y continuando con el planteamiento del problema, los estudiantes lo hicieron de manera equivocada, no realizaron bosquejos o gráficos mediante los

cuales se pudieran guiar para dar respuesta. El poco porcentaje que planteo de manera correcta el bosquejo, no dio solución a las operaciones básicas necesarias para llegar a la respuesta correcta. Por ello solo un 10% contesto acertadamente, es decir, un solo estudiante. En este caso se podía modelar y dar solución al problema por medio del proceso matemático de comunicación.

Pregunta 19

De acuerdo con la siguiente información responde las preguntas 19 y 20.

Las boletas de entrada a un zoológico tienen un precio fijo para niños y un precio fijo para adultos. Observa el aviso que hay en la entrada del zoológico.



Según la información del aviso, ¿cuánto pagan 4 adultos y 6 niños por entrar en el zoológico?

- A. \$35.000
- B. \$38.000
- C. \$40.000
- D. \$70.000

PREGUNTA 19

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

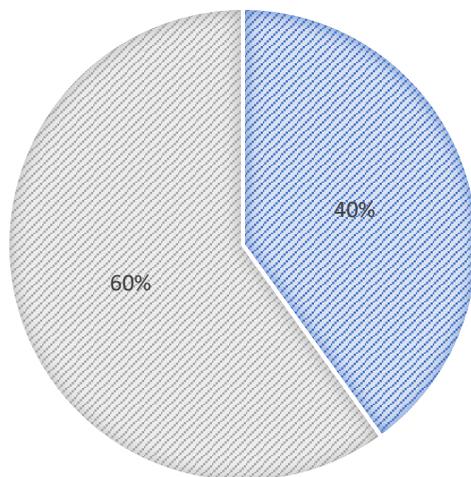


Figura 21: Prueba diagnóstica: problema 19.

En este caso, el proceso para dar solución a la pregunta planteada fue la resolución, pocos estudiantes (40%) comprendieron que el problema 19 trataba de “el doble” de manera implícita, e hicieron estimaciones al azar sin fundamentación y su respuesta fue incorrecta.

Pregunta 20:

El precio de la boleta de un adulto es el doble del precio de la boleta de un niño. ¿Cuál es el precio de la boleta de un niño?

- A. \$5.000
- B. \$7.000
- C. \$20.000
- D. \$25.000

PREGUNTA 20

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

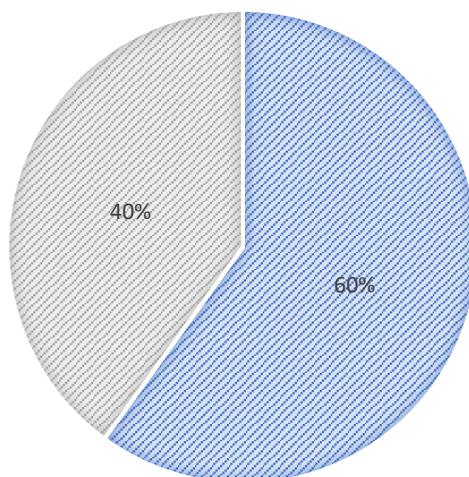


Figura 22: Prueba diagnóstica: problema 20.

La mayoría de estudiantes no lograron establecer un precio unitario para las boletas tanto de niños como de adultos, realizaron mal el planteamiento y por ende la respuesta fue errada. No supieron implementar, ni utilizar operaciones básicas como la división y multiplicación para responder. Sin embargo, un 60% si logró dar respuesta acertada. En este caso el proceso matemático que debían implementar era la resolución.

Pregunta 21

Las esferas colocadas en los platos de la balanza son de diferente material y están marcadas con su masa en gramos.



La balanza está inclinada porque $5 + 4$ es mayor que $2 + 3$. ¿Cuál esfera se debe colocar en el plato de la izquierda para equilibrar la balanza?

- A. ② B. ③
C. ④ D. ⑤

PREGUNTA 21

■ Porcentaje de acierto ■ Porcentaje de equivocación

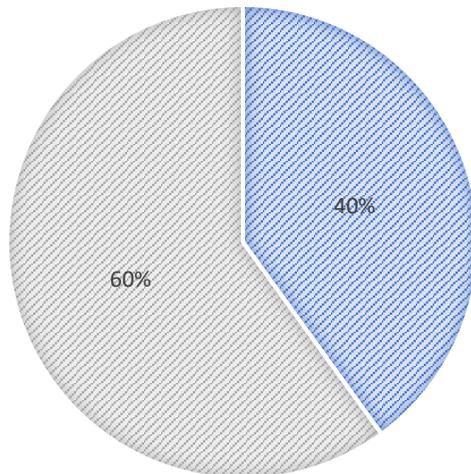


Figura 23: Prueba diagnóstica: problema 21.

La pregunta 21 plantea el uso del razonamiento como proceso matemático. Aunque el 40% de estudiantes seleccionaron la respuesta correcta, pocos comprendieron el concepto de igualdad para emplearla en la solución del problema planteado. El otro 60% no realizó procesos que le permitieran equilibrar la balanza, por ende, su respuesta fue equivocada.

4.3.1 Evaluación del test en dos momentos

Tabla 7

Diferencia de puntuación entre el diagnóstico y post test.

Estudiantes	Diagnóstico	Post test	Diferencia = Post-Diagnóstico
Estudiante 1	11	15	4
Estudiante 2	6	8	2
Estudiante 3	10.5	16	5.5
Estudiante 4	7	12	5
Estudiante 5	2.5	8.5	6
Estudiante 6	10	14	4
Estudiante 7	13.5	17.5	4
Estudiante 8	5	10.5	5.5
Estudiante 9	7.5	14.5	7
Estudiante 10	11.5	13.5	2
Estudiante 11	13.5	17.5	4
Estudiante 12	8	10.5	2.5
Estudiante 13	11	15	4
Estudiante 14	5	10.5	5.5
Estudiante 15	7	12	5
Puntuación			

Se asigna una calificación de un punto si la respuesta es correcta y que el procedimiento realizado sea el adecuado.

Se asigna medio punto si llegó a la respuesta, pero sin procedimiento correcto o procedimiento a medias.

No se asigna calificación si la respuesta es incorrecta.

4.3.2 Prueba hipótesis para medias con muestras pareadas

Se utiliza la prueba de hipótesis para medias con muestras pareadas con el fin de evaluar el impacto de las intervenciones pedagógicas realizadas a una muestra de niños del grado 5, de la Sede 3 del colegio Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo, Norte de Santander. Se realiza la comparación del mismo test, aplicado en dos momentos distintos, uno antes de las intervenciones pedagógicas (pre test) y otro posteriormente (post test).

Hipótesis nula = $H_0: \mu_d = 0$

μ_d = Promedio poblacional de las diferencias entre las dos poblaciones.

d = Diferencia entre las dos muestras: (final -inicial).

\bar{X}_d = Promedio de las diferencias de las dos muestras.

$$H_1: \mu_d > 0 \text{ si } \bar{X}_d > 0$$

$$H_2: \mu_d < 0 \text{ si } \bar{X}_d < 0$$

$$H_1: \mu_d \neq 0$$

Estadística de prueba

$$t = \frac{\bar{X}_d}{S_d / \sqrt{n}}$$

Grados de libertad = $g_l = n - 1$

Promedio de diferencias entre medias pareadas:

$$\overline{X_d} = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{n} =$$

$$\overline{X_d} = \frac{4+2+5.5+5+6+4+4+4+5.5+7+2+4+5.5+4+2.5+5}{15} = 4.4$$

Desviación estándar de las diferencias entre las medias pareadas:

$$S_d = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n d^2} = 1.4540$$

Se calcula t:

$$t = \frac{4.4}{\frac{1.4540}{\sqrt{15}}} = 11.72$$

$$g_l = n - 1$$

$$15 - 1 = 14 \text{ con } \alpha = 0,05$$

$$t_\alpha = 1,761$$

El valor de t que se ha calculado es mayor que t_α , por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula.

Se rechaza H_0 con $\alpha = 0,05$

Se puede decir que, con este nivel de significancia, existe evidencia estadística suficiente para considerar que las intervenciones pedagógicas en la muestra de estudiantes del grado 5 de la Sede 3 del colegio Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo, funcionaron y les permitieron mejorar el desarrollo del pasamiento variacional, así como su desempeño académico

en este pensamiento y en las matemáticas en general, llevando a cabo procesos de descubrimiento de patrones.

4.3.3 Discusión

Se realizó la aplicación de un test diagnóstico a la muestra de estudiantes, que constaba de 21 preguntas sobre el pensamiento variacional y se requería el uso de procesos matemáticos: 10 preguntas requerían el uso del proceso de resolución de problemas, 7 de comunicación y 4 preguntas de razonamiento. Este diagnóstico arrojó como resultados que en promedio del 40% de los niños dio respuesta correcta a las preguntas que proponían la comunicación como proceso, el 47.5 % a las preguntas relacionadas con el razonamiento y el 59% a las preguntas en función de la resolución de problemas.

Con base al análisis de los resultados del diagnóstico, se planearon 4 intervenciones pedagógicas y un proyecto de aula que se adaptó al contexto de los niños y a las necesidades de estos con respecto al pensamiento variacional. Cabe resaltar que en las intervenciones pedagógicas no hubo retroalimentación, se corrigió o se enfatizó en la solución del test diagnóstico, aunque se planearon en base a los resultados no se trabajó explícitamente con los problemas propuestos en la prueba.

Posterior al trabajo de campo y la asociación con el proyecto del crecimiento de la planta para el desarrollo del pensamiento variacional, se aplicó el mismo test obteniendo los resultados mostrados en la Tabla 6 de los cuales se realizó un análisis estadístico mediante prueba de hipótesis para medias con muestras pareadas, evaluando el resultado de la aplicación de las intervenciones pedagógicas a los estudiantes de quinto grado de la Sede 3 del colegio Guillermo Cote Bautista el municipio de Toledo y obteniendo como resultado un valor para “t” que cae en la zona de aceptación y que comprueba que a pesar de las posibles variaciones dadas

a las planeaciones por factores externos como el Covid-19, las intervenciones pedagógicas tuvieron éxito y permitieron el desarrollo del pensamiento variacional, atendiendo a requerimientos hechos por el Ministerio de Educación Nacional, como la inclusión de materiales concretos, la relación entre los cinco pensamientos matemáticos, la modelación y posterior abstracción. Así mismo, se consideró el contexto donde se encontraban los niños, incorporando herramientas y actividades lúdicas que ayudan a que los estudiantes tengan más receptividad hacia las clases de matemáticas, que les exigen a los estudiantes desarrollar competencias y desenvolverse en una sociedad globalizada.

En la investigación de Jiménez et al. (2018), realizada a los estudiantes de 8 grado, del Colegio Juan Atalaya de la Ciudad de Cúcuta, en donde también se aplicó un test diagnóstico y ese mismo test como evaluación de las intervenciones pedagógicas mediadas con tecnologías que ellos realizaron, permitiéndoles a los estudiantes abordar los objetos matemáticos de manera significativa y de esta manera se desarrolló el pensamiento variacional por medio de materiales concretos, permitiéndoles la construcción del conocimiento, lo que se evidenció en los resultados obtenidos en la investigación, en el que la mediación del proceso de aprendizaje por medio de materiales concretos hace más dinámico el ciclo y permiten que haya una asociación entre lo que pasa en las experiencias cotidianas de los estudiantes y lo que la academia permite desarrollar.

Por lo anterior, fue evidente que a través de las intervenciones y el proyecto de aula aplicados en los estudiantes del municipio de Toledo, algunos niños lograron llegar a la abstracción y modelación algebraica de problemas, para dar solución mediante el planteamiento y posterior resolución de ecuaciones y así mismo basarse en el empleo de tablas y gráficas para la comprensión de dichos problemas, permitiendo comprobar que el pensamiento variacional o funcional se puede desarrollar desde los primeros años escolares. Esto ratifica investigaciones

como la de Morales et al. (2018), denominada *relaciones funcionales y estrategias a los alumnos de educación primaria en un contexto funcional*, cuya muestra fueron estudiantes de grado primero primaria y su principal objetivo fue abordar temáticas correspondientes a álgebra con una muestra de 30 estudiantes, implementando problemas a los cuales dieron solución por medio de modelación algebraica orientada por los investigadores, dando como resultado que algunos niños abordaran conceptos de variación y correspondencia de manera acertada.

Mediante el desarrollo de estos procesos en los grados inferiores de la educación se mejoraría el desempeño y comprensión de aprendizajes con respecto a situaciones algebraicas en la básica secundaria.

5. Conclusiones

Teniendo en cuenta el trabajo expuesto anteriormente, se presentan algunas conclusiones relacionadas con cada uno de los objetivos específicos trazados para el desarrollo del proyecto de investigación.

En el proceso de investigación realizado en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo, departamento Norte de Santander, a estudiantes del grado quinto y teniendo en cuenta el primer objetivo, se evidenció que a pesar de las sugerencias (Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencias y Derechos Básicos de Aprendizaje) para la enseñanza de las matemáticas en general y la libertad de cátedra que cada docente tiene atendiendo a las necesidades del contexto, además asumiendo que el pensamiento variacional permea el desarrollo de los demás pensamientos matemáticos, para este caso se excluye la enseñanza de determinados aprendizajes necesarios para este ambiente en específico, así mismo la forma como se lleva a cabo el desarrollo de competencias matemáticas no son los adecuados, ni cumplen con las condiciones establecidas por el Ministerio de Educación, especialmente en el caso del pensamiento variacional, esto se comprueba en la revisión y en la prueba de conocimiento realizada a la muestra de estudiantes.

En cuanto al segundo objetivo, la ejecución de intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar el pensamiento variacional en el grado quinto de educación básica primaria, previamente planeadas, permitieron comprobar que los estudiantes muestran actitud positiva frente a la implementación de materiales concretos y uso de elementos presentes en su contexto para el aprendizaje, generando mejores ambientes de estudio y mostró que se puede lograr participación asertiva por parte de los niños cuando se incentiva el interés y se aprovechan los espacios y recursos con los que se cuenta, además de comprender la aplicabilidad de estos conceptos dentro de su contexto.

En cuanto a la evaluación de las intervenciones e indirectamente del proyecto de aula del crecimiento de la planta, estadísticamente se logró comprobar el efecto e impacto de las mismas, puesto que se comparó los resultados de la prueba de conocimiento aplicada antes y después de las intervenciones pedagógicas, teniendo en cuenta que dicho test no fue retroalimentado ni solucionado durante la ejecución de las mismas, al aplicar estadística inferencial para obtener conclusiones sobre su efecto, los resultados permitieron corroborar que las intervenciones pedagógicas y el proyecto de aula funcionaron y permitieron fortalecer el desarrollo del pensamiento variacional, por ende sus procesos tomando por medio de los factores de análisis de patrones, los sistemas de representación, la abstracción y la generalización de en la muestra de estudiantes seleccionada.

En general se puede concluir que los estudiantes lograron desarrollar más competencias matemáticas enfocadas principalmente en el pensamiento variacional, por esto es preciso decir que los procesos de enseñanza y aprendizaje deben estar relacionados con su entorno, además esto les permite comprender con mayor facilidad su aplicabilidad y uso; asimismo, por medio de materiales concretos, sencillos de manipular y llamativos. Cabe recalcar que si se aprovecharan los recursos y espacios con los que cuenta la institución, los resultados en las pruebas locales mejorarían, así mismo, el desarrollo de competencias en el pensamiento variacional, útil en grados superiores de la educación básica y media.

Referencias bibliográficas

- Acosta, D. H., Jiménez, I. J. & Villar, B. L. (2015). *Actividad para desarrollar el pensamiento variacional en primaria* [Trabajo de grado especialización, Universidad Pedagógica Nacional]. Recuperado de <http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/143/TO-18799.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Arias, F. (1999). *EL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN. Guía para su elaboración*. Episteme, C.A. <https://www.monografias.com/trabajos-pdf/proyecto-investigacion/proyectoinvestigacion.pdf>
- Benítez-Galindo, L. (2016). Evaluación e intervención pedagógica en la formación de docentes. Una acción reflexiva en el aula de clases. *IE Revista de Investigación Educativa de La REDIECH*, 7(12), 42–51. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v7i12.81
- Benjumea, P., Gallego, D., Miranda, N., Montoya, N., & Ocampo A. (2007). *El desarrollo del pensamiento variacional y la formulación de problemas en los grados 2º, 3º, 4º y 9º de la educación básica* (Trabajo de grado, Universidad de Antioquia) Recuperado de <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/928/1/JC/0392.pdf>
- Campeón, M.C., Aldana, E., Villa, J.A., (2018) Ingeniería didáctica para el aprendizaje de la función lineal mediante la modelación de situaciones. *Sophia*, 14 (2), 115-126. <https://revistas.ugca.edu.co/index.php/sophia/article/view/629/1336>
- Carrillo T. (2001) El proyecto pedagógico de aula. *Educere*, 5(15), 335–344.

- Castro, C. C. & Alba, J. A. (2014). *¿Qué está pasando?, ¿qué está cambiando? y ¿qué va a pasar? una estrategia para el desarrollo del pensamiento variacional para el grado de transición* [Trabajo de grado, Universidad de la Sabana]. Recuperado de <https://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/11177/Catalina%20Castro%20Montenegro%20%20%28tesis%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Cubillos, A.P & León, C. E.(2016). El proyecto de aula: una historia del por qué y para qué de los números enteros. *Revista Vydia*, 43–52.
<http://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA>
- Dávila, W. C. (2018). *Desarrollo de Pensamiento Variacional en Estudiantes de Secundaria, mediado por GeoGebra* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio institucional UN. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/63450>
- Escudero, D. I. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria* [Tesis doctoral, Universidad de Huelva]. Repositorio BUH.
<http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/11456>
- Gomez, N. Y. (2017). *Implementación de estrategias lúdicas para el fortalecimiento del pensamiento variacional en estudiantes del grado octavo de la institución educativa Nuestra Señora de Belén de Cúcuta* [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga]. Repositorio UNAB. <http://hdl.handle.net/20.500.12749/2324>
- Gómez, O. M. (2015). *Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes del grado noveno* [Trabajo de grado Maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Recuperado de <https://pdfs.semanticscholar.org/4a12/08b9c82ad75e4c5e4db54fa28714ab53ab57.pdf>

- Gracia-Obando, G. (2018). *Potenciando pensamiento variacional y uso de sistemas algebraicos con GeoGebra* [Trabajo de grado de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio UNAL. <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/64220/1013592014.2018.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Hernández-Castaño, S. (2014). *Propuesta didáctica para el desarrollo de procesos de razonamiento lógico matemático, desde el pensamiento variacional, con los estudiantes del grado cuarto de básica primaria del Colegio Cooperativo San Antonio de Prado, por medio de estrategias de enseñanza mediadas por los sistemas de gestión de aprendizaje durante el año 2014* [Trabajo de grado de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio UNAL. <http://www.bdigital.unal.edu.co/47504/1/21388400.2014.pdf>
- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista-Lucio, M. (2014). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill Education. <http://observatorio.epacartagena.gov.co/wp-content/uploads/2017/08/metodologia-de-la-investigacion-sexta-edicion.compressed.pdf>
- Hernández-Sampieri, R. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw-Hill Education. https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=5A2QDwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP1&dq=METODOLOGIA+DE+LA+INVESTIGACION+HERNANDEZ+SAMPIERI&ots=Ti d0XViE1&sig=bJIRnC87ONi2f1oam_YXKz6hfjQ#v=onepage&q&f=false
- Hernández-Suárez, C. A., Prada-Núñez, R. & Gamboa-Suárez, A. A. (2017). Conocimiento y uso del lenguaje matemático en la formación inicial de docentes en matemáticas. *Revista de Investigación Desarrollo e Innovación: RIDI*, 7(2), 287-299.

Huerta, N. (2018). *Pensamiento funcional en niños de quinto grado de primaria* [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Guerrero]. Repositorio RIUAGRO.

<http://200.4.134.60/handle/uagro/453>

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES. (2017). *Resultados de grado quinto en el área de matemáticas / página web*. Recuperado de

<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/historico/reporteHistoricoComparativo.jspx>

Jaramillo, G. E., & Perlaza, S. T. (2014). *Pensamiento variacional en la resolución de problemas algebraicos en los estudiantes del grado 8° del centro educativo politécnico la milagrosa, municipio puerto tejada (Cauca)* [Trabajo de grado, Universidad Católica de Manizales]. Repositorio UCM.

<http://repositorio.ucm.edu.co:8080/jspui/bitstream/handle/10839/846/Gloria%20Edith%20Jaramillo.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Jiménez-Espinosa, A. & Gutiérrez-Sierra, A. S. (2017). Realidades escolares en las clases de matemáticas. *Educación Matemática*, 29(3), 109-129.

<http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v29n3/1665-5826-ed-29-03-109.pdf>

León-Salinas, C. E. (2016). Laboratorio de pensamiento variacional: una experiencia para estudiantes de poblaciones vulnerables. *Laboratorio de pensamiento variacional. Revista internacional de aprendizaje en ciencia, matemáticas y tecnología*. Vol. 2, pp. 93 – 102.

Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6370667>

Martínez-López, L. G. & Gualdrón-Pinto, E. (2018). Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado

noveno. *Rev.investig.desarro.innov*, 9(1), 91-102. Doi:

10.19053/20278306.v9.n1.2018.8156

Martínez, M. I., Rey-Vásquez, E. M. & Ariza-Hernández, S. R. (2008). *El proyecto de aula como estrategia de enseñanza en la educación media vocacional en el Colegio Fontán* [Trabajo de grado de maestría, Universidad de la Salle]. Recuperado de <http://repository.lasalle.edu.co/bitstream/handle/10185/1429/T85.08%20M.pdf?sequence=1>

Mejía, D. A. (2018). *Fortalecimiento del proceso de enseñanza del pensamiento variacional de los docentes de grado tercero y quinto de la Institución Educativa Pablo VI de Manizales*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio UNAL. <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/64217/75104726.2018.pdf?sequence=1>

Ministerio de Educación Nacional. Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Santa Fe de Bogotá, 1998, p 25,49, 51.

MinEducación (2006). *Altablero: Resultados en cada una de las áreas*. Recuperado de <https://www.mineduccion.gov.co/1621/article-107411.html>

Ministerio de Educación Nacional. Estándares básicos en competencias. Santa Fe de Bogotá, 2006, p 66.

Ministerio de Educación Nacional. Derechos básicos de aprendizaje. Santa Fe de Bogotá, 2016, p 41,42.

- MinEducación. (2016). *Revisión de políticas nacionales de educación. La educación en Colombia*. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-356787_recurso_1.pdf
- Núñez-Flores, M. (2007). Las variables: estructura y función de las hipótesis. *Investigación educativa*, 11(20), 163-179. Recuperado de https://200.62.146.19/bibvirtualdata/publicaciones/inv_educativa/2007_n20/a12v11n20.pdf
- Ordóñez-Ortega, O., Gualdrón-Pinto, E., & Amaya-Franky, G. (2019). Pensamiento variacional mediado con baldosas algebraicas y manipuladores virtuales. *Rev.investig.desarro.innov.*, 9 (2), 347-362. Doi: 10.19053/20278306.v9.n2.2019.9180
- Paladinez, D. (2018). *Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de primaria, a través de actividades de aprendizaje basadas en problemas (tesis de maestría)*. <http://bdigital.unal.edu.co/68320/1/10294981.2018.pdf>
- Poveda, R. (2019). *Pensamiento funcional de estudiantes de cuarto de educación primaria (10 años) y séptimo de educación secundaria (13 años)* [Tesis de maestría, Universidad de Granada]. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/337135599_Pensamiento_funcional_de_estudiantes_antes_de_cuarto_grado_de_educacion_primaria_y_setimo_grado_de_educacion_secundaria
- Puga-Peña, L. A., Rodríguez-Orozco, J. M., Toledo-Delgado, A. M. Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje significativo. *Sophia*, Colección de Filosofía de la Educación [en línea] 2016. [Fecha de consulta: 28 de noviembre de 2018] Disponible en:<<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=441846839009>> ISSN 1390-3861

- Pulgarín, J. A. (2015). Generalización de patrones geométricos. *Proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9 – 12 años* [Trabajo de grado de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio UNAL.
<http://bdigital.unal.edu.co/52915/1/16055320.2016.pdf>
- Rivera, E. & Sánchez, L. (2012). *Desarrollo del pensamiento variacional en la educación básica primaria: generalización de patrones numéricos* [Trabajo de grado, Universidad del Valle]. Recuperado de
<http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/4599/1/CB-0472509.pdf>
- Rodríguez-Reyes, V. (2014). La formación situada y los principios pedagógicos de la planificación: la secuencia didáctica. *Ra Ximhai*, 10(5), 445-456. ISSN: 1665-0441.
Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/461/46132134027.pdf>
- Saldarriaga-Zambrano, P. J., Bravo-Cedeño, G. & Loo-Rivadeneira, M. R. (2016). La teoría constructivista de Jean Piaget y su significación para la pedagogía contemporánea (*Revista Científica Dominio de las Ciencias*), 2, 127 – 137.
- Sánchez-Arturo, L. F. (2013). *Características y elementos del pensamiento variacional y su correspondencia con la prueba saber 11* [Trabajo de grado, Universidad del Valle].
Recuperado de <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/4790/1/CB-0481095.pdf>
- Sánchez, J., Quenorán, Y. & Vanegas, J. (2018). *Una mirada a la configuración y desarrollo de formas de pensamiento funcional en la educación básica primaria*. En Valbuena, S., Vargas, L. & Berrio, J. (Eds.), *Encuentro de Investigación en Educación Matemática*

(pp. 283-290). Puerto Colombia, Colombia: Universidad del Atlántico.

<http://funes.uniandes.edu.co/14354/>

Siza, M. (2020). *Dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de educación media de la ciudad de Bucaramanga* [Trabajo de doctorado, Universidad Santo Tomás]. Recuperado de

<https://repository.usta.edu.co/bitstream/handle/11634/31600/2020MeredyMoreno.pdf?sequence=4>

Stephens, A., Fonger, N., Strachota, S., Isler, I., Blanton, M., Knuth, E. & Murphy-Gardiner, A. (2017). Una progresión de aprendizaje para el pensamiento funcional de los estudiantes de primaria. 143-166.

<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/10986065.2017.1328636?scroll=top&needAccess=true>

Tamayo-Cárdenas, J. M. (2016). *Desarrollo de pensamiento variacional a través de la letra en la iniciación al álgebra* [Trabajo de grado especialista, Universidad Pedagógica Nacional]. Recuperado de

<http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/510/TO-19960.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Touriñán, J. M., Manuel, J., & López, T. (2010). La educación artística como ámbito general de educación: hacia una pedagogía de la expresión mediada. *Educació i Cultura: Revista Mallorquina de Pedagogia*, 21, 9-40-40

Vergel, R. (2014). *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de educación básica primaria (9-10 años)* [Trabajo de doctorado, Universidad

Distrital Francisco José de Caldas]. Repositorio digital Funes.

<http://funes.uniandes.edu.co/4054/>

Zabala-Vidiella, A. (1995). *La práctica educativa. Cómo enseñar*. Graó, de Serveis Pedagògics.

<https://des-for.infed.edu.ar/sitio/profesorado-de-educacion-inicial/upload/zavala-vidiella-antoni.pdf>

Anexos

Anexo 1: Formato del test aplicado a los estudiantes de quinto grado.



UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER
FACULTAD DE EDUCACION, ARTES Y HUMANIDADES
PROGRAMA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS



PRUEBA DIAGNÓSTICA

Nombre: _____ **Fecha:** _____

Indicaciones:

- En la siguiente prueba encontrarás 21 problemas. Lee con atención cada situación y pregunta presentada.
- Para dar solución y responder la pregunta, revisa los procedimientos que has desarrollado que justifiquen tú respuesta.
- Marca con una "x" la respuesta correcta. Sólo es válida una respuesta.

De acuerdo con la siguiente información responda las preguntas 1 y 2.

Carlos, Juan y María son hermanos. Carlos tiene 25 años, Juan tiene 35 años y María tiene 17 años.

1. ¿Cuál es el orden de los hermanos del menor al mayor?

- E. Carlos - Juan - María.
- F. María - Carlos - Juan.
- G. Carlos - María - Juan.
- H. María - Juan - Carlos.

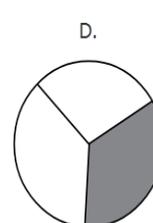
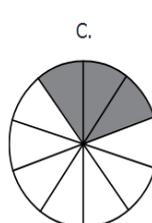
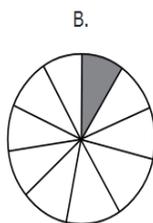
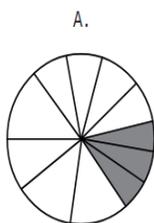
2. ¿Cuál será la diferencia entre las edades de Juan y de Carlos dentro de 15 años?

- E. 10
- F. 15
- G. 20
- H. 25

3. Para la fiesta de cumpleaños de Valeria se preparó una torta y se partió en 10 porciones iguales.

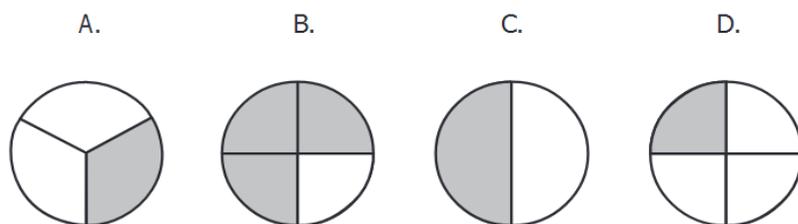
Valeria se comió $\frac{3}{10}$ de su torta de cumpleaños.

¿Cuál de las siguientes gráficas representa las porciones de torta que se comió Valeria?



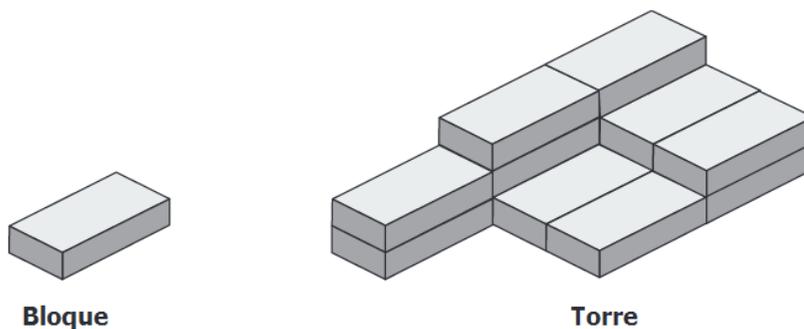
4. Las $\frac{3}{4}$ partes de la superficie del planeta Tierra están cubiertas por agua.

¿En cuál de las siguientes gráficas se representa la superficie del planeta Tierra cubierta por agua?



 Superficie cubierta por agua

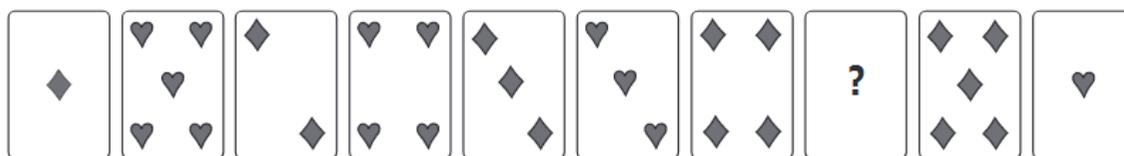
5. Con bloques de madera iguales, se construyó una torre como la que se muestra en la siguiente figura:



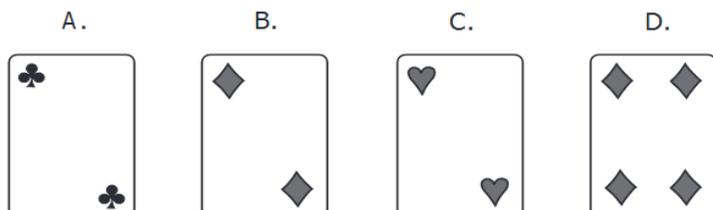
¿Con cuántos bloques se formó la torre?

- A. 7 B. 8
C. 10 D. 14

6. Observa la siguiente secuencia de números y figuras en las cartas:



¿Cuál carta debe colocarse en lugar del signo de interrogación para mantener la secuencia?



7. Observa las siguientes secuencias de números:

Secuencia I: 5, 10, 20, 40, 80, 160,...

Secuencia II: 1, 3, 5, 7, 9, 11,...

¿Cuál de las siguientes operaciones se puede efectuar, para hallar el número que sigue en la secuencia II?

E. $11 \cdot 2$

F. $11 + 2$

G. 11^2

H. $11 - 2$

8. En un restaurante, a la hora del almuerzo sirven la gaseosa en vasos de la misma forma y tamaño. En la tabla se presenta la cantidad de gaseosa que sirven en 2, 3 y 4 vasos llenos.

Número de vasos	Cantidad de gaseosa en centímetros cúbicos (cm^3)
2	500
3	750
4	1.000
⋮	⋮

¿Qué cantidad de gaseosa se necesita para llenar 7 vasos?

E. 1.250 cm^3 .

F. 1.500 cm^3 .

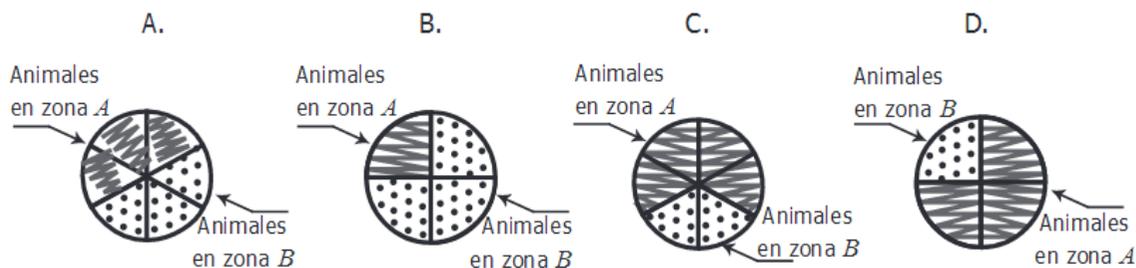
G. 1.750 cm^3 .

H. 2.250 cm^3 .

De acuerdo con la siguiente información responde las preguntas 9 y 10.

En una finca hay 600 animales distribuidos en dos zonas, zona \mathcal{A} y zona \mathcal{B} . De los 600 animales, $\frac{4}{6}$ está en la zona \mathcal{A} y el resto de los animales está en la zona \mathcal{B} .

9. ¿Cuál diagrama representa correctamente la distribución de los animales en las dos zonas?



10. Si $\frac{1}{4}$ de los animales que estaba en la zona \mathcal{A} pasó a la zona \mathcal{B} , ¿Cuántos animales están ahora en la zona \mathcal{B} ?

- E. 100 F. 150
G. 300 H. 400

De acuerdo con la siguiente información responda las preguntas 11 y 12.

Una papelería ofrece la siguiente promoción:



11. Con \$8.000, ¿cuántos cuadernos de la promoción se puede comprar sin que sobre dinero?

- E. 4 F. 12
G. 8 H. 16

12. ¿En cuál de las siguientes tablas se muestra el precio correcto de 2, 4, 6 y 8 cuadernos iguales de 50 hojas?

A.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	1.000
4	2.000
6	4.000
8	8.000

B.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	500
4	1.000
6	1.500
8	2.000

C.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	500
4	1.000
6	2.000
8	3.000

D.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	1.000
4	2.000
6	3.000
8	4.000

13. Observa el precio de algunos de los artículos que ofrece un almacén de ropa.

<i>Camiseta: \$15.000</i>
<i>Pantaloneta: \$10.000</i>
<i>1 par de medias: \$5.000</i>
<i>Gorra: \$15.000</i>

Nancy quiere comprar en el almacén dos artículos distintos para regalárselos a sus hermanos y ahorrar la mayor cantidad de dinero. ¿Qué artículos debe comprar Nancy?

- E. Una camiseta y una pantaloneta.
- F. Una camiseta y una gorra.
- G. Una gorra y un par de medias.
- H. Una pantaloneta y un par de medias.

14. Alejandro tenía algunos dulces guardados, se comió la mitad y regaló 2. Ahora tiene 4 dulces. ¿Cuántos dulces tenía guardados Alejandro?

- E. 6
- F. 8
- G. 10
- H. 12

15. En la siguiente tabla se presenta información incompleta de los precios de paquetes de dulces en una tienda.

Número de paquetes	Precio
1	
2	\$1.800
3	
4	
5	\$4.500

Si cada paquete de dulces cuesta lo mismo, ¿cuánto valen tres paquetes?

- E. \$1.800
- F. \$2.700
- G. \$4.500
- H. \$6.300

16. Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas.
- B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas.
- C. Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.
- D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.

De acuerdo con la siguiente información responde las preguntas 17 y 18.

Claudia compró varios metros de cinta, unos de color amarillo y otros de color azul.

17. Con 15 metros de cinta amarilla, Claudia puede hacer 5 adornos del mismo tamaño, iguales, sin que sobre cinta. ¿Cuántos adornos de los amarillos del mismo tamaño puede hacer con 30 metros de cinta azul sin que sobre cinta?

- E. 3 F. 5
G. 10 H. 15

18. Claudia tomó 12 metros de cinta amarilla y 20 metros de cinta azul y los cortó de forma que resultaran pedazos del mismo tamaño, no sobrara cinta y fueran de la mayor longitud posible. ¿Cuál es la longitud de cada pedazo?

- E. 3 metros.
F. 4 metros.
G. 5 metros.
H. 6 metros.

De acuerdo con la siguiente información responde las preguntas 19 y 20.

Las boletas de entrada a un zoológico tienen un precio fijo para niños y un precio fijo para adultos. Observa el aviso que hay en la entrada del zoológico.



19. Según la información del aviso, ¿cuánto pagan 4 adultos y 6 niños por entrar en el zoológico?

- E. \$35.000 F. \$38.000
G. \$40.000 H. \$70.000

20. El precio de la boleta de un adulto es el doble del precio de la boleta de un niño. ¿Cuál es el precio de la boleta de un niño?

- E. \$5.000 F. \$7.000
G. \$20.000 H. \$25.000

21. Las esferas colocadas en los platos de la balanza son de diferente material y están marcadas con su masa en gramos.



La balanza está inclinada porque $5 + 4$ es mayor que $2 + 3$. ¿Cuál esfera se debe colocar en el plato de la izquierda para equilibrar la balanza?

- E. $\textcircled{2}$ F. $\textcircled{3}$
G. $\textcircled{4}$ H. $\textcircled{5}$

Anexo 2: Formato de validación por expertos.

Pregunta n.º 1

Carlos, Juan y María son hermanos. Carlos tiene 25 años, Juan tiene 35 años y María tiene 17 años.

1. ¿Cuál es el orden de los hermanos del menor al mayor?

- I. Carlos - Juan - María.
- J. María - Carlos - Juan.
- K. Carlos - María - Juan.
- L. María - Juan - Carlos.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta son adecuadas 						x
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 					x	

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 1:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Dejar una sola opción de respuesta que genere confusión por el orden establecido.

Pregunta n.º 2

2. ¿Cuál será la diferencia entre las edades de Juan y de Carlos dentro de 15 años?

I. 10

J. 15

K. 20

L. 25

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta son adecuadas 						x
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 					x	

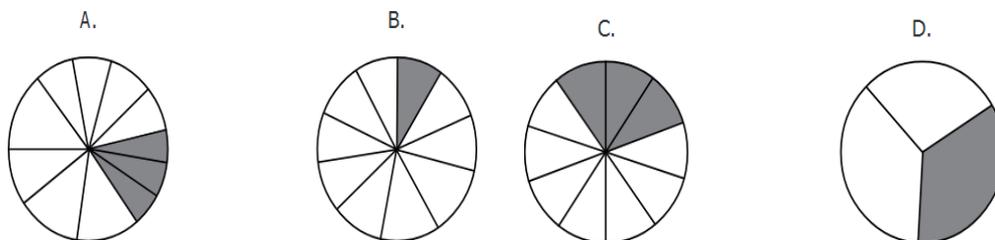
Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 2:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Las opciones de respuesta pueden cumplir algún patrón o característica.

Pregunta n.º 3

3. Para la fiesta de cumpleaños de Valeria se preparó una torta y se partió en 10 porciones iguales.

Valeria se comió $\frac{3}{10}$ de su torta de cumpleaños.

¿Cuál de las siguientes gráficas representa las porciones de torta que se comió Valeria?



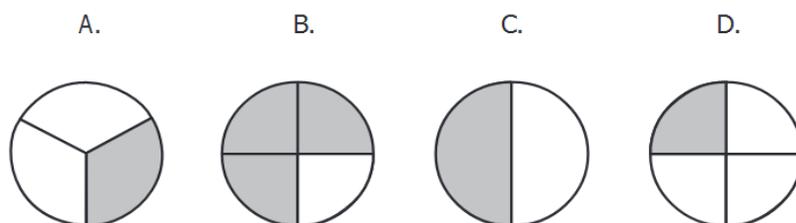
Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 						X
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta son adecuadas 					X	
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 					X	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 						X
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 					X	

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 3:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Las secciones en que dividen la unidad sean algunas diferentes y otras similares.

Pregunta n.º 4

4. Las $\frac{3}{4}$ partes de la superficie del planeta Tierra están cubiertas por agua.

¿En cuál de las siguientes gráficas se representa la superficie del planeta Tierra cubierta por agua?



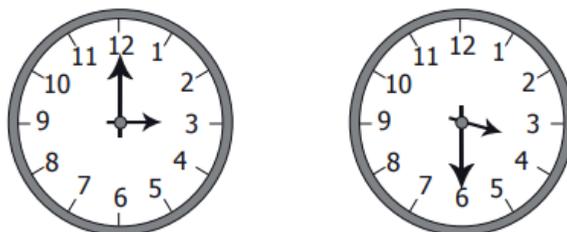
 Superficie cubierta por agua

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 						X
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta son adecuadas 						X
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 						X
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 					X	
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 				X		

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 4:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Aumentar el grado de dificultad con la variación de la información o de las opciones de respuesta.

Pregunta n.º 5

5. Los relojes muestran las horas de iniciación y terminación del recreo en un colegio.



El recreo se inició a las 3:00 p.m.

El recreo finalizó a las 3:30 p.m. ¿Cuánto avanzó el minutero desde que se inició el recreo?

- A. Un cuarto de vuelta.
- B. Media vuelta.
- C. Tres cuartos de vuelta.
- D. Una vuelta.

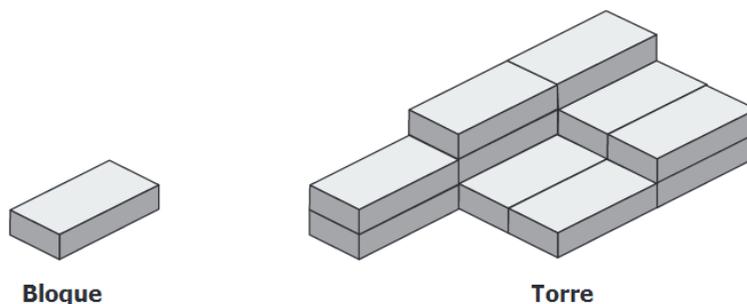
Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> • La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> • Las opciones de respuesta son adecuadas 					x	
<ul style="list-style-type: none"> • Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 					x	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> • Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 			x			
<ul style="list-style-type: none"> • Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 		x				

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 5:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	No es pertinente debido a la dificultad que presenta el mismo teniendo en cuenta el grado escolar, no concuerda con algún tema que se pueda tratar para el desarrollo del pensamiento variacional.

Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Se recomienda sustituir el ítem o adecuarlo a la dificultad y temática afín al grado escolar.
--------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------

Pregunta n.º 6

6. Con bloques de madera iguales, se construyó una torre como la que se muestra en la siguiente figura:



¿Con cuántos bloques se formó la torre?

- E. 7 F. 8
G. 10 H. 14

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta son adecuadas 						x
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 					x	

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 6:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.

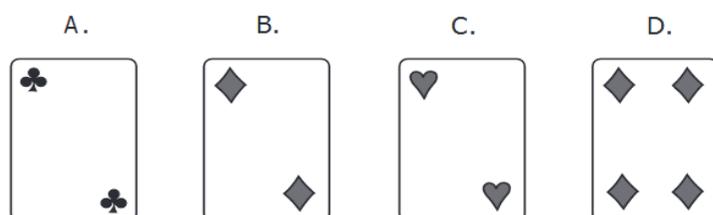
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Las opciones de respuesta varíen de acuerdo con la información visible en la gráfica.
--------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------

Pregunta n.º 7

7. Observa la siguiente secuencia de números y figuras en las cartas:



¿Cuál carta debe colocarse en lugar del signo de interrogación para mantener la secuencia?



Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)						x
• Las opciones de respuesta son adecuadas						x
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.)						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.)						x

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 7:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.

Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Se recomienda en las opciones de respuesta variar las figuras y una por lo menos con la un número diferente que no cumpla la continuidad del patrón.

Pregunta n.º 8

8. Observa las siguientes secuencias de números:

Secuencia I: 5, 10, 20, 40, 80, 160,...

Secuencia II: 1, 3, 5, 7, 9, 11,...

¿Cuál de las siguientes operaciones se puede efectuar, para hallar el número que sigue en la secuencia II?

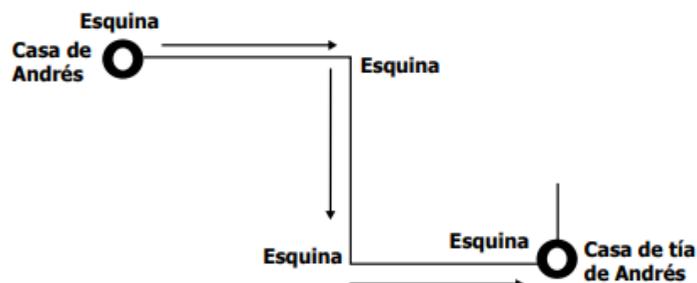
- I. $11 \cdot 2$ J. $11 + 2$
 K. 11^2 L. $11 - 2$

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta son adecuadas 						x
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 					x	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 						x
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 						x

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 8:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Las opciones de respuesta tengan variación en las operaciones de referencia, que no sean sólo las básicas.

Pregunta n.º 9

9. Andrés hace el siguiente recorrido cuando va desde su casa hasta la casa de su tía.



Él demora 5 minutos en ir de una esquina a la siguiente. ¿Cuántos minutos demora en ir desde su casa a la casa de su tía?

- A. 3 B. 5
C. 10 D. 15

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 						x
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta son adecuadas 					x	
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 					x	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 		x				
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 		x				

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 9:	
Motivos por los que se considera no adecuada	El ítem es válido para evaluar interpretación y pensamiento numérico.
Motivos por los que se considera no pertinente	No es permite para el objetivo de la prueba, ya que no permite verificar procesos referentes al pensamiento variacional.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	El contexto del ítem no admite relación con los factores del pensamiento variacional a tener en cuenta para trabajar.

Pregunta n.º 10

10. En el calendario de abril se marcaron algunos números para realizar una actividad en clase de matemáticas.

ABRIL						
L	M	M	J	V	S	D
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30						

Los números marcados en el calendario son **todos** múltiplos de:

- A. 4 B. 8
C. 12 D. 28

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 						x
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta son adecuadas 				x		
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 					x	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 		x				
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 		x				

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 10:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Admite la evaluación de relaciones y propiedades entre números.
Motivos por los que se considera no pertinente	Valora adecuadamente la aplicación de los múltiplos de un número. No es relevante para la evaluación del pensamiento variacional.

Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Se recomienda descartarla.
--------------------------------------------------------------	----------------------------

Pregunta n.º 11

11. En un restaurante, a la hora del almuerzo sirven la gaseosa en vasos de la misma forma y tamaño. En la tabla se presenta la cantidad de gaseosa que sirven en 2, 3 y 4 vasos llenos.

Número de vasos	Cantidad de gaseosa en centímetros cúbicos (cm ³)
2	500
3	750
4	1.000
⋮	⋮
⋮	⋮

¿Qué cantidad de gaseosa se necesita para llenar 7 vasos?

- I. 1.250 cm³. J. 1.500 cm³.
K. 1.750 cm³. L. 2.250 cm³.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					x	
• Las opciones de respuesta son adecuadas						x
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.)						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.)						x

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 11:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.

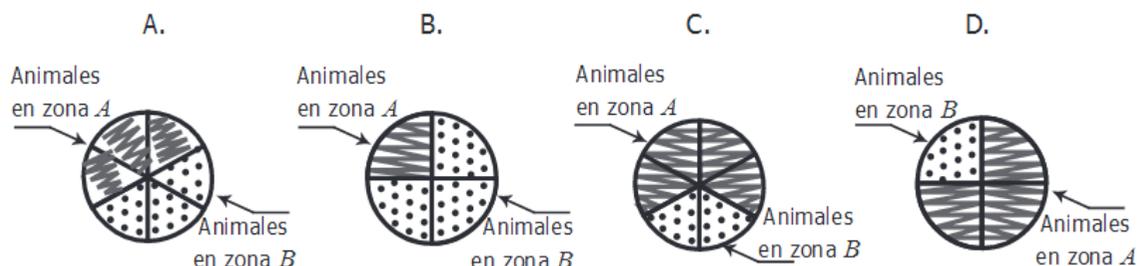
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Ninguna.
--------------------------------------------------------------	----------

Pregunta n.º 12

12. De acuerdo con la siguiente información responda las preguntas 12 y 13.

En una finca hay 600 animales distribuidos en dos zonas, zona *A* y zona *B*. De los 600 animales, $\frac{4}{6}$ está en la zona *A* y el resto de los animales está en la zona *B*.

9. ¿Cuál diagrama representa correctamente la distribución de los animales en las dos zonas?



Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)				x		
• Las opciones de respuesta son adecuadas						x
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico					x	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.)					x	
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.)					x	

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 12:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.

Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Las gráficas sean explícitas y claras, variar las opciones de acuerdo con la división en partes iguales de la unidad.

Pregunta n.º 13

13. Si $\frac{1}{4}$ de los animales que estaba en la zona \mathcal{A} pasó a la zona \mathcal{B} , ¿Cuántos animales están ahora en la zona \mathcal{B} ?

- I. 100 J. 150
K. 300 L. 400

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 						X
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta son adecuadas 						X
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 						X
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 					X	
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 					X	

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 13:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.

Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Ninguna.
--------------------------------------------------------------	----------

Pregunta n.º 14

De acuerdo con la siguiente información responda las preguntas 14 y 15.

Una papelería ofrece la siguiente promoción:



14. Con \$8.000, ¿cuántos cuadernos de la promoción se puede comprar sin que sobre dinero?

- I. 4 J. 12
K. 8 L. 16

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)						X
• Las opciones de respuesta son adecuadas						X
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico						X
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.)					X	
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.)					X	

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 14:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.

Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Admitir en las respuestas una descartable y las demás para análisis de acuerdo con la información suministrada.
--------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Pregunta n.º 15

15. ¿En cuál de las siguientes tablas se muestra el precio correcto de 2, 4, 6 y 8 cuadernos iguales de 50 hojas?

A.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	1.000
4	2.000
6	4.000
8	8.000

B.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	500
4	1.000
6	1.500
8	2.000

C.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	500
4	1.000
6	2.000
8	3.000

D.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	1.000
4	2.000
6	3.000
8	4.000

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					x	
• Las opciones de respuesta son adecuadas					x	
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico					x	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.)						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.)						x

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 15:

Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Ninguna.

Pregunta n.º 16

16. Observa el precio de algunos de los artículos que ofrece un almacén de ropa.

<p><i>Camiseta: \$15.000</i> <i>Pantaloneta: \$10.000</i> <i>1 par de medias: \$5.000</i> <i>Gorra: \$15.000</i></p>

Nancy quiere comprar en el almacén dos artículos distintos para regalárselos a sus hermanos y ahorrar la mayor cantidad de dinero. ¿Qué artículos debe comprar Nancy?

- I. Una camiseta y una pantaloneta.
- J. Una camiseta y una gorra.
- K. Una gorra y un par de medias.
- L. Una pantaloneta y un par de medias

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> • La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 					X	
<ul style="list-style-type: none"> • Las opciones de respuesta son adecuadas 					X	
<ul style="list-style-type: none"> • Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 					X	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> • Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 					X	
<ul style="list-style-type: none"> • Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 					X	

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 16:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Respuestas afines, cuyo fin sea que comprendan la relación de proporcionalidad que justifica el ítem.

Pregunta n.º 17

17. Lucy observa el siguiente paquete de arroz en el supermercado.



La información “1 kilogramo de arroz” indica:

- A. Volumen.
- B. Superficie.
- C. Duración.
- D. Masa.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> • La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 						x
<ul style="list-style-type: none"> • Las opciones de respuesta son adecuadas 					x	
<ul style="list-style-type: none"> • Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 					x	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> • Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 	x					
<ul style="list-style-type: none"> • Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 	x					

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 17:	
Motivos por los que se considera no adecuada	No es adecuada al contexto del pensamiento que se quiere evaluar, es válida para reforzar la comprensión de las unidades de medida.
Motivos por los que se considera no pertinente	No es pertinente porque si contexto no admite relación con el pensamiento variacional.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Supresión.

Pregunta n.º 18

18. Alejandro tenía algunos dulces guardados, se comió la mitad y regaló 2. Ahora tiene 4 dulces. ¿Cuántos dulces tenía guardados Alejandro?

- I. 6 J. 8
K. 10 L. 12

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 						x
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta son adecuadas 						x
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 						x

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 18:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Se recomienda que las opciones de respuesta los números cumplan alguna condición general.

Pregunta n.º 19

19. En la siguiente tabla se presenta información incompleta de los precios de paquetes de dulces en una tienda.

Número de paquetes	Precio
1	
2	\$1.800
3	
4	
5	\$4.500

Si cada paquete de dulces cuesta lo mismo, ¿cuánto valen tres paquetes?

- I. \$1.800 J. \$2.700
K. \$4.500 L. \$6.300

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta son adecuadas 						x
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 						x
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 						x

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 19:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Ninguna, adecuada para el objetivo de la prueba.

Pregunta n.º 20

20. Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas.
- B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas.
- C. Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.
- D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> • La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> • Las opciones de respuesta son adecuadas 					x	
<ul style="list-style-type: none"> • Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> • Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 						x
<ul style="list-style-type: none"> • Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 						x

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 20:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Validar dos o más opciones para que sean descartables.

Pregunta n.º 21

21. Ana, Juan, José y Daniela participaron en una práctica de tiro al blanco. La tabla muestra los resultados de los participantes.

Participantes	Intentos	Aciertos
Ana	20	15
Juan	30	15
José	20	10
Daniela	30	10

¿Cuántos intentos y aciertos tuvo José en la práctica de tiro al blanco?

- A. 30 intentos, 15 aciertos.
- B. 30 intentos, 10 aciertos.
- C. 20 intentos, 15 aciertos.
- D. 20 intentos, 10 aciertos.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> • La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> • Las opciones de respuesta son adecuadas 		x				
<ul style="list-style-type: none"> • Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 			x			
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> • Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 	x					
<ul style="list-style-type: none"> • Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 	x					

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 21:	
Motivos por los que se considera no adecuada	No requiere de análisis.
Motivos por los que se considera no pertinente	El ítem no es adecuado con el objetivo de la investigación, además brinda tanto la información como la solución sin realizar algún análisis.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Descartada.

Pregunta n.º 22

De acuerdo con la siguiente información responda las preguntas 22 y 23.

Claudia compró varios metros de cinta, unos de color amarillo y otros de color azul.

22. Con 15 metros de cinta amarilla, Claudia puede hacer 5 adornos del mismo tamaño, iguales, sin que sobre cinta. ¿Cuántos adornos de los amarillos del mismo tamaño puede hacer con 30 metros de cinta azul sin que sobre cinta?

- A. 3 B. 5
C. 10 D. 15

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta son adecuadas 						x
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 						x
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 						x

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 22:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Adecuada para validar la variación de las magnitudes.

Pregunta n.º 23

23. Claudia tomó 12 metros de cinta amarilla y 20 metros de cinta azul y los cortó de forma que resultaran pedazos del mismo tamaño, no sobrara cinta y fueran de la mayor longitud posible. ¿Cuál es la longitud de cada pedazo?

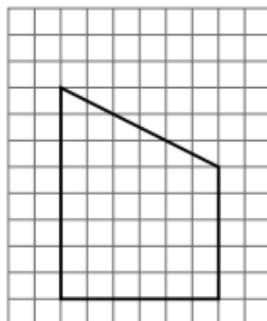
- A. 3 metros.
- B. 4 metros.
- C. 5 metros.
- D. 6 metros.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> • La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> • Las opciones de respuesta son adecuadas 						x
<ul style="list-style-type: none"> • Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> • Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 						x
<ul style="list-style-type: none"> • Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 						x

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 23:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Permitir que las opciones de respuesta cumplan una determinada condición.

Pregunta n.º 24

24. Observa la figura dibujada sobre la cuadrícula.



Cada mide 1 cm^2 .

¿Cuál es el área de la figura?

- A. 19 cm^2 B. 30 cm^2
 C. 39 cm^2 D. 48 cm^2

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
<ul style="list-style-type: none"> La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 					x	
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta son adecuadas 				x		
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 				x		
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 		x				
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 		x				

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 24:	
Motivos por los que se considera no adecuada	No es adecuado el ítem ya que admite un análisis geométrico.
Motivos por los que se considera no pertinente	El ítem no es conveniente de acuerdo con el objetivo de la investigación, ya que admite un análisis vinculado al pensamiento geométrico.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Se recomienda sustituirla.

Pregunta n.º 25

25. La tabla representa el número de estudiantes (niños y niñas), por grado, que recibieron medallas en una izada de bandera.

Grado	Número de niños que recibieron medallas	Número de niñas que recibieron medallas
Primero	2	3
Segundo	6	3
Tercero	5	5
Cuarto	1	2
Quinto	4	5

¿Cuál fue el grado en el que más estudiantes recibieron medallas?

- A. Primero.
- B. Segundo.
- C. Tercero.
- D. Quinto.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					x	
• Las opciones de respuesta son adecuadas				x		
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico				x		
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.)		x				
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.)		x				

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 25:	
Motivos por los que se considera no adecuada	No es adecuado porque implica temáticas del pensamiento aleatorio.
Motivos por los que se considera no pertinente	El ítem no es adecuado para los resultados que se buscan con el test, implica conocimientos netamente estadísticos.

Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Podría modificarse el contexto en donde se incluya algún factor del pensamiento variacional.
--------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------

Pregunta n.º 26

26. De acuerdo con la siguiente información responda las preguntas 26 y 27.

Las boletas de entrada a un zoológico tienen un precio fijo para niños y un precio fijo para adultos. Observa el aviso que hay en la entrada del zoológico.



26. Según la información del aviso, ¿cuánto pagan 4 adultos y 6 niños por entrar en el zoológico?

- A. \$35.000 B. \$38.000
C. \$40.000 D. \$70.000

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)						x
• Las opciones de respuesta son adecuadas						x
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.)					x	
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación:						x

(Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.)							
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--	--	--	--	--

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 26:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Proponer opciones de respuesta descartables.

Pregunta n.º 27

27. El precio de la boleta de un adulto es el doble del precio de la boleta de un niño. ¿Cuál es el precio de la boleta de un niño?

- A. \$5.000 B. \$7.000
C. \$20.000 D. \$25.000

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)						x
• Las opciones de respuesta son adecuadas					x	
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.)						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.)						x

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 27:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.

Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Admitir dos o más opciones para análisis teniendo en cuenta las condiciones de la pregunta.

Pregunta n.º 28

28. Las esferas colocadas en los platos de la balanza son de diferente material y están marcadas con su masa en gramos.



La balanza está inclinada porque $5 + 4$ es mayor que $2 + 3$. ¿Cuál esfera se debe colocar en el plato de la izquierda para equilibrar la balanza?

- A. ② B. ③
C. ④ D. ⑤

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)						x
• Las opciones de respuesta son adecuadas					x	
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico						x
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.)						x
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.)						x

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 28:	
Motivos por los que se considera no adecuada	Ninguno.
Motivos por los que se considera no pertinente	Ninguno.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Adecurar las figuras en las respuestas.

Pregunta n.º 29

Los estudiantes de grado quinto votaron para escoger la actividad con la que participarán en la celebración del Día del Colegio

Curso	Quinto A	Quinto B
Danza	10	6
Teatro	7	10
Canto	9	9
Poesía	4	5

29. ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones, acerca de la votación de los estudiantes de grado quinto, es o son verdadera(s)?

- I. La actividad favorita de Quinto A es el canto.
 - II. La actividad favorita de Quinto B es el teatro.
 - III. El número de niños que prefieren la poesía en Quinto A y en Quinto B es el mismo.
- A. I solamente.
 - B. II solamente.
 - C. I y III solamente.
 - D. II y III solamente.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					x	
• Las opciones de respuesta son adecuadas			x			
• Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico				x		
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						

<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar del pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 		x				
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 		x				

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 29:	
Motivos por los que se considera no adecuada	No es adecuada para la investigación, el ítem admite interpretación de información tabular de frecuencias.
Motivos por los que se considera no pertinente	No es pertinente ya que el contexto del problema implica conocimiento referente a inferencias estadísticas.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Adecuar el ítem donde se incluya algún factor del pensamiento variacional acorde a la información que poseen.

Pregunta n.º 30

30. Los estudiantes de un curso votaron para escoger el día de la semana en que realizarán una salida pedagógica. Estos fueron los resultados:

Viernes, viernes, viernes, miércoles, martes, miércoles, lunes, martes, martes, lunes, jueves, miércoles, viernes, miércoles, martes, miércoles, viernes, miércoles, martes, miércoles.

¿En cuál tabla se presentan correctamente los resultados de la votación?

A.

Día	Número de votos
Lunes	2
Martes	5
Miércoles	7
Jueves	1
Viernes	5

B.

Día	Número de votos
Lunes	2
Martes	3
Miércoles	2
Jueves	1
Viernes	6

C.

Día	Número de votos
Lunes	7
Martes	5
Miércoles	2
Jueves	1
Viernes	5

D.

Día	Número de votos
Lunes	1
Martes	2
Miércoles	3
Jueves	4
Viernes	5

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (1 = muy en desacuerdo; 2 = en desacuerdo; 3 = en desacuerdo más que en acuerdo; 4 = de acuerdo más que en desacuerdo; 5 = de acuerdo; 6 = muy de acuerdo)	Grado de acuerdo					
	1	2	3	4	5	6
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a encuestar):						

<ul style="list-style-type: none"> La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado) 					X	
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta son adecuadas 				X		
<ul style="list-style-type: none"> Las opciones de respuesta se presentan con un orden lógico 					X	
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación):						
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación (Determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar el pensamiento variacional en estudiantes de Quinto de Educación Básica Primaria.) 		X				
<ul style="list-style-type: none"> Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 3 de la investigación: (Evaluar los efectos de la implementación de las intervenciones pedagógicas en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista para el desarrollo del pensamiento variacional.) 		X				

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 30:	
Motivos por los que se considera no adecuada	El ítem es válido para validar la forma de clasificar y organizar datos estadísticos, pero no permite evaluar algún proceso implícito en el pensamiento variacional.
Motivos por los que se considera no pertinente	No es pertinente para los resultados que se esperan del test, evalúa el pensamiento aleatorio.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Recomiendo descartarla o modificar su contexto.

Valoración general del cuestionario

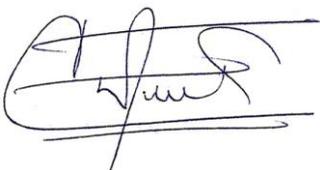
Por favor, marque con una X la respuesta escogida de entre las opciones que se presentan:

	sí	no
El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para que los encuestados puedan responderlo adecuadamente (ver Anexo 1)	X	
El número de preguntas del cuestionario es excesivo	X	
Las preguntas constituyen un riesgo para el encuestado (en el supuesto de contestar Sí, por favor, indique inmediatamente abajo cuáles)		X

	Evaluación general del cuestionario			
	Excelente	Buena	Regular	Deficiente
Validez de contenido del cuestionario		X		

Observaciones y recomendaciones en general del cuestionario:	
Motivos por los que se considera no adecuada	El instrumento es apropiado y coherente con el objetivo propuesto, considera el contexto en general del pensamiento variacional, los ítems son acordes al ciclo escolar y los aprendizajes previstos de los estudiantes de quinto grado.
Motivos por los que se considera no pertinente	El test de conocimiento es adecuado de acuerdo al objetivo propuesto que responde a la información suministrada respecto a la investigación. Se encuentran estipuladas observaciones y sugerencias en cuanto a algunos ítems que pueden sesgar los resultados que esperan obtener con la aplicación del instrumento.
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	Tener presente el enfoque y fin último del test para reestructurar y concretar los ítems que aporten información y permitan el desarrollo de la investigación.

Identificación del experto

Nombre y apellidos	César Augusto Hernández Suárez
Filiación (ocupación, grado académico y lugar de trabajo):	Director grupo de Investigación en Pedagogía y Práctica Pedagógica, Dpto. de Pedagogía, Andragogía, Comunicación y Multimedia.
e-mail	cesaraugusto@ufps.edu.co
Teléfono o celular	+57 302 3742100
Fecha de la validación (día, mes y año):	17/07/2020
Firma	

Muchas gracias por su valiosa contribución a la validación de este cuestionario.

VALIDACIÓN POR EXPERTOS DEL CUESTIONARIO

El n.º de expertos mínimo recomendable es 7. El n.º de expertos es preferible que sea un número impar.

1. La puntuación va de 1 a 6 («muy en desacuerdo» a «muy de acuerdo»), se asigna el promedio de adecuación y el promedio de pertinencia de cada pregunta del cuestionario.
2. Si el promedio de puntuaciones de los expertos es 4 o más, tanto en adecuación como en pertinencia, entonces la pregunta se considera validada.

PREGUNTA		PUNTUACIÓN EXPERTOS							VALIDACIÓN ² pregunta (SI/NO)
n.º	Evaluación	1 ¹	2 ¹	3 ¹	4 ¹	5 ¹	SUMA puntuaciones	PROMEDIO puntuaciones	
1	Adecuación	5,6	4	6	5	4,6	25,2	5,04	SI
	Pertinencia	5	4	5	6	4	24	4,8	
2	Adecuación	5,6	4,3	5	6	4	24,9	5	SI
	Pertinencia	5	4	5	6	5,6	25,6	5,1	
3	Adecuación	5,3	5	6	4	5,6	25,9	5,2	SI
	Pertinencia	5,5	5	5	6	5,5	27	5,4	
4	Adecuación	6	6	5,6	5,6	4	27,2	5,4	SI
	Pertinencia	4,5	6	5,5	6	4	26	5,2	
5	Adecuación	5	4	5,5	3	2,5	20	4	NO
	Pertinencia	2,5	1	3	3	2	11,5	2,3	
6	Adecuación	5,6	4	5	5,6	5,3	25,5	5,1	SI
	Pertinencia	5	4	3,5	5	6	24,5	4,9	

PREGUNTA		PUNTUACIÓN EXPERTOS							VALIDACIÓN ² pregunta (SÍ/NO)
n.º	Evaluación	1 ¹	2 ¹	3 ¹	4 ¹	5 ¹	SUMA puntuaciones	PROMEDIO puntuaciones	
7	Adecuación	6	5,6	5	5	6	27,6	5,5	SI
	Pertinencia	6	5,5	5	4,5	6	27	5,4	
8	Adecuación	5,3	3	4,3	5,6	5	23,2	4,6	SI
	Pertinencia	6	4,5	5	6	5	26,5	5,3	
9	Adecuación	5,3	5	1	3,6	3,3	18,2	3,6	NO
	Pertinencia	2	2,5	1	1	3	9,5	1,9	
10	Adecuación	5	3,6	2	5,5	3	19,1	3,8	NO

	Pertinencia	2	1	2	3	2	10	2	
11	Adecuación	5,6	4,6	5,3	6	4	25,5	5,1	SI
	Pertinencia	5	4	6	5	4	25	5	
12	Adecuación	5	5,6	4,6	5	4	24,2	4,8	SI
	Pertinencia	5	5,5	5	6	4,5	26	5,2	
13	Adecuación	6	5,6	4,6	4	5	25,2	5,04	SI
	Pertinencia	5	5	5,5	4	6	25,5	5,1	
14	Adecuación	6	4,6	5	6	5,3	26,9	5,4	SI
	Pertinencia	5	5	5	5,5	3	23,5	4,7	
15	Adecuación	5	6	5,3	6	4,6	26,9	5,4	SI
	Pertinencia	6	6	4	3	4,5	23,6	4,7	
16	Adecuación	5	6	5,6	6	5,6	28,2	5,6	SI
	Pertinencia	5	4,5	5	5	5,5	23,5	4,7	
17	Adecuación	5,3	3	3	2,5	1	14,8	3	NO
	Pertinencia	1	2	2	3	1	9	1,8	
18	Adecuación	6	6	5	4,6	5	26,6	5,3	SI
	Pertinencia	5,5	4,5	5	4	4	23	4,6	
19	Adecuación	5,6	5	5,3	5	6	26,9	5,4	SI
	Pertinencia	6	5	4,5	4	6	25,5	5,1	
20	Adecuación	5,3	5,6	5	6	4,6	26,5	5,3	SI
	Pertinencia	6	5	4,5	6	4	25,5	5,1	
21	Adecuación	3,3	3,6	2	3	4	15,9	3,2	NO
	Pertinencia	1	3	1	3	4	12	2,4	
22	Adecuación	5,6	6	5	4,6	4	25,2	5,04	SI
	Pertinencia	6	6	6	5	4	27	5,4	
23	Adecuación	5,6	5	5,3	6	4,6	24,2	4,8	SI
	Pertinencia	6	5	4,5	4	3,5	23,5	4,7	
24	Adecuación	4,3	4,6	2	4,3	1	16,2	3,2	NO
	Pertinencia	2	3	2	2,5	1	10,5	2,1	
25	Adecuación	4,3	4	2,6	2	2	14,9	3	NO
	Pertinencia	2	3	1	2	1	9	1,8	
26	Adecuación	6	5	4,6	3,6	5	24,2	4,8	SI

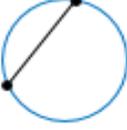
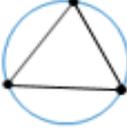
	Pertinencia	5,5	6	4,5	6	4	23,5	4,7	
27	Adecuación	5,6	5,3	4,6	5	5	25,5	5,1	SI
	Pertinencia	6	5	4,5	6	4	25,5	5,1	
28	Adecuación	5,6	6	4	5,3	4,3	25,2	5,04	SI
	Pertinencia	6	6	4	6	5,5	27,5	5,5	
29	Adecuación	4	3	5	4,3	5	21,3	4,2	NO
	Pertinencia	2	3	2	2	2,5	11,5	2,3	
30	Adecuación	4,6	3,3	2	4	3	16,9	3,4	NO
	Pertinencia	2	2	2	4	2	12	2,4	

Anexo 3: Formato diario programador: Intervención pedagógica 1.

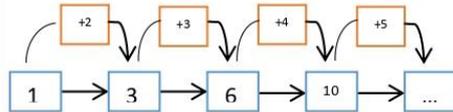
	UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTADER FACULTAD DE EDUCACION, ARTES Y HUMANIDADES DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA, ANDRAGOGIA, COMUNICACIONES Y MULTIMEDIA
-----------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ESTRUCTURA DEL DIARIO PROGRAMADOR



INSTITUCION EDUCATIVA		SEDE 3 GUILLERMO COTE BAUTISTA			FECHA: Semana 2: 5 al 9 de Octubre de 2020			I.H:	
AREA:	Matemáticas	PENSAMIENTO:	Variacional	PERIODO:		GRADO:	5	PRACTICANTE:	Jessica Paola Martinez Karen Yulezti Contreras
PROPOSITO GENERAL: Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.									
TRANSVERSALIDAD: Pensamiento numérico y geométrico					PROCESO MATEMATICO: Razonamiento, modelación, ejercitación y comunicación.				
Evidencia de Aprendizaje (DBA -Mallas de Aprendizaje): Propone patrones de comportamiento numéricos y patrones de comportamientos gráficos.									
PROPOSITO DE APRENDIZAJE: Interpreta y analiza el patrón de cambio presente en situaciones de la vida cotidiana.									
ACTIVIDADES METODOLOGICAS					RECURSOS			TIEMPO	
Actividades de rutina: Organización del aula. INICIO: Para dar inicio se darán las siguientes instrucciones a los estudiantes: <ul style="list-style-type: none"> • Se les indicará que se numeren del 1 al 9 hasta que a cada uno le corresponda un número, seguido se agruparán los que les corresponde el número 1, el 2, el 3, etc. • Cada grupo le asigna un nombre que los represente. • Se leerá el siguiente problema: "Los nueve jugadores de un equipo de baloncesto chocan sus manos con todos sus compañeros de equipo antes de comenzar el partido ¿Cuántas palmadas dan en total?" • Se les indica que deben dar una respuesta por grupo. 								25	
DESARROLLO: Se iniciará la modelación del problema por medio de una representación gráfica en donde cada persona será representada como un punto dentro de una circunferencia y cada palmada como un segmento. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">  <p>Dos amigos una palmada</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Tres amigos tres palmada</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Cuatro amigos seis palmada</p> </div> </div>								30	

Se busca la relación que guarda el número de palmadas:



El patrón de cambio consiste en ir sumando los números naturales: el que ocupa el 4 ° lugar se obtiene sumando los cuatro primeros números naturales.

Se oficializará el concepto patrón de cambio:

El **patrón de cambio** es el criterio que permite encontrar los términos que conforman una **secuencia** numérica o gráfica.

Posteriormente construimos la tabla

Amigos	2	3	4	5	6	7	8	9
palmadas	1	3	6	10	15	21	28	36

Respuesta: En total nueve jugadores se dan 36 palmadas.

Seguido, para reforzar el concepto de patrón de cambio se les entregará el siguiente problema:

2. Camila está haciendo una torre con cubos. ¿Cuántos cubos necesitará para construir los siguientes pisos? Completa el cuadro, siguiendo el ejemplo.

	Pisos	1	2	3	4	5
	Cubos	3				

CIERRE:

Se realizará la siguiente actividad de cierre:

1. Encuentra el patrón de cambio en cada secuencia y complétala

- a. 2, 4, 8, __, __ ...
- b. 72, 63, 54, __, __ ...
- c. 9, 18, 27, __, __ ...
- d. 1, 3, 5, __, __ ...
- e. 1024, 256, 64, __, __ ...

Tablero, marcadores y block cuadrículado.

15 minutos

Anexo 4: Formato diario programador: Intervención pedagógica 2.

	UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTADER FACULTAD DE EDUCACION, ARTES Y HUMANIDADES DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA, ANDRAGOGIA, COMUNICACIONES Y MULTIMEDIA
-----------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ESTRUCTURA DEL DIARIO PROGRAMADOR

+	INSTITUCION EDUCATIVA SEDE 3 GUILLERMO COTE BAUTISTA	FECHA: Semana 3: 12 al 16 de Octubre de 2020	I.H:															
AREA: Matemáticas	PENSAMIENTO: Variacional	PERIODO:	GRADO: 5	PRACTICANTE: Jessica Paola Martinez Karen Yulez Contreras														
PROPOSITO GENERAL: * Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos. * Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales. * Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.																		
TRANSVERSALIDAD: Pensamiento numérico, métrico y ciencias naturales		PROCESO MATEMATICO: Razonamiento, modelación y comunicación.																
Evidencia de Aprendizaje (DBA -Mallas de Aprendizaje): Realiza cálculos numéricos, organiza la información en tablas, elabora representaciones gráficas y las interpreta.																		
PROPOSITO DE APRENDIZAJE: Identifica la variable dependiente e independiente y representa gráficamente información contenida en tablas.																		
ACTIVIDADES METODOLOGICAS		RECURSOS		TIEMPO														
Actividades de rutina: Organización del aula. INICIO: Se iniciará con el siguiente problema: Luis y su familia desean comprar helados para cada uno de ellos, cada Helado tiene un costo de \$1.500, en total la familia de Luis consta de 6 personas incluyéndolo a él. ¿En total cuanto deberá pagar la familia de Luis por el consumo de estos Helados? Se mostrará a los estudiantes un bosquejo de plano cartesiano y puntos que se puedan colocar en él (coordenadas). En una guía que se les dará se mostrará una tabla como la siguiente:		Guías con tablas de valores, bosquejos de planos cartesianos y puntos para colocar coordenadas.		25 minutos														
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr style="background-color: #92d050;"> <th style="text-align: center;">Número de helados Vendidos</th> <th style="text-align: center;">Precio total (\$)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1.500</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">3.000</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">4.500</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">6.000</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">7.500</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">9.000</td></tr> </tbody> </table>		Número de helados Vendidos	Precio total (\$)	1	1.500	2	3.000	3	4.500	4	6.000	5	7.500	6	9.000			
Número de helados Vendidos	Precio total (\$)																	
1	1.500																	
2	3.000																	
3	4.500																	
4	6.000																	
5	7.500																	
6	9.000																	

<p>Se pedirá a un estudiante que pase y ubique la primera pareja de datos en el plano, después a otro la segunda y así sucesivamente hasta ubicar todas las parejas de coordenadas.</p> <p>Se les preguntará a los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ ¿el número de helados depende de del precio total que se cancele? ✓ ¿el precio total que se cancele depende del número de helados que se compran? 																								
<p>DESARROLLO: Se mostrará a los estudiantes el siguiente problema Un atleta quiere saber cuánta distancia recorrerá en 30 en segundos , para ello tiene un dispositivo especial que mide la distancia recorrida en los segundos que pasen, el dispositivo muestra la siguiente información y el entrenador la va consignando en una tabla así:</p> <table border="1" data-bbox="259 703 1070 987"> <thead> <tr> <th>Tiempo (segundos)</th> <th>Distancia (metros)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>3</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>10</td></tr> <tr><td>9</td><td>15</td></tr> <tr><td>12</td><td>20</td></tr> <tr><td>15</td><td>25</td></tr> <tr><td>18</td><td>30</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>Cuando llega a 18 segundos el dispositivo se daña y no puede seguir midiendo la distancia ni el tiempo. De acuerdo a los datos que ya tiene en la tabla ¿puedes ayudar al atleta a conocer la distancia que recorrerá en 30 segundos?</p> <p>Se preguntará a los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ ¿La distancia recorrida depende del tiempo que pase? ✓ ¿El tiempo depende de la distancia recorrida? ✓ Cuando pasen 15 segundos cuanta distancia se habrá recorrido. ✓ Se pedirá a los estudiantes que grafiquen los datos de la tabla tiempo vs distancia. ✓ Se socializara con ellos la manera como debería quedar la gráfica. ✓ Se preguntará a estudiantes al azar ejemplos de cantidades que dependan de otras, y de cantidades que no dependan de otras. 	Tiempo (segundos)	Distancia (metros)	3	5	6	10	9	15	12	20	15	25	18	30									<p>Guías con tablas de valores, bosquejos de planos cartesianos y puntos para colocar coordenadas. Lápices y colores.</p>	<p>20 minutos</p>
Tiempo (segundos)	Distancia (metros)																							
3	5																							
6	10																							
9	15																							
12	20																							
15	25																							
18	30																							

<p>Nota: para trabajar con el proyecto trasversal del crecimiento de un árbol, se preguntará:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Dentro del crecimiento del árbol ¿Qué variable depende de cuál: el tiempo del crecimiento o el crecimiento de la planta del tiempo? 		
<p>CIERRE:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Los estudiantes dependiendo de la información que tienen en la ficha de registro del crecimiento de su planta, deberán realizar la gráfica del tiempo vs el crecimiento de su planta. 	Lápices, hojas de papel	20 minutos
OBSERVACIONES/SUGERENCIAS		

Firma de docente Titular _____

VoB0 DOCENTE PRACTICAS _____

Anexo 5: Formato diario programador: Intervención pedagógica 3.

	UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTADER FACULTAD DE EDUCACION, ARTES Y HUMANIDADES DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA, ANDRAGOGIA, COMUNICACIONES Y MULTIMEDIA
-----------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ESTRUCTURA DEL DIARIO PROGRAMADOR

INSTITUCION EDUCATIVA	SEDE 3 GUILLERMO COTE BAUTISTA	FECHA: Semana 4: 19 al 23 de Octubre de 2020	I.H:
AREA: Matemáticas	PENSAMIENTO: Variacional	PERIODO:	GRADO: 5
		PRACTICANTE: Jessica Paola Martínez Karen Yulezzi Contreras	
PROPOSITO GENERAL: Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.			
TRANSVERSALIDAD: Pensamiento numérico, métrico y ciencias naturales		PROCESO MATEMATICO: Razonamiento, modelación y comunicación.	
Evidencia de Aprendizaje (DBA -Mallas de Aprendizaje): Trabaja sobre números desconocidos para dar respuestas a los problemas.			
PROPOSITO DE APRENDIZAJE: Comprendan el concepto de ecuación por medio del uso de la balanza y de solución a problemas contextualizados.			
ACTIVIDADES METODOLOGICAS		RECURSOS	TIEMPO
<p>Actividades de rutina: Organización del aula.</p> <p>INICIO: Se iniciará con el siguiente problema: Milena y Efrain juegan baloncesto. Entre los dos anotaron 86 puntos. Si Efrain anotó 47 puntos, ¿cuántos puntos Milena?</p> <p>Se realizara una lluvia de ideas guiadas con preguntas como</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo pueden saber los puntos que anotó Milena? • ¿Qué operación deben realizar? • ¿Qué proceso realizan? <p>De acuerdo con la respuesta aunque sean correctas se comprobaran por medio de la modelación.</p>			25 minutos
<p>DESARROLLO: El proceso adecuado para solucionar el problema es plantear una ecuación; se preguntará</p> <p>✓ ¿saben que es una ecuación?</p> <p>Por medio de sus respuestas se determinara una definición de ecuación.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> Es una igualdad de dos expresiones en la que se desconoce uno de sus términos. </div>		Material concreto, marcadores y tablero.	20 minutos

Una forma de representar las ecuaciones es por medio de una balanza.

Se pregunta:

- ✓ ¿Qué es una balanza?
- ✓ ¿conocen las balanzas?

Por medio de esta balanza le daremos solución al problema planteado inicialmente, lo primero que haremos es leerlo y sacar los datos que se presentan en él.

Datos:

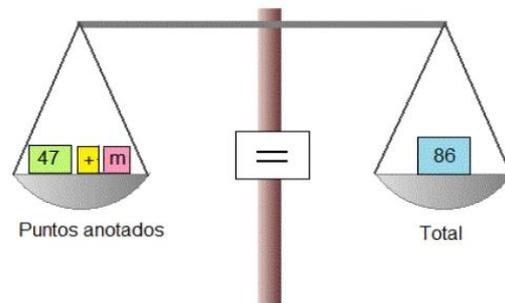
Total: 86 puntos

Puntos anotados:

Efraín=47

Milena: _?

Seguido se realizará la representación en la balanza, comparando y formando por medio de ésta la ecuación.



- ✓ Deben tener en cuenta que una ecuación está compuesta de dos términos de acuerdo con el problema, hablamos del total de puntos y los puntos anotados por Efraín y Milena.
- ✓ Los puntos anotados son una adición de los puntos de cada uno de ellos.
- ✓ El valor desconocido " incógnita", que son los puntos que anotó Milena.

<p>¿Cómo sabemos cuántos puntos anotó Milena?, para ello se hará la representación en la balanza de la operación que se debe realizar teniendo en cuenta que siempre se debe mantener la balanza en equilibrio, para dar la solución se hace uso en el procedimiento del inverso aditivo y su representación se realizará en la balanza.</p> <p>Para reforzar se realiza el siguiente ejercicio, contando con la participación de los estudiante.</p> <p>“La diferencia entre dos números es 96. Si el menor es 181, ¿cuál es el mayor?”</p> $x - 181 = 96$ $x - 181 + 181 = 96 + 181$ $x = 277$ <p>El número mayor es 277.</p> <p>Se plantea uno adicional para que lo resuelvan ellos: “Lorena vive a 250 m de su colegio. Si ya recorrió 96 m, ¿cuántos metros le falta por recorrer?”</p>		
<p>CIERRE:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ A partir de los datos que se llevan en la ficha de registro respecto al crecimiento de la planta, se les pide que planteen una ecuación que determine la diferencia en el crecimiento de la planta con respecto a la semana anterior. <p>Se les indica que deben realizar una representación pictórica de la diferencia en el crecimiento de la planta.</p>	Ficha de registro, hojas, reglas.	20 minutos
OBSERVACIONES/SUGERENCIAS		

Firma de docente Titular _____

VoB0 DOCENTE PRACTICAS _____

Anexo 6: Formato diario programador: Intervención pedagógica 4.

	UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTADER
	FACULTAD DE EDUCACION, ARTES Y HUMANIDADES DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA, ANDRAGOGIA, COMUNICACIONES Y MULTIMEDIA

ESTRUCTURA DEL DIARIO PROGRAMADOR

INSTITUCION EDUCATIVA		SEDE 3 GUILLERMO COTE BAUTISTA			FECHA: Semana 5: 26 al 30 de Octubre de 2020			I.H:	
AREA:	Matemáticas	PENSAMIENTO:	Variacional	PERIODO:		GRADO:	5	PRACTICANTE:	Jessica Paola Martinez Karen Yulezzi Contreras
PROPOSITO GENERAL: Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.									
TRANSVERSALIDAD: pensamiento numérico, métrico y ciencias naturales					PROCESO MATEMATICO: Razonamiento, modelación ejercitación y comunicación.				
Evidencia de Aprendizaje (DBA -Mallas de Aprendizaje): Trabaja sobre números desconocidos para dar respuestas a los problemas.									
PROPOSITO DE APRENDIZAJE: Analiza y resuelve problemas contextualizados que impliquen las ecuaciones.									
ACTIVIDADES METODOLOGICAS					RECURSOS			TIEMPO	
Actividades de rutina: Organización del aula. INICIO: Se plantea el siguiente problema: Pedro tiene 2 libros menos que Samuel. Samuel tiene 5 libros de poemas y 3 de cuentos ¿Cuántos libros tiene Pedro? Se les dará las instrucciones para que se desarrolle dicho problema según Pólya.								25 minutos	
DESARROLLO: 1. Anexo guía (1) 2. Averigua la edad de cada personaje								20 minutos	

<p>Soy Luz. Tengo 17 años.</p>  <p>Soy Hugo, tengo el doble de la edad de Luz.</p>  <p>Soy Olga. Si tuviera 36 años menos tendría la edad de Hugo.</p> 		
<p>CIERRE:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ se les pide a los estudiantes que planteen una ecuación para el siguiente caso y que la resuelvan. <p>Eduardo Guardaba sus ahorros en tres alcancías. En la primera tenía \$8250 y en la segunda \$6450. Si en total reunió \$23500 ¿Cuánto tenía en la tercera alcancía?</p>		20 minutos
<p>OBSERVACIONES/SUGERENCIAS</p>		

Firma de docente Titular ____

Anexo 7: Ficha de registro – Proyecto de aula.

FICHA DE REGISTRO

Nombre: _____

Nombre de la planta: _____

Semana	¿Cuánto mido hoy?	¿Cuánto crecí?	¿Cuántas hojas tengo ahora?
1			
2			
3			
4			

Anexo 8: Ficha solución de problemas según Pólya.

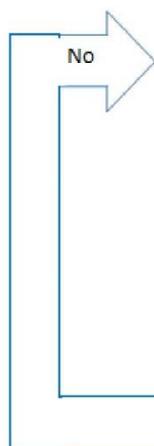
Nombre: _____ Fecha: _____

INICIO

Comprensión del problema

- Cuéntale a uno de tus compañeros con tus propias palabras lo que dice el problema.
- Escribe en cada casilla el dato correspondiente.

¿Qué conoces?	¿Qué quieres calcular?

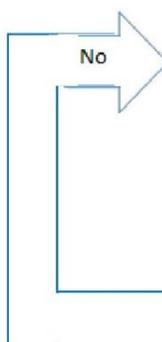


¿Sabes qué
quieres
calcular?



Concepción de un plan:

- ¿De qué maneras puedes expresar matemáticamente la situación planteada?
- ¿Cómo se puede representar el dato desconocido?



¿Tienes
clara la
ecuación?

Ejecución del plan:

- Escribe la ecuación correspondiente al enunciado del problema. Asígnale una letra a la incógnita $\square = \square$
- Identifica la operación que realiza el valor que acompaña la incógnita. Escribe la operación inversa a cada lado de la ecuación $\square \square = \square \square$
- Encuentra el valor de la incógnita: $\square = \square$

Pedro tiene \square libros.

Anexo 9: Registros fotográficos de las actividades.

Semana 1	
Fecha: 28 de Septiembre al 2 de Octubre de 2020	
	
	
Descripción: En la primera semana se realiza el reconocimiento del grupo, se aplica el test de conocimiento para determinar los pre saberes de los estudiantes y se realiza la fase inicial del proyecto de aula del crecimiento de la planta, en donde plantan la semilla y nombran cada uno a su planta.	

Semana 2

Fecha: 5 al 9 de Octubre de 2020



A) 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128	1	3
B) 72, 63, 54, 45, 36, 27, 18	2	3
C) 1, 30, 27, 36, 45, 45	1	4
D) 1, 3, 5, 7, 9, 11	5	6
E) 70, 24, 256, 64, 16, 4	6	7
	7	8
	8	9
	9	10
	10	11
	11	12
	12	13
	13	14
	14	15
	15	16
	16	17
	17	18
	18	19
	19	20
	20	21
	21	22
	22	23
	23	24
	24	25
	25	26
	26	27
	27	28
	28	29
	29	30
	30	31
	31	32
	32	33
	33	34
	34	35
	35	36
	36	37
	37	38
	38	39
	39	40
	40	41
	41	42
	42	43
	43	44
	44	45
	45	46
	46	47
	47	48
	48	49
	49	50
	50	51
	51	52
	52	53
	53	54
	54	55
	55	56
	56	57
	57	58
	58	59
	59	60
	60	61
	61	62
	62	63
	63	64
	64	65
	65	66
	66	67
	67	68
	68	69
	69	70
	70	71
	71	72
	72	73
	73	74
	74	75
	75	76
	76	77
	77	78
	78	79
	79	80
	80	81
	81	82
	82	83
	83	84
	84	85
	85	86
	86	87
	87	88
	88	89
	89	90
	90	91
	91	92
	92	93
	93	94
	94	95
	95	96
	96	97
	97	98
	98	99
	99	100

Descripción: Se realiza la primera intervención pedagógica partiendo de un problema cotidiano práctico que se realiza en conjunto con los estudiantes para posteriormente realizar la modelación pictórica que permite construir el concepto de patrón de cambio y comprender su aplicabilidad. Consecuentemente, se plantean ejercicios de refuerzo trabajando uno de estos en conjunto y otros de forma individual.

Semana 3

Fecha: 12 al 16 de Octubre de 2020



Un atleta quiere saber cuánta distancia recorrerá en 30 en segundos, para ello tiene un dispositivo especial que mide la distancia recorrida en los segundos que pasen, el dispositivo muestra la siguiente información y el entrenador la va consignando en una tabla así:

Tiempo (segundos)	Distancia (metros)
3	5
6	10
9	15
12	20
15	25
18	30
21	35
24	40
27	45
30	50

Descripción: Se realiza la segunda intervención pedagógica, dónde se aborda el conocimiento a través de material concreto para apreciar el proceso adecuado en la construcción de gráficos a partir de datos registrados en tablas. De igual forma, realizan el ejercicio de completar datos de una tabla para realizar posteriormente en grupo la representación gráfica, de ésta forma se les propone que con los datos registrados en las fichas del proyecto de aula realicen el mismo ejercicio y representen la altura de la planta en función del tiempo transcurrido.

Semana 4

Fecha: 19 al 23 de Octubre de 2020



250 metros y recorrió 96 metros
 y le faltan 754 metros
 $250 - 96 = 754$
 $96 + ? = 250$
 $96 + a = 250$
 $96 + a - 96 = 250 - 96$
 $a = 754$

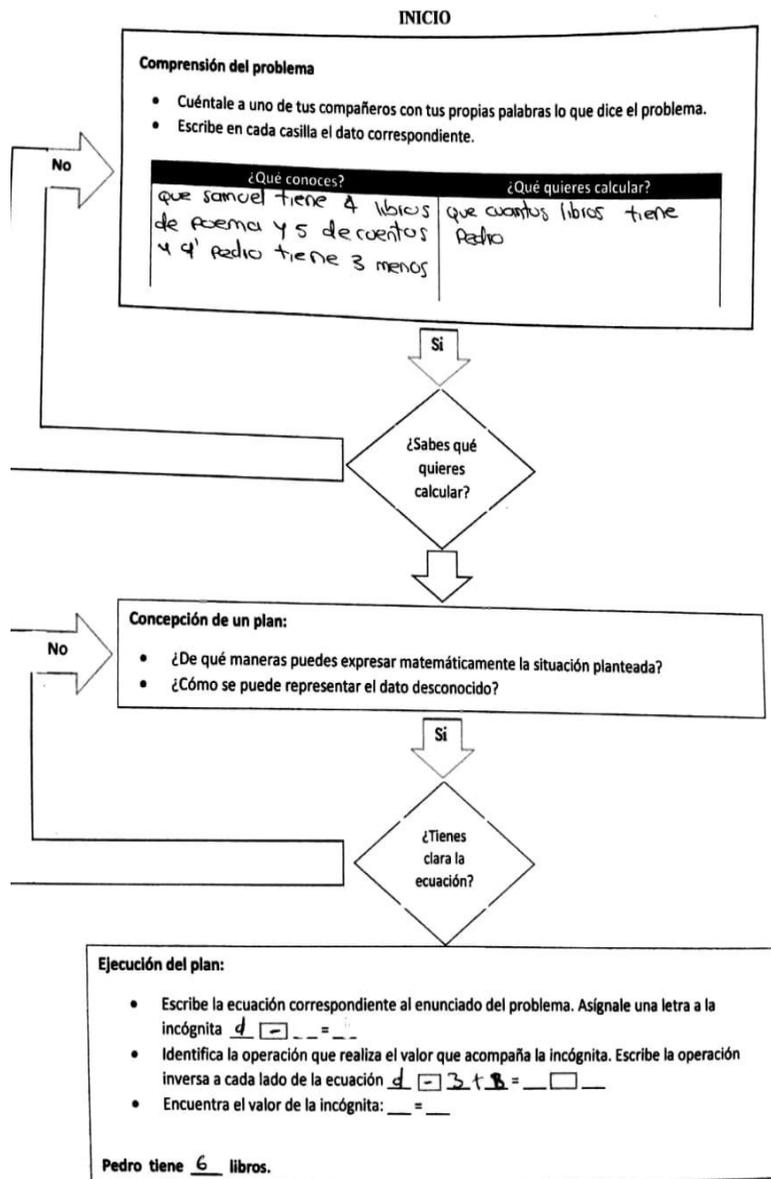
Descripción: En el desarrollo de la tercera intervención pedagógica, se propone un problema para que los estudiantes lo solucionen individualmente seguido se corrobora a través de la modelación y la manipulación de material concreto los resultados del problema y se aborda el concepto de igualdad por medio de una balanza que permite construir y comprender con mayor facilidad el concepto de ecuación. Además, se les pide que analicen los datos de la ficha y planteen una ecuación que determine la diferencia de crecimiento de la planta.

Semana 5

Fecha: 26 al 30 de Octubre de 2020



Luc 17 años
 Hugo el doble de la edad de Luc
 Olga 3. fuera 36 menos tener a la edad de
 Hugo
 $Luc = 17$
 $Hugo = 34$
 $Olga = 10$
 $1. 8.250$
 $2. 6.450$
 $3.$
 23.500
 8.250
 6.450
 74.700
 23.500
 74.700
 08.800
 71
 23.500
 74.700
 08.800

Nombre: Daily Tatiana Mendoza LópezFecha: 05-08-20

Escaneado con CamScanner

Descripción: En el desarrollo de la cuarta intervención pedagógica, se induce el trabajo por medio de una guía la resolución de problemas orientado con el método de Pólya. El primer problema propuesto es de trabajo individual, seguido se realiza retroalimentación para continuar con el desarrollo y refuerzo individual, para finalizar se les propone a los estudiantes que plantearan una ecuación que implicara los datos que registraron sobre el crecimiento de cada una de sus plantas.

Semana 6**Fecha:** 2 al 6 de Noviembre de 2020

Descripción: Para culminar el proceso realizado con los estudiantes, se analizan en conjunto las fichas de registro del crecimiento de las plantas y se determina cual fue el crecimiento mayor que alcanzo algunas de las plantas, seguido se aplica nuevamente el test de conocimiento para establecer el impacto de las intervenciones pedagógicas y se finaliza con un compartir con los estudiantes como gesto de despedida y agradecimiento.

Anexo 10: Ficha de registro de uno de los estudiantes – Proyecto de aula.

FICHA DE REGISTRO

Nombre del equipo: Yaily Katherine Contreras
 Nombre de la planta: Matius

Semana	¿Cuánto mido hoy?	¿Cuánto crecí?	¿Cuántas hojas tengo ahora?
1	13 cm 		2
2	26 cm 	13 cm 	2
3	34 cm 	18 cm 	4
4	37 cm 	3 cm 	6




Escaneado con CamScanner

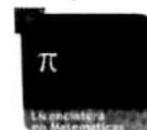
Descripción: Se anexa la ficha de registro del crecimiento de la planta, en ella cada estudiante colocaba su nombre y el nombre que le daba al árbol. Así mismo, los estudiantes evaluaban el incremento del tamaño de la planta por medio de lanas de colores las cuales median con ayuda de reglas o cintas métricas y registraban sus datos en las tablas.

Anexo 11: Solución del test realizado a un estudiante antes y después de las intervenciones pedagógicas.

Descripción: A continuación, se muestra la prueba diagnóstica presentada por una estudiante perteneciente a la muestra, posteriormente se compara la misma prueba realizada después de las intervenciones pedagógicas.



UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER
FACULTAD DE EDUCACION, ARTES Y HUMANIDADES
PROGRAMA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS



PRUEBA DIAGNÓSTICA

Adriana = 11

Nombre: Yanney Adriana Bostago Acevedo Fecha: 22-09-2

Indicaciones:

- En la siguiente prueba encontrarás 17 problemas. Lee con atención cada situación y pregunta presentada.
- Para dar solución y responder la pregunta, revisa los procedimientos que has desarrollado que justifiquen la respuesta.
- Marca con una "x" la respuesta correcta. Sólo es válida una respuesta.

De acuerdo con la siguiente información responde las preguntas 1 y 2.

Carlos, Juan y María son hermanos. Carlos tiene 25 años, Juan tiene 35 años y María tiene 17 años.

1. ¿Cuál es el orden de los hermanos del menor al mayor?

- A. Carlos - Juan - María.
 B. María - Carlos - Juan.
 C. Carlos - María - Juan.
 D. María - Juan - Carlos.

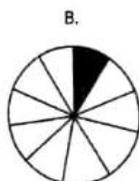
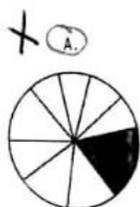
2. ¿Cuál será la diferencia entre las edades de Juan y de Carlos dentro de 15 años?

- A. 10 B. 15
 C. 20 D. 25

3. Para la fiesta de cumpleaños de Valeria se preparó una torta y se partió en 10 porciones iguales.

Valeria se comió $\frac{3}{10}$ de su torta de cumpleaños.

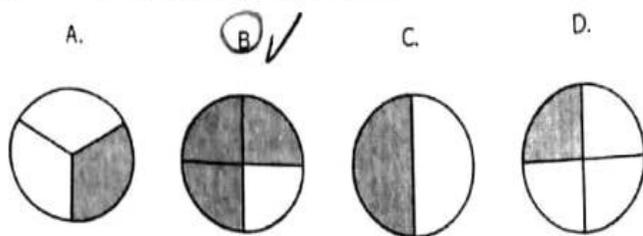
¿Cuál de las siguientes gráficas representa las porciones de torta que se comió Valeria?



Hecho con CamScanner

4. Las $\frac{3}{4}$ partes de la superficie del planeta Tierra están cubiertas por agua.

¿En cuál de las siguientes gráficas se representa la superficie del planeta Tierra cubierta por agua?

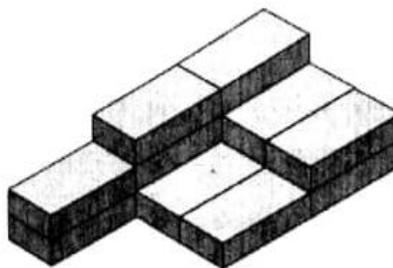


 Superficie cubierta por agua

5. Con bloques de madera iguales, se construyó una torre como la que se muestra en la siguiente figura:



Bloque

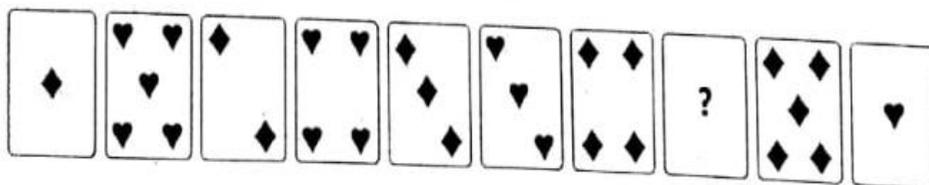


Torre

¿Con cuántos bloques se formó la torre?

- A. 7 B. 8
~~C. 10~~ D. 14

6. Observa la siguiente secuencia de números y figuras en las cartas:



¿Cuál carta debe colocarse en lugar del signo de interrogación para mantener la secuencia?

- A.  B.  C. ~~B. ~~ D. 

7. Observa las siguientes secuencias de números:

Secuencia I: 5, 10, 20, 40, 80, 160,...

Secuencia II: 1, 3, 5, 7, 9, 11,...

¿Cuál de las siguientes operaciones se puede efectuar, para hallar el número que sigue en la secuencia II?

- A. $11 \cdot 2$ B. $11 + 2$
 C. 11^2 D. $11 - 2$

8. En un restaurante, a la hora del almuerzo sirven la gaseosa en vasos de la misma forma y tamaño. En la tabla se presenta la cantidad de gaseosa que sirven en 2, 3 y 4 vasos llenos.

Número de vasos	Cantidad de gaseosa en centímetros cúbicos (cm^3)
2	500
3	750
4	1.000
⋮	⋮
⋮	⋮

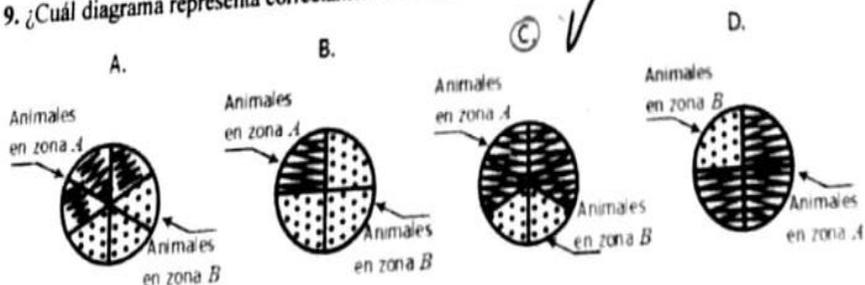
¿Qué cantidad de gaseosa se necesita para llenar 7 vasos?

- A. 1.250 cm^3 . B. 1.500 cm^3 .
 C. 1.750 cm^3 . D. 2.250 cm^3 .

De acuerdo con la siguiente información responde las preguntas 9 y 10.

En una finca hay 600 animales distribuidos en dos zonas, zona A y zona B. De los 600 animales, $\frac{4}{6}$ está en la zona A y el resto de los animales está en la zona B.

9. ¿Cuál diagrama representa correctamente la distribución de los animales en las dos zonas?



10. Si $\frac{1}{4}$ de los animales que estaba en la zona A pasó a la zona B, ¿Cuántos animales están ahora en la zona B?

- A. 100 B. 150
 C. 300 D. 400

De acuerdo con la siguiente información responde las preguntas 11 y 12.

Una papelería ofrece la siguiente promoción:



11. Con \$8.000, ¿cuántos cuadernos de la promoción se puede comprar sin que sobre dinero?

- A. 4 B. 12
 C. 8 D. 16

12. ¿En cuál de las siguientes tablas se muestra el precio correcto de 2, 4, 6 y 8 cuadernos iguales de 50 hojas?

A.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	1.000
4	2.000
6	4.000
8	8.000

B.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	500
4	1.000
6	1.500
8	2.000

C.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	500
4	1.000
6	2.000
8	3.000

D.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	1.000
4	2.000
6	3.000
8	4.000

13. Observa el precio de algunos de los artículos que ofrece un almacén de ropa.

Camiseta: \$15.000
 Pantoneta: \$10.000
 1 par de medias: \$5.000
 Gorra: \$15.000

Nancy quiere comprar en el almacén dos artículos distintos para regalárselos a sus hermanos y ahorrar la mayor de dinero. ¿Qué artículos debe comprar Nancy?

- A. Una camiseta y una pantaloneta.
 B. Una camiseta y una gorra.
 C. Una gorra y un par de medias.
 D. Una pantaloneta y un par de medias.

Alejandro tenía algunos dulces guardados, se comió la mitad y regaló 2. Ahora tiene 4 dulces. ¿Cuántos dulces tenía guardados Alejandro?

- A. 6
 B. 8
 C. 10
 D. 12

15. En la siguiente tabla se presenta información incompleta de los precios de paquetes de dulces en una tienda.

Número de paquetes	Precio
1	
2	\$1.800
3	
4	
5	\$4.500

Si cada paquete de dulces cuesta lo mismo, ¿cuánto valen tres paquetes?

- A. \$1.800
 B. \$2.700
 C. \$4.500
 D. \$6.300

16. Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas.
 B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas.
 C. Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.
 D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.

De acuerdo con la siguiente información responda las preguntas 17 y 18.

Claudia compró varios metros de cinta, unos de color amarillo y otros de color azul.

17. Con 15 metros de cinta amarilla, Claudia puede hacer 5 adornos del mismo tamaño, iguales, sin que sobre cinta. ¿Cuántos adornos de los amarillos del mismo tamaño puede hacer con 30 metros de cinta azul sin que sobre cinta?

- A. 3
 B. 5
 C. 10
 D. 15

18. Claudia tomó 12 metros de cinta amarilla y 20 metros de cinta azul y los cortó de forma que resultaran pedazos del mismo tamaño, no sobrara cinta y fueran de la mayor longitud posible. ¿Cuál es la longitud de cada pedazo?

- A. 3 metros.
 B. 4 metros.
 C. 5 metros.
 D. 6 metros.

De acuerdo con la siguiente información responde las preguntas 19 y 20.

Las boletas de entrada a un zoológico tienen un precio fijo para niños y un precio fijo para adultos. Observa el aviso que hay en la entrada del zoológico.



19. Según la información del aviso, ¿cuánto pagan 4 adultos y 6 niños por entrar en el zoológico?

- A. \$35.000 B. \$38.000
 C. \$40.000 D. \$70.000

20. El precio de la boleta de un adulto es el doble del precio de la boleta de un niño. ¿Cuál es el precio de la boleta de un niño?

- A. \$5.000 B. \$7.000
 C. \$20.000 D. \$25.000

21. Las esferas colocadas en los platos de la balanza son de diferente material y están marcadas con su masa en gramos.



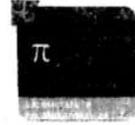
La balanza está inclinada porque $5 + 4$ es mayor que $2 + 3$. ¿Cuál esfera se debe colocar en el plato de la izquierda para equilibrar la balanza?

- A. 2 B. 3
 C. 4 D. 5

Solución prueba de conocimiento después de las intervenciones pedagógicas



UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER
FACULTAD DE EDUCACION, ARTES Y HUMANIDADES
PROGRAMA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS



PRUEBA DIAGNÓSTICA

Nombre: Yanney Adrián Bustos Acosta Fecha: 03-11-2020

Indicaciones:

- En la siguiente prueba encontrarás 17 problemas. Lee con atención cada situación y pregunta presentada.
- Para dar solución y responder la pregunta, revisa los procedimientos que has desarrollado que justifiquen tu respuesta.
- Marca con una "x" la respuesta correcta. Sólo es válida una respuesta.

De acuerdo con la siguiente información responde las preguntas 1 y 2.

Carlos, Juan y María son hermanos. Carlos tiene 25 años, Juan tiene 35 años y María tiene 17 años.

1. ¿Cuál es el orden de los hermanos del menor al mayor?

- A. Carlos - Juan - María.
 B. María - Carlos - Juan. ✓
 C. Carlos - María - Juan.
 D. María - Juan - Carlos.

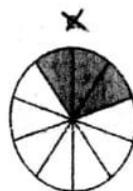
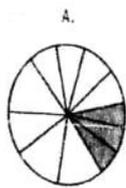
2. ¿Cuál será la diferencia entre las edades de Juan y de Carlos dentro de 15 años?

- A. 10 ✓
 B. 15
 C. 20
 D. 25

3. Para la fiesta de cumpleaños de Valeria se preparó una torta y se partió en 10 porciones iguales.

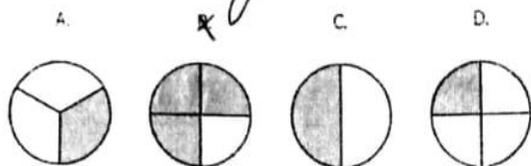
Valeria se comió $\frac{3}{10}$ de su torta de cumpleaños.

¿Cuál de las siguientes gráficas representa las porciones de torta que se comió Valeria?



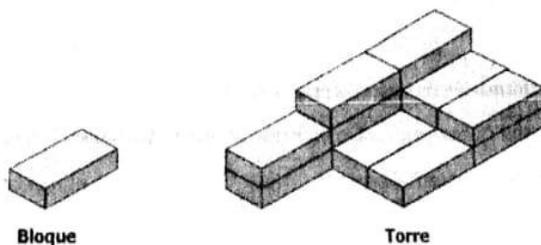
4. Las $\frac{3}{4}$ partes de la superficie del planeta Tierra están cubiertas por agua.

¿En cuál de las siguientes gráficas se representa la superficie del planeta Tierra cubierta por agua?



 Superficie cubierta por agua

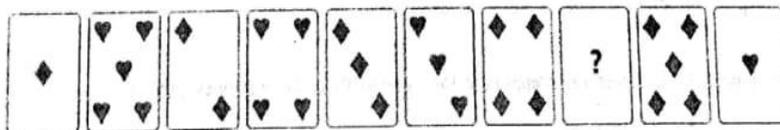
5. Con bloques de madera iguales, se construyó una torre como la que se muestra en la siguiente figura:



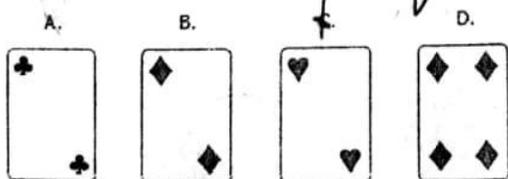
¿Con cuántos bloques se formó la torre?

- A. 7 B. 8
C. 10 ~~D. 14~~ ✓

6. Observa la siguiente secuencia de números y figuras en las cartas:



¿Cuál carta debe colocarse en lugar del signo de interrogación para mantener la secuencia?



7. Observa las siguientes secuencias de números:

Secuencia I: 5, 10, 20, 40, 80, 160,...

Secuencia II: 1, 3, 5, 7, 9, 11,...

¿Cuál de las siguientes operaciones se puede efectuar, para hallar el número que sigue en la secuencia II?

- A. $11 \cdot 2$ B. $11 + 2$
 C. 11^2 D. $11 - 2$

8. En un restaurante, a la hora del almuerzo sirven la gaseosa en vasos de la misma forma y tamaño. En la tabla se presenta la cantidad de gaseosa que sirven en 2, 3 y 4 vasos llenos.

Número de vasos	Cantidad de gaseosa en centímetros cúbicos (cm^3)
2	500
3	750
4	1.000
⋮	⋮
⋮	⋮

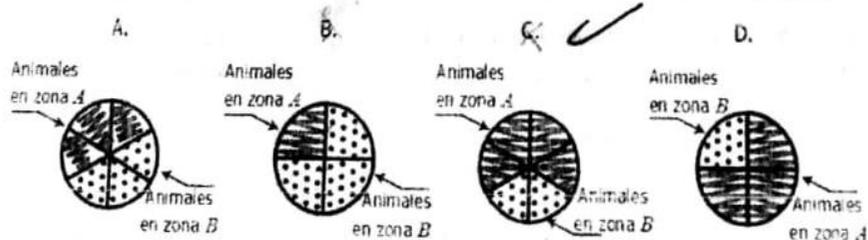
¿Qué cantidad de gaseosa se necesita para llenar 7 vasos?

- A. 1.250 cm^3 B. 1.500 cm^3
 C. 1.750 cm^3 D. 2.250 cm^3

De acuerdo con la siguiente información responde las preguntas 9 y 10.

En una finca hay 600 animales distribuidos en dos zonas, zona A y zona B. De los 600 animales, $\frac{4}{6}$ está en la zona A y el resto de los animales está en la zona B.

9. ¿Cuál diagrama representa correctamente la distribución de los animales en las dos zonas?



10. Si $\frac{1}{4}$ de los animales que estaba en la zona A pasó a la zona B, ¿Cuántos animales están ahora en la zona B?

- A. 100 B. 150
 C. 300 D. 400

De acuerdo con la siguiente información responde las preguntas 11 y 12.

Una papelería ofrece la siguiente promoción:



11. Con \$8.000, ¿cuántos cuadernos de la promoción se puede comprar sin que sobre dinero?

- A. 4
 B. 8
 C. 12
 D. 16

12. ¿En cuál de las siguientes tablas se muestra el precio correcto de 2, 4, 6 y 8 cuadernos iguales de 50 hojas?

X ↑

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	1.000
4	2.000
6	4.000
8	8.000

B.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	500
4	1.000
6	1.500
8	2.000

C.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	500
4	1.000
6	2.000
8	3.000

D.

Número de cuadernos	Precio (\$)
2	1.000
4	2.000
6	3.000
8	4.000

13. Observa el precio de algunos de los artículos que ofrece un almacén de ropa.

Camiseta:	\$15.000
Pantaloneta:	\$10.000
1 par de medias:	\$5.000
Gorra:	\$15.000

Nancy quiere comprar en el almacén dos artículos distintos para regalárselos a sus hermanos y ahorrar la mayor cantidad de dinero. ¿Qué artículos debe comprar Nancy?

- A. Una camiseta y una pantaloneta.
 B. Una camiseta y una gorra.
 C. Una gorra y un par de medias.
 D. Una pantaloneta y un par de medias.

- Alejandro tenía algunos dulces guardados, se comió la mitad y regaló 2. Ahora tiene 4 dulces. ¿Cuántos dulces tenía guardados Alejandro?
- A. 6 B. 8
 C. 10 D. 12

15. En la siguiente tabla se presenta información incompleta de los precios de paquetes de dulces en una tienda.

Número de paquetes	Precio
1	
2	\$1.800
3	
4	
5	\$4.500

- Si cada paquete de dulces cuesta lo mismo, ¿cuánto valen tres paquetes?

- A. \$1.800 B. \$2.700
 C. \$4.500 D. \$6.300
16. Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?
- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas.
 B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas.
 C. Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.
 D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.

- De acuerdo con la siguiente información responda las preguntas 17 y 18.

Claudia compró varios metros de cinta, unos de color amarillo y otros de color azul.

17. Con 15 metros de cinta amarilla, Claudia puede hacer 5 adornos del mismo tamaño, iguales, sin que sobre cinta. ¿Cuántos adornos de los amarillos del mismo tamaño puede hacer con 30 metros de cinta azul sin que sobre cinta?

- A. 3 B. 5
 C. 10 D. 15

18. Claudia tomó 12 metros de cinta amarilla y 20 metros de cinta azul y los cortó de forma que resultaran pedazos del mismo tamaño, no sobrara cinta y fueran de la mayor longitud posible. ¿Cuál es la longitud de cada pedazo?

- A. 3 metros.
 B. 4 metros.
 C. 5 metros.
 D. 6 metros.

De acuerdo con la siguiente información responde las preguntas 19 y 20.

Las boletas de entrada a un zoológico tienen un precio fijo para niños y un precio fijo para adultos. Observa el aviso que hay en la entrada del zoológico.



19. Según la información del aviso, ¿cuánto pagan 4 adultos y 6 niños por entrar en el zoológico?

- A. \$35.000 ~~B. \$38.000~~ ✓
 C. \$40.000 D. \$70.000

20. El precio de la boleta de un adulto es el doble del precio de la boleta de un niño. ¿Cuál es el precio de la boleta de un niño?

- A. \$5.000 B. \$7.000 ✓
 C. \$20.000 ~~D. \$25.000~~

21. Las esferas colocadas en los platos de la balanza son de diferente material y están marcadas con su masa en gramos.



La balanza está inclinada porque $(5)+(4)$ es mayor que $(2)+(3)$. ¿Cuál esfera se debe colocar en el plato de la izquierda para equilibrar la balanza?

- A. $\begin{matrix} \textcircled{2} \\ \textcircled{4} \end{matrix}$ ✓ B. $\textcircled{3}$
 C. $\textcircled{4}$ ✓ D. $\textcircled{5}$

Descripción: Se pueden observar los resultados del test diagnóstico aplicado antes de las intervenciones pedagógicas, en los cuales la estudiante obtiene una puntuación de 6/21, (estos resultados son dados solamente a la hoja de respuestas sin tener en cuenta procedimientos), posteriormente en el test realizado luego de las intervenciones, en la cual el resultado obtenido es 12/21. Es evidente la mejoría.

Anexo 12: Guía de trabajo enviadas por el docente a través de Classroom.

Scribe

Guía de trabajo de Matemáticas
Grado Quinto.

Tema: Radicación de números naturales.

La radicación es una operación que nos permite calcular la base, cuando se conocen el exponente y la potencia.

La radicación es una operación inversa de la potenciación, es decir, permite encontrar el número que multiplicado por sí mismo la cantidad de veces que señala el índice de la raíz, da como resultado un número dado.

Simbolo radical

Índice $\rightarrow \sqrt[4]{16} = 4 \rightarrow$ Raíz Cuadrada
Cantidad sub radical

Realiza los siguientes ejemplos.

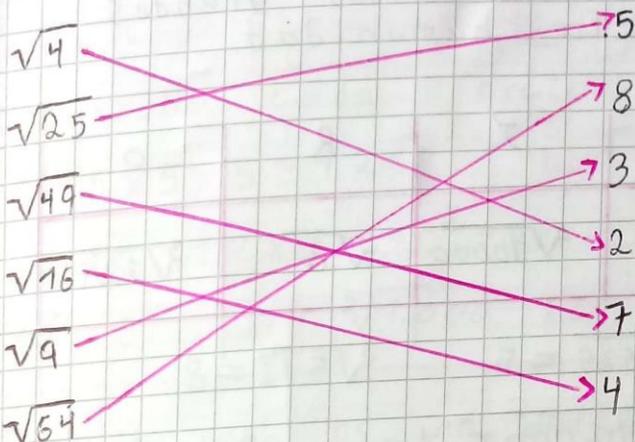
a) $\sqrt[3]{64} = 4$ b) $\sqrt[3]{36} = 6$ c) $\sqrt[3]{32} = 2$
d) $\sqrt{216} = 6$ e) $\sqrt{225} = 15$

Completa la siguiente tabla

Expresión verbal	Cantid. sub Radical	Índice	Raíz
Raíz Cubica de 64	64	3	4
Raíz Cuadrada de 49	49	2	7
Raíz Cubica de 1.000	1.000	3	10
Raíz quinta de 32	32	2	5
Raíz cuarta de 81	81	3	4

Escaneado con CamScanner

1- Relaciona cada raíz cuadrada con su resultado. Observa el ejemplo.



La raíz cuadrada de un número es otro número que elevado al cuadrado nos da el primero.

Cuando el índice de la raíz es 2, no es necesario.

2- Escribe los números que faltan para que las igualdades sean ciertas.

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[3]{36} = 6$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[3]{100} = 10$$

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

$$\sqrt[3]{225} = 15$$

$$\sqrt[3]{343} = 7$$

$$\sqrt{121} = 11$$

$$\sqrt[3]{343} = 7$$

$$\sqrt[3]{64} = 8$$

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

$$\sqrt{144} = 12$$

La raíz cúbica de un número es otro número que elevado al cubo nos da el primero.

Scribe

3- Razonamiento. Halla las raíces. ordenalas de menor a mayor. Descubre el nombre de uno de los grandes inventos de la humanidad.

E	L	J	R	O
$\sqrt[4]{625}$	$\sqrt[3]{512}$	$\sqrt[4]{10000}$	$\sqrt[3]{8}$	$\sqrt[3]{729}$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[4]{625} = 5$$

$$\sqrt[3]{512} = 8$$

$$\sqrt[3]{729} = 9$$

$$\sqrt[4]{10.000} = 10$$

Reloj.

Anexo 13. Actividades propuestas por el docente de la institución educativa.

Scribe Yoily K. Contreras C. D 3 M 3 A 20

Adición y sustracción de números naturales

1. Realiza las operaciones y relacónalas con su resultado.

$4\ 325 + 243$	$29\ 608$ ✓
$38\ 628 + 12\ 375$	$31\ 058$ ✓
$5\ 434 + 23\ 851 + 323$	$4\ 568$ ✓
$648 + 10 + 30\ 400$	$9\ 117$ ✓
$4\ 272 + 3\ 845 + 1\ 000$	$51\ 003$ ✓

2. Colorea los espacios en los que la diferencia sea menor que 18 640 y mayor que 2130.

2. Resuelve las siguientes operaciones.

3. Resolución de problemas

3. En un almacén hay 3 520 libros de ficción, 4 200 de cuentos y 6 300 de literatura colombiana. ¿Cuántos libros hay en total?

4. Lorena tiene \$ 65 000 y Ramiro tiene \$ 28 000 más que ella. ¿Cuánto dinero reúnen entre los dos?

5. Una empresa farmacéutica quiere vender 62 390 cajas de antibiótico. Si en un mes vendió 36 210 cajas y en el siguiente 24 955, ¿cuántas cajas faltan por vender?

Desarrollo.

$$\begin{array}{r} a- \quad 4325 \\ \quad 243 + \\ \hline 4568 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b- \quad 38628 \\ \quad 12375 + \\ \hline 51003 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c- \quad 5434 \\ \quad 23851 + \\ \hline \quad 323 \\ \hline 29608 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d- \quad 648 \\ \quad 70 + \\ \hline 30400 \\ \hline 31058 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} e- \quad 4272 \\ \quad 3845 + \\ \hline 1000 \\ \hline 9117 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad 10000 \\ - 8999 \\ \hline 1001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b \quad 5630 \\ - 2630 \\ \hline 3000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c \quad 23438 \\ \quad 450 \\ \hline 22988 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d \quad 34640 \\ - 25800 \\ \hline 8840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} e \quad 76000 \\ - 75500 \\ \hline 500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} f \quad 53450 \\ - 43500 \\ \hline 9950 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} g \quad 750000 \\ - 89300 \\ \hline 660700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} h \quad 45000 \\ - 37439 \\ \hline 7561 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} i \quad 8459 \\ - 6000 \\ \hline 2459 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} j \quad 2480 \\ - 1680 \\ \hline 800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{3} \quad 3520 \\ + 4200 \\ \hline 6300 \\ \hline 14020 \end{array}$$

Rta: Los libros que hay en total son de 14.020.

Scribe

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{4} \quad 65.000 \\
 + 28.000 \\
 \hline
 93.000
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 43.000 \\
 + 65.000 \\
 \hline
 108.000
 \end{array}$$

Rta: En total reúnen entre los dos
158.000

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{5} \quad 62.390 \\
 36.210 \\
 + 24.955 \\
 \hline
 61.165
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 62.390 \\
 61.165 \\
 \hline
 123.555
 \end{array}$$

Rta: Le falta por vender 1.225 cajas.