

	GESTIÓN DE SERVICIOS ACADÉMICOS Y BIBLIOTECARIOS		CÓDIGO	FO-GS-15	
			VERSIÓN	02	
	ESQUEMA HOJA DE RESUMEN			FECHA	03/04/2017
				PÁGINA	1 de 1
ELABORÓ		REVISÓ	APROBÓ		
Jefe División de Biblioteca		Equipo Operativo de Calidad	Líder de Calidad		

RESUMEN TRABAJO DE GRADO

AUTOR(ES): NOMBRES Y APELLIDOS COMPLETOS

NOMBRE(S): RAUL ALEXANDER APELLIDOS: FONSECA PALACIOS

FACULTAD: CIENCIAS BÁSICAS

PLAN DE ESTUDIOS: MAESTRIA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

DIRECTOR:

NOMBRE(S): OLGA LUCY APELLIDOS: RINCÓN LEAL

CO-DIRECTOR:

NOMBRE(S): LUZ KARIME APELLIDOS: JAIMES FONSECA

TÍTULO DEL TRABAJO (TESIS): EL USO DEL CONOCIMIENTO TECNOLÓGICO, PEDAGÓGICO Y DE CONTENIDO COMO UNA ESTRATEGIA EN EL APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

El presente estudio pretende analizar el Conocimiento tecnológico, pedagógico y de contenido TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge) como estrategias didácticas a partir de las competencias matemáticas en el tema relacionado a los casos de factorización, en estudiantes de 9 grado de la institución educativa José Aquilino Durán sede Central y Pedro Fortul de la ciudad de Cúcuta. Para ello se trabajó bajo un enfoque cuantitativo de tipo cuasi-experimental con una muestra conformada por un grupo experimental y el otro de control con una totalidad de 62 estudiantes, en edades comprendidas de 13 -18 años. En la investigación para el grupo experimental se optó por la aplicación del modelo TPACK, mientras el grupo control, el modelo conceptual - aprendizaje significativo, con ayuda de un software matemático, como recurso de aprendizaje. Se inició aplicando una prueba pre test, una experiencia didáctica basada en estrategias, según los modelos correspondientes y una prueba final post test. Después de la intervención el grupo experimental se consiguió un progreso en su desempeño académico frente a lo establecido en el grupo control, considerándose que hubo diferencia significativa entre los grupos experimental y control.

PALABRAS CLAVE: El conocimiento tecnológico, pedagógico y de contenido (TPACK), competencias matemáticas, estrategias de aprendizaje, factorización y herramientas tecnológicas.

CARACTERÍSTICAS:

PÁGINAS: 140 PLANOS: ILUSTRACIONES: CD ROOM:

Copia No Controlada

EL USO DEL CONOCIMIENTO TECNOLÓGICO, PEDAGÓGICO Y DE CONTENIDO
COMO UNA ESTRATEGIA EN EL APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN DE
EXPRESIONES ALGEBRAICAS

RAUL ALEXANDER FONSECA PALACIOS

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
CÚCUTA
2023

EL USO DEL CONOCIMIENTO TECNOLÓGICO, PEDAGÓGICO Y DE CONTENIDO
COMO UNA ESTRATEGIA EN EL APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN DE
EXPRESIONES ALGEBRAICAS

RAUL ALEXANDER FONSECA PALACIOS

Trabajo de grado para optar al título de Magister en Educación Matemática.

Director (a)

OLGA LUCY RINCÓN LEAL

Mg. En Educación Matemática

Codirector (a)

LUZ KARIME JAIMES FONSECA

Doctor en Educación

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

CÚCUTA

2023



MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Fecha: Lunes, 24 de marzo del 2023

Hora: 4:00PM

Lugar: Edificio de postgrados

TÍTULO: “EL USO DEL CONOCIMIENTO TECNOLÓGICO, PEDAGÓGICO Y DE CONTENIDO COMO UNA ESTRATEGIA EN EL APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS”

RAUL ALEXANDER FONSECA PALACIOS 2390251 4.4 cuatro cuatro **APROBADA**

NOMBRE DEL ESTUDIANTE CÓDIGO CALIFICACIÓN

Mg. OLGA LUCY RINCÓN LEAL
DIRECTOR

Dra. LÚZ KARIME JAIMES FONSECA
CODIRECTOR

JURADOS:

Mg. OLGA LUCY RINCÓN LEAL

Mg. RAÚL PRADA NÚÑEZ

Mg. ANDREA DEL PILAR ORTIZ

Sonia Maritza Mandoza Lizcano
Directora de Programa
Maestría en Educación Matemática

Agradecimientos

A Dios, mi gran orientador y guía espiritual, sin la ayuda de él nada es posible, por fortalecerme en estos momentos, llenándome de fe, confianza y mostrándome las personas y el camino para alcanzar mi propósito.

A mi esposa Mayra Cecilia Medina González ser mi apoyo incondicional.

A mis hijas, Tatiana y Brihanna porque son los tesoros más hermosos que Dios me dio y son mi motor para luchar y poder alcanzar las metas propuestas. Las Amo mis princesas.

A mi padre Pedro Antonio Fonseca y mi hermana Sandra Milena Fonseca Palacios, por estar siempre a mi lado y apoyarme cuando más los necesito.

A mi madre, que sabe de todos mis esfuerzos para llevar a cabo mi meta, ella es la luz y guía para ser exitoso en lo que me propongo.

A la directora Olga Lucy Rincón por su colaboración y apoyo para llevar a cabo esta propuesta investigativa.

Resumen

El presente estudio pretende analizar el conocimiento tecnológico, pedagógico y del contenido TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge) como estrategias didácticas a partir de las competencias matemáticas en el tema relacionado a los casos de factorización en estudiantes de 9 grado de la institución educativa José Aquilino Durán sede Central y Pedro Fortul de la ciudad de Cúcuta. Para ello se trabajó bajo un enfoque cuantitativo de tipo cuasi-experimental con una muestra conformada por un grupo experimental y otro de control, con una totalidad de 62 estudiantes en edades comprendidas de 13 -18 años. En la investigación para el grupo experimental se optó por la aplicación del modelo TPACK, mientras el grupo control, el modelo conceptual y aprendizaje significativo con ayuda de un software matemático como recurso de aprendizaje. Se inició aplicando una prueba pre test, una experiencia didáctica basada en estrategias, según los modelos correspondientes y una prueba final post test. Después de la intervención el grupo experimental se consiguió un progreso en su desempeño académico frente a lo establecido en el grupo control, considerándose que hubo diferencia significativa entre los grupos experimental y control.

Palabras claves: El conocimiento tecnológico, pedagógico y de contenido (TPACK), competencias matemáticas, estrategias de aprendizaje, factorización y herramientas tecnológicas.

Abstract

The present study aims to analyse technological, pedagogical and TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge) knowledge as didactic strategies based on mathematical competences in the subject related to factorisation cases in 9th grade students of the José Aquilino Durán educational institution at the Central and Pedro Fortul headquarters in the city of Cúcuta. For this purpose, we worked under a quantitative approach of a quasi-experimental type with a sample made up of an experimental group and a control group, with a total of 62 students aged between 13 and 18 years. In the research, the experimental group opted for the application of the TPACK model, while the control group used the conceptual model and meaningful learning with the help of mathematical software as a learning resource. A pre-test, a didactic experience based on strategies, according to the corresponding models and a final post-test were applied. After the intervention, the experimental group achieved progress in their academic performance compared to the control group, and it was considered that there was a significant difference between the experimental and control groups.

Keywords: Technological, pedagogical and content knowledge (TPACK), mathematical competences, learning strategies, factoring and technological tools.

Tabla de Contenido

	Pág.
Introducción	15
1. Problema	18
1.1 Título	18
1.2 Planteamiento del Problema	18
1.3 Objetivos	24
1.3.1 Objetivo General	24
1.3.2 Objetivos Específicos	24
1.4 Formulación del Problema	24
1.5 Justificación	25
2. Referentes Teóricos	27
2.1 Estado del Arte	27
2.1.1 Internacionales	27
2.1.2 Nacionales	30
2.1.3 Locales	33
2.2 Marco Teórico	35
2.2.1 Modelo TPACK	35
2.2.2 Teoría del Descubrimiento	38
2.2.3 Estrategias de Aprendizaje Hacia las Matemáticas	39
2.2.4 Competencias Matemáticas	40
2.2.5 Competencia Comunicación	42
2.2.6 Competencia Razonamiento	42

2.2.7 Competencia Resolución de Problemas	43
2.2.8 Factorización	44
2.2.9 Herramientas Tecnológicas	45
2.2.10 Software Educativo GeoGebra	46
2.2.11 Modelo Conceptual	48
2.2.12 Aprendizaje Significativo	49
2.3 Marco Contextual	50
2.4 Marco Legal	53
3. Metodología	55
3.1 Tipo de Investigación	55
3.2 Diseño de Investigación	55
3.3 Población y Muestra	57
3.4 Hipótesis de la Investigación	57
3.5 Procedimientos de Análisis	57
3.6 Instrumentos para Recolección de la Información	60
4. Resultados	62
4.1 Análisis Descriptivo	62
4.1.1 Caracterización de los sujetos del estudio	62
4.1.2 Análisis Descriptivo de los Resultados Prueba Pre Test	64
4.1.3 Análisis descriptivo de los Resultados de la Prueba Post Test	68
4.2 Evaluación de Diferencias Significativas en los Totales por Competencia (Comunicación, Razonamiento y Resolución de Problemas) Teniendo como Factores la Aplicación de la Prueba (Pre Test y Post Test) y el Grupo de Investigación (Experimental y Control)	75

5. Discusión	82
6. Conclusiones	85
Referencia Bibliográfica	90
Anexos	104

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Resultado a nivel de componente y competencia.	23
Tabla 2. Aprendizaje y representación principal de la realidad (Bruner)	38
Tabla 3. Diseño del diagrama	56
Tabla 4. Distribución de sujetos del estudio por edad y sexo	63
Tabla 5. Estructura de las pruebas Pree Test y Pos Test	64
Tabla 6. Relación de respuestas a la Competencia Comunicación en la prueba pre test	65
Tabla 7. Relación de respuestas a la Competencia Razonamiento en la prueba Pre Test	66
Tabla 8. Relación de respuestas Competencia Resolución de problemas en la prueba Pre Test	67
Tabla 9. Relación de respuestas Competencia Comunicación en la prueba Post Test	69
Tabla 10. Relación de respuestas Competencia Razonamiento en la prueba Post Test	70
Tabla 11. Relación de respuestas Competencia Resolución de problemas en la prueba Post Test	71
Tabla 12. Estadísticos Descriptivos para las puntuaciones la prueba Pre Test	72
Tabla 13. Estadísticos Descriptivos para las puntuaciones la prueba Post Test	73
Tabla 14. Prueba de homogeneidad de la varianza	75
Tabla 15. Prueba U. de Mann-Whitney puntuación total prueba Pre Test por Experimental- Control	76
Tabla 16. Prueba U. de Mann-Whitney puntuación total prueba Post Test por Experimental- Control	77
Tabla 17. Prueba U. de Mann-Whitney Competencias (Comunicación, Razonamiento y Resolución de Problemas) prueba Pre Test por Experimental- Control	78

Tabla 18. Prueba U. de Mann-Whitney Competencias (Comunicación, Razonamiento y Resolución de Problemas) prueba Post Test por Experimental- Control.	78
Tabla 19. Coeficientes de Correlación en las puntuaciones totales de las pruebas Pre Test y Post Test	79
Tabla 20. Coeficiente de Correlación r de Pearson, para las Competencias Comunicación, Razonamiento y Resolución de problemas elementos, en las pruebas Pre Test y Post Test.	80

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. Modelo TPACK	36
Figura 2. Baldosas de Álgebra Tiles Template en GeoGebra	47
Figura 3. Valores que tiene cada uno de las baldosas	47
Figura 4. Ejemplo Álgebra Tiles Template en GeoGebra	48
Figura 5. Medias prueba Pre Test y Post Test en relación al grupo Experimental y Control	74
Figura 6. Diagrama de dispersión entre: Total Pre Test y Total Post Test	80

Lista de Anexos

	Pág.
Anexo 1. Prueba Pretest	105
Anexo 2. Prueba Post test	108
Anexo 3. Taller Didáctica Modelo TPACK	112
Anexo 4. Taller Didáctica	121
Anexo 5. Imágenes representativas de la aplicación Prueba Pre Test- Estrategia didáctica - Post test del modelo TPACK	130
Anexo 6. Imágenes representativas de la aplicación Prueba Pre Test-Estrategia didáctica - Post test del modelo Conceptual –Aprendizaje Significativo	133
Anexo 7. Validación por juicio de expertos del Pre Test y Post Test	135

Introducción

Cuando se habla de aprendizaje de las matemáticas, se entiende como el proceso donde las personas adquieren un sin número de habilidades, destrezas, capacidades o competencias, que lo ayudan a ser eficiente y eficaz en uno o en varios temas matemáticos. Según el Ministerio de Educación Nacional (Mineducación, 2006), para ser competente en matemáticas, se debe entrenar o preparar a partir de la comunicación, el razonamiento y resolución de problemas, fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas. Uno de los aprendizajes más complejos en esta área es la factorización, la cual ha sido un reto para muchos estudiantes trabajar de forma correcta el pensamiento variacional, ya que este se prioriza en el aprendizaje del álgebra (Palacios et al., 2019; Ramos et al., 2021).

Esta investigación toma sentido durante el proceso de pandemia (COVID 19) y su post pandemia; ya que se evidenció durante las prácticas pedagógicas, que algunos estudiantes no han desarrollado habilidades y destrezas en el proceso hacia el aprendizaje de la factorización ; justificándose en la falta de conocimientos previos, interés, poca motivación, falta de estrategias para el aprendizaje de este tema, temor al no saber trabajar con una parte literal y otra numérica en una ecuación y por el no uso adecuado de las herramientas tecnológicas.

La situación vivida en los últimos años a partir de la pandemia, obligo a los maestros a crear nuevas formas de interacción con los estudiantes, las cuales no fueron tan efectivas, evidenciándose que muchos maestros no tienen la preparación suficiente en competencias digitales para enfrentar procesos educativos en virtualidad (Mendoza et al., 2022), surgiendo un sin número de interrogantes frente a la preparación, el conocimiento y la aplicación en los

procesos de enseñanza-aprendizaje de los maestros en herramientas digitales (Picón et al., 2021).

Por lo tanto, la presente investigación está fundamentada en el modelo TPACK presentado por Mishra y Koehler (2008), bajo el enfoque de las competencias matemáticas, las cuales son emanadas por el Mineducación y frente a la importancia del manejo de estrategias en la resolución de problemas de Polya (1976) y Bruner (1988) a partir de la teoría del descubrimiento; además, para realizar el proceso investigativo con los grupos participantes, se apoyó en el software GeoGebra, proporcionando de una forma sencilla estrategias de aprendizajes y la construcción del conocimiento.

El desarrollo de estrategias de aprendizaje, ha sido un punto importante en diversas investigaciones, haciendo alusión a particularidades que se observa y manifiestan los estudiantes; como son el bajo rendimiento académico, la poca motivación que tienen en esta área, la carencia de estrategias en resolución de problemas y la incorporación de métodos y estrategias didácticas, llevado a que se genere el siguiente interrogante: ¿Influye el modelo TPACK en el aprendizaje de competencias en la factorización y el rendimiento académico de los estudiantes del grado 9 del Colegio José Aquilino Durán?. Para dar respuesta a este interrogante, se optó por la investigación cuantitativa de tipo cuasi experimental, con una población estudiantil conformada por un grupo experimental y otro control en el segundo semestre escolar del 2022.

Por lo tanto, la investigación fue conformada por cuatro (4) capítulos: El primero, hace alusión al planteamiento del problema, pregunta, objetivos e hipótesis de la investigación; el segundo, se enfoca en el establecimiento de diversas investigaciones, describiendo los referentes teóricos y conceptos fundamentales para el análisis que soportan esta investigación; el tercer

capítulo, se enmarca en la metodología buscando responder la pregunta y objetivos de la investigación, así mismo describiendo la pertinencia, su diseño metodológico, población y muestra, técnicas e instrumentos para llevar el análisis de los datos; a partir del cuarto capítulo, se realiza el análisis y la interpretación de los resultados generados por el grupo experimental y control a partir de las competencias matemáticas, los modelos pedagógicos adoptados por la institución y el modelo TPACK; permitiendo entender las interacciones generadas cuando se aborda el tema de factorización de expresiones algebraicas.

Finalmente, se describen las conclusiones relacionadas con las preguntas, los objetivos y la hipótesis planteada; y por ende, se realiza una discusión de los resultados contrastando los mismos con los principales referentes teóricos.

1. Problema

1.1 Título

El uso del conocimiento tecnológico, pedagógico y de contenido como una estrategia en el aprendizaje de la factorización de expresiones algebraicas.

1.2 Planteamiento del Problema

Diversas son las dificultades que manifiestan los estudiantes en la actualidad frente a la comprensión de temas matemáticos. El rechazo, la negación, la frustración, el aburrimiento y hasta el temor, son actitudes y actuaciones negativas creadas por los estudiantes que se enfrenta al conocimiento de esta disciplina (Palomino, 2018; Africano, 2021; Godoy ,2021).

Constantemente los estudiantes aprenden matemáticas formales, abstractas, y descontextualizadas (Mineducación, 1998), siendo evaluadas a nivel interno y externo mediante la comunicación, el razonamiento y resolución de problemas en contextos o situaciones reales; asumiéndose que el estudiante ha recibido todo este tipo de formación, generando en muchos casos actitudes pasivas, dificultad en el aprendizaje y ansiedad por el aprendizaje (Sánchez, 2022), del mismo modo se crea desinterés por la ausencia en de estrategias o métodos de enseñanza para la resolución de problemas y del razonamiento matemático (Ramos et al., 2021), dando como resultado estudiantes con la escasa preparación, y con deficiencias al responder frente a competencias matemáticas (Contreras et al., 2019).

Esto conlleva a que los maestros, busquen mejorar sus prácticas a partir de estrategias didácticas que involucren las competencias matemáticas (Godino et al., 2017) desde diversas corrientes pedagógicas, entre ellas el constructivismo, una de la más influyente en el aprendizaje

de las matemáticas. Piaget (1980), plantea el concepto de asimilación y acomodación que se van desarrollando, ante diversos estímulos, en determinadas etapas del desarrollo del individuo.

Ausubel (1983), manifiesta la importancia de los conocimientos previos del individuo en la obtención de nuevas afirmaciones. Vygotsky (1979), expresa que el desarrollo del individuo está determinado por del medio social en donde reside y Bruner (1988), presenta el aprendizaje por descubrimiento, haciendo cosas, imitando y manipulando objetos. Todos estos aportes han influido en el proceso enseñanza- aprendizaje de las matemáticas, buscando que sea significativo y motivador para el estudiante.

Sin embargo, se ha venido evidenciando la carencia de un plan de formación de maestros, que aprecie los nuevos adelantos planteados en la creación del currículo de matemáticas, la integración de herramientas tecnológicas y la enseñanza basada en competencias (Contreras et al., 2019), conllevando a la falta de concordancia en los criterios para orientar los procesos de enseñanza aprendizaje. Vilca (2019), manifiesta que los estudiantes son mecánicos, prefieren las operaciones y cálculos, repitiendo la similitud en los ejercicios, a pesar de que el Mineducación (2013) expresa la importancia de “provocar las dinámicas en las aulas de clase que beneficien la apropiación de los conocimientos y el desarrollo de competencias por parte de los estudiantes, a través de su protagonismo directo” (p. 23).

En el marco para la prueba de Matemáticas PISA 2021, se ha venido señalando en estas pruebas la importancia de la alfabetización matemática, destacando como aspectos fundamentales: el razonamiento matemático y resolución de problemas; siendo estas competencias importantes en el desarrollo de la vida real. Además, la importancia del

pensamiento computacional en los estudiantes como apoyo en la resolución de problemas (Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [ICFES], 2019).

Según el informe llevado a cabo por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE, 2019) frente a las pruebas PISA. Se evidenció, como el 44% de los estudiantes de Beijing Shanghái-Jiangsu-Zhejiang (China), el 37% de los estudiantes en Singapur, 29% en Hong Kong (China), 28% en Macao (China), 23% en China Taipéi y un poco más del 21% de los estudiantes de Corea, logran modelar situaciones con mayor complejidad en las matemáticas, y pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias que permitan llegar a una solución del problema idónea, posesionándose en el nivel 5 y 6 en esta prueba.

Mientras tanto, los países de Latinoamericanos se ubican en un promedio por debajo de lo expresado por la OCDE (76%); Uruguay con el 49% y Chile con un 48% (aproximadamente) son los países en Latinoamérica que mejor desempeño presentan sus estudiantes en la prueba de matemáticas, alcanzando el nivel 2 o superior (OECD, 2019).

Las participaciones hechas por Colombia frente a la prueba de matemáticas son: PISA (2009), en esta prueba los estudiantes obtuvieron un puntaje de 381, en PISA (2012), el puntaje fue de 376, en PISA (2015), 390 puntos, y en la última participación PISA (2018), 391. Estos resultados muestran la gran dificultad que tienen los estudiantes en la aplicación de estas pruebas, ubicando a sus estudiantes en el 35% (aproximadamente) en el nivel 2 o superior en matemáticas; teniendo presente que, en este nivel, los estudiantes deben seguir instrucciones directas y al mismo tiempo interpretar, reconocer y representar una situación matemática (simple), mientras que solo un 1% (aproximadamente) de los estudiantes se encuentran en el nivel 5 o superior. Según estos reportes, Colombia ha venido surgiendo en esta prueba, pero su

participación frente a otros países no ha sido significativa (OECD, 2010; OECD, 2013; OECD, 2016; OECD, 2019).

Uno de los aspectos resaltados en estos últimos tiempos en el aprendizaje de las matemáticas hace hincapié en el pensamiento computacional, ya que este puede llegar a ser un factor fundamental cuando se trata del contexto matemático o científico (Sánchez, 2020). El beneficio de aplicar nuevas herramientas tecnológicas o computacionales en la cimentación del conocimiento matemático, fortalece las habilidades matemáticas de modelación, interpretación y realización de procedimientos, dando respuestas a muchos problemas en el ámbito matemático y real (Martínez-Palmera et al., 2018; Salas y Salas, 2018; Conde-Carmona et al., 2021).

De acuerdo, con lo proyectado por el Mineducación en el documento ruta de apropiación de TIC en el desarrollo profesional docente, se debe reflexionar profundamente sobre la formación maestros, en el uso adecuado de las TIC, a partir de un interés metodológico y pedagógico (Molina et al., 2015) y no como una simple herramienta facilitadora de las clases del maestro (Merlano et al., 2022).

Otra intensión presentada por el Mineducación a partir de sus documentos, radica en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, la cual busca acercar las distancias entre el estudiante y las matemáticas, a través de situaciones problemas derivadas del acontecer diario, y de esta forma “poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas” (Mineducación, 1998, p. 24).

Parte de los retos para el desarrollo del pensamiento matemático, se encuentra en aplicar los contenidos propuestos en el aula, con el propósito de analizar y resolver situaciones relacionadas con entornos cotidianos (Del Rincón, 2005; Rico, 2007; Alsina, 2018; Alvis-Puentes et al., 2019). Uno de los contenidos que ha presentado gran inconformidad en los jóvenes ha sido el aprendizaje del álgebra, esto se debe a la transición que se hace desde la aritmética al pensamiento algebraico (Ramos et al., 2021; Padilla-Escorcia y Acevedo-Rincón, 2021). El trabajo realizado por los estudiantes frente a esta temática, contesta a un proceso encasillado en la educación tradicional, donde prevalece la mecanización del conocimiento y la reiteración de algoritmos; sin dar espacio a la interpretación o argumentación de las matemáticas (Vilca, 2019; Osorio, 2020).

Para el estudio del pensamiento variacional en especial la solución de ecuaciones matemáticas, es indispensable el uso correcto de la factorización donde el estudiante se enfrenta a reducir un polinomio en factores, tarea que generalmente presenta dificultades en el aprendizaje de las matemáticas (Corregidor y Galvis, 2021). Díaz (2019), manifiesta en su estudio que la factorización es uno de los temas más importantes en el álgebra, porque esta es la base para resolver operaciones algebraicas, simplificar expresiones, ecuaciones, sistemas de ecuaciones, funciones cuadráticas, entre otros temas.

Por otro lado, Torres (2018), en un estudio realizado en el Colegio Camilo Daza de la ciudad de Cúcuta, evidenció “dificultad para realizar operaciones aritméticas con expresiones algebraicas, además que muestran apatía, temor y se les dificulta aprender esta temática de las matemáticas” (p. 7). Igualmente, Martínez (2018) en el colegio Integrado Juana Atalaya de la misma ciudad, manifiesta el que la dificultad se presenta cuando los estudiantes plantean

ecuaciones y situaciones donde se evidencie el uso del razonamiento algebraico y pensamiento variacional.

El colegio José Aquilino Durán no ha sido ajeno a estas situaciones, durante la aplicación de las pruebas avanzar 2022 aplicadas a 22 estudiantes de grado superior en el mes de abril, se pudo evidenciar en los resultados obtenidos las dificultades que se presentan en el desempeño de la temática del Álgebra y Cálculo a partir de la siguiente Tabla.1.

Tabla 1. Resultado a nivel de componente y competencia.

Componente	Respuestas correctas	% Respuestas correctas	Respuestas omitidas	% Respuestas Omitidas	Respuestas incorrectas	% Respuestas incorrectas
ÁLGEBRA Y CÁLCULO	80	30%	1	0%	183	69%
Argumentación	4	9%	0	0%	40	91%
Formulación y ejecución	32	29%	0	0	78	71%
Interpretación	44	40%	1	1%	65	59%
ESTADÍSTICA	25	28%	0	0%	63	72%
Formulación y ejecución	9	20%	0	0%	35	80%
Interpretación	16	36%	0	0%	28	64%
GEOMETRÍA	28	32%	1	1%	59	67%
Argumentación	21	32%	1	2%	44	67%
Formulación y ejecución	7	32%	0	0%	15	68%

De acuerdo a lo referenciado por las pruebas Evaluar por avanzar, los estudiantes de la institución presentan dificultad en todos los componentes aplicados en la evaluación, principalmente en el algebraico y cálculo, con un 69% de respuestas incorrectas en este componente, evidenciándose dificultades en todas las competencias evaluadas.

Por lo tanto, y atendiendo a lo manifestado, es pertinente reflexionar sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje en la factorización de expresiones algebraicas, a partir de modelos pedagógicos, estrategias didácticas, metodologías y el uso de herramientas tecnológicas, entre otros.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General. Analizar el conocimiento tecnológico, pedagógico y del contenido (TPACK) como estrategias didácticas en las competencias matemáticas hacia el aprendizaje de la factorización en comparación con el modelo pedagogía conceptual-aprendizaje significativo.

1.3.2 Objetivos Específicos. Describir el desempeño académico de los estudiantes en competencias matemáticas en la factorización mediante la aplicación del modelo TPACK y el modelo conceptual-aprendizaje significativo.

Evaluar la implementación del modelo TPACK hacia el aprendizaje la factorización a través de las competencias matemáticas en comparación al modelo conceptual-aprendizaje significativo.

1.4 Formulación del Problema

¿Qué efecto tendrá la implementación de la modelo TPACK en el desempeño académico de los estudiantes? ¿Cómo actúa el conocimiento tecnológico, pedagógico y del contenido del modelo TPACK en el aprendizaje de la factorización en comparación con el modelo conceptual-aprendizaje significativo?

1.5 Justificación

Actualmente, la educación en Colombia ha sufrido algunos cambios significativos, debido al uso frecuente de las tecnologías de la información y comunicación, a partir de la pandemia COVID-19, siendo esto un referente importante en los procesos educativos. Es por ello que la presente investigación representa una contribución innovadora, en investigaciones relacionadas con didáctica y el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática.

Considerándose que el modelo TPACK ha sido fuente investigativa de muchos autores, siendo pocos los reportes en bases científicas y académicas, sobre estudios que permitan evidenciar la evaluación de este modelo en estudiantes que no sean vinculados a la formación profesoral. Esta investigación reconoce la importancia del razonamiento y la resolución de problemas, a través de situaciones procedentes de un contexto real, donde se pueda evidenciar la aplicación de competencia matemáticas como actividad importante en el aprendizaje.

Para nadie es un secreto, las dificultades y problemas que atraviesan los estudiantes cuando se enfrenta a la enseñanza de las matemáticas. Partiendo, que se debe generar conciencia en el estudiante sobre la importancia que tiene esta área de conocimiento para la vida, proporcionándole un verdadero sentido y una proximidad a su utilidad; reconociendo en ella una línea jerárquica, en donde para entender conceptos nuevos, se debe apropiarse de conceptos anteriores, y de esta forma, llevar al estudiante a ser capaz de interpretarla y utilizarla en cualquier contexto o situación cotidiana, apuntando hacia una matemática significativa.

La intención planteada en esta investigación radica en la aplicación del modelo TPACK, utilizando los elementos, conocimiento, pedagógica y tecnología como estrategia en la comunicación, razonamiento y resolución de problemas matemáticos en la factorización, a partir

de situaciones reales desde las matemáticas y otros contextos. Los resultados de esta investigación buscan apoyar el trabajo que vienen realizando los maestros mediante la utilización del modelo conceptual y aprendizaje significativo y otros modelos presentes en la enseñanza de esta área. Así mismo, favorecer el desarrollo del pensamiento matemático a partir de estrategias didácticas y la manipulación de herramientas tecnológicas.

Además, se puede disponer de lineamientos en general que permitan evaluar los planes y programas efectuados por los maestros, los cuales necesitan la planificación de los problemas a desarrollar según los contenidos programados y la programación de la clase, en cuanto tiene relación con la verificación de tiempos y objetivos de la misma, con el propósito de mejorar las prácticas evaluativas y de esta forma pretender desarrollar un ambiente que beneficie paralelamente la acción del maestro y del estudiante desde el modelo TPACK como táctica metodológica en el desarrollo de competencias matemáticas.

A partir del aspecto metodológico, la muestra indagada se caracteriza por tener un rigor científico, siguiendo la secuencia y los preceptos establecidos en investigaciones de tipo cuasi experimental y descriptivas; para poder dar respuesta a los objetivos propuestos, además, se fundamenta en la aplicación de experiencias didácticas de aprendizaje por medio del uso de software matemático, del mismo modo se acude al trabajo de técnicas de investigación y su procesamiento en programa estadístico SPSS.

Con la ejecución de esta propuesta de investigación se espera favorecer la formación de estudiantes en matemáticas a partir del modelo TPACK como estrategia metodológica en la comunicación, razonamiento y resolución de problemas que permita el mejoramiento y la transformación de los procesos de enseñanza-aprendizaje.

2. Referentes Teóricos

La revisión de los antecedentes abarca los referentes teóricos en los cuales se enmarca este proyecto, algunos elementos que se incorporan de forma natural al marco teórico son los referidos: modelo TPACK, teoría del descubrimiento, estrategias de aprendizaje hacia las matemáticas, competencias matemáticas, factorización de expresiones algebraicas y herramientas tecnológicas en las matemáticas.

2.1 Estado del Arte

Para elaborar el estado del arte sobre el modelo TPACK como estrategia de aprendizaje en la factorización de expresiones algebraicas, se consideran inicialmente los tópicos, temáticas o problemas que han sido abordados por las investigaciones más recientes. La mayoría de los estudios que se enfocaron en este modelo se centran en la formación de maestros y la capacidad de los maestros para aplicar la tecnología educativa.

2.1.1 Internacionales. Según Salas-Rueda (2018), autor de la investigación “Uso del modelo TPACK como herramienta de innovación para el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas”, realizado en la Universidad de la Sallé (México).

Esta investigación parte de la creación de una unidad didáctica en el curso de matemáticas computacionales, la cual considera el uso del software Raptor, la red social de Facebook y videos de YouTube. Teniendo presente que, en las conclusiones obtenidas, se confirma que el modelo TPACK facilita el proceso de enseñanza aprendizaje en la red social Facebook en un 95% de los 20 estudiantes que conformaron el grupo experimental, los cuales obtuvieron mejores resultados luego de haberse aplicado la estrategia didáctica; en comparación

con los 29 estudiantes del grupo control. A través del método ANOVA permitieron evidenciar en esta investigación, que el modelo TPACK es una ayuda a los maestros de matemáticas durante la exploración y selección de las herramientas tecnológicas; siendo esta una propuesta orientadora en el desarrollo de la presente investigación, a partir del uso correcto de herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza aprendizaje, en miras de desarrollar competencias matemáticas.

Acerca del proyecto de investigación que trata “*Sobre estrategia para el aprendizaje de la factorización utilizando herramientas digitales*”, realizado en Quito (Ecuador) por Díaz (2019). Se fundamentó en el desarrollo de una estrategia didáctica, que logre un aprendizaje efectivo y significativo en la factorización, un tema complejo, difícil y abstracto en la comprensión en la matemática, donde con ayuda de una serie de actividades, compartidas en una plataforma virtual gratuita, fueron utilizadas por los estudiantes para desarrollar capacidades matemáticas. Evidenciándose en esta investigación, el poco uso de los maestros en herramientas digitales, y cuando son utilizadas, se hace de una forma incorrecta, es decir, solo para presentación de diapositivas y presentación de videos de YouTube. La evaluación diagnóstica aplicada demostró que el de los 190 estudiantes participantes, el 90% de ellos tienen un conocimiento bajo sobre la multiplicación, división de polinomios, y frente a los casos de factorización, luego de la aplicación de la estrategia a grupo experimental, el 71% mejoro su conocimiento frente a la factorización. Aportando para esta investigación el reconocimiento que se debe hacer en la planeación ejercicios adecuados y problemas algebraicos que lleven a un aprendizaje real y significativo, generando competencias matemáticas, de igual forma el uso adecuado de las herramientas tecnológicas que permitan construir el conocimiento y desarrollar el autoaprendizaje en el estudiante.

Así mismo, Reyes et al. (2020), fundamentaron su investigación en la utilización del software GeoGebra como recurso didáctico para mejorar el aprendizaje de las matemáticas, en los estudiantes del 5to grado en la institución “Mariscal Andrés Bello Cáceres” de la UGEL 2, Lima, Perú. Permitiendo evaluar el software GeoGebra a un nivel competitivo, donde se observó que el grupo experimental (34 estudiantes) en la prueba Pos Test que presentó un aumento significativamente ($p < 0,05$), obteniendo una media de (15,1) en comparación con el grupo control (34 estudiantes) que fue de (9,1). Como conclusión en esta investigación, se hace inminente el reconocimiento que se da a la utilización del software GeoGebra como herramienta didáctica, permitiendo evidenciar una mejora significativa en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Siendo esta un indicio positivo frente al trabajo desarrollado en esta investigación.

El artículo investigativo realizado por Rodríguez y Acurio (2021), en la Universidad Católica de Ecuador. Plantean reconocer algunas estrategias innovadoras tecnológicas a partir del modelo TPACK, a partir de una metodología activa en los maestros de grado tercero para la cátedra de restas con reagrupación. La metodología aplicada es de tipo cualitativo, en donde se emplea un modelo documental, el cual sobresalen las fases descriptiva, preparatoria, interpretativa, y la construcción teórica global y de extensión. Este modelo permite integrar las TIC de una manera dinámica y precisa, siendo indispensable manifestar el reto que tiene el maestro al tener que dominar tres conocimientos como son: el conocimiento, la pedagogía y la tecnología, los cuales se encuentran relacionados. Como aporte investigativo, se ratifica la importancia de capacitación continua que deben tener los maestros para afrontar los cambios que vienen generando la utilización de las TIC, con el propósito de adquirir habilidades y estar en constantemente actualizado frente a las competencias digitales.

Cortés et al. (2021), dan a conocer en su investigación el diseño de una aplicación (App) llamada Algesquares, la cual es un método basado en baldosas algebraicas, este consiste en un tablero que, a partir de fichas de color rojo y azul, marcadas con signos (-) y (+) que permite resolver ejercicios y problemas del álgebra; con el propósito de hacer dinámica y participativa el aprendizaje del álgebra. La participación de los estudiantes del Colegio Ignacio Manuel Altamirano (México), durante el periodo de pandemia; se hicieron partícipe en la aplicación de la herramienta de manera virtual, los cuales respondieron una encuesta donde el 91% de los estudiantes que utilizaron la aplicación manifestaron estar satisfechos, permitiendo la autonomía en su aprendizaje, es decir ellos desarrollaron su aprendizaje dentro y fuera del salón; llegando hacer una elemento motivador e interesante en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra. Estos autores brindan a esta investigación un aporte conceptual y metodológico, la a partir del uso de una herramienta innovadora para maestros y estudiantes en la enseñanza del álgebra, construyendo en los estudiantes un aprendizaje significativo y generando habilidades y destrezas en los estudiantes frente a este tema

2.1.2 Nacionales. A partir de la consulta en investigaciones nacionales se encontró autores como Simanca et al. (2017), en la investigación, “las TIC y el aprendizaje de los trinomios”, realizado en el colegio Gimnasio Los Arrayanes, Bogotá, Colombia. Buscó elaborar un software que permitiera analizar y solucionar los trinomios presentes en la factorización con el propósito de disminuir las dificultades del aprendizaje en los estudiantes de grado 8.

Estudio desarrollado a partir de un enfoque cuantitativo y diseño cuasi experimental. Este artículo es fundamental en el desarrollo de la presente investigación, porque permite determinar debilidades y dificultades en el proceso de enseñanza aprendizaje de la factorización, que

originalmente se inicia en los primeros momentos del curso del álgebra debido a la poca orientación dada por los maestros y falta de estrategias pedagógicas, generando confusión y desmotivación en los estudiantes.

Para Cayachoa-Amaya et al. (2020), en su propuesta investigativa, que trata sobre las estrategias que permiten la integración de las TIC a partir del modelo TPACK en la formación docente, realizada en el municipio de Duitama, Boyacá, Colombia, buscó analizar las experiencias de 8 profesores en el uso de las TIC, utilizando como estrategia de formación el modelo TPACK. Se aplicó un enfoque descriptivo y un diseño comparativo; permitiendo evidenciar, la importancia de la formación docente en usar las TIC, siendo estas unas herramientas que permiten integrar diversos recursos digitales en las prácticas escolares, revelando que no es suficiente saber cómo funciona un dispositivo, lo importante e interesante es ver, como este puede ser aplicado en la pedagogía; a partir de esta investigación se puede reflejar para el estudio, el aporte que tienen el desarrollo de un modelo pedagógico y el uso correcto de herramientas virtuales en el fortalecimiento del aprendizaje.

Del mismo modo, Sánchez (2020) según su estudio dirigido a la implementación de una unidad didáctica, utilizando estrategias lúdicas para fortalecer el aprendizaje del álgebra en estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Simón Bolívar de Buenaventura, Colombia. Trabajo desarrollado en 5 fases, las cuales consistieron en: aplicación de una prueba diagnóstica, el diseño e implementación de la unidad didáctica y el análisis de los resultados. Con este estudio se reconoce la importancia de la innovación y la lúdica como medios de enseñanza de las matemáticas, la generación de competencias en los maestros para incrementar el interés de los estudiantes, también se pudo determinar que durante la aplicación de la

estrategia surgió un trabajo colaborativo entre los participantes, siendo esto una ayuda para el maestro en el fortalecimiento de debilidades y dudas generadas en la temática.

Por otro lado, Cuello et al. (2020) basados en el desarrollo de estrategias lúdicas, que fortalecieran las competencias en resolución en las instituciones, Antonio Nariño y Tres María, en San Pelayo (Córdoba, Colombia); en un estudio cuasi experimental indagaron sobre implementar estrategias pedagógicas, para dinamizar y fortalecer el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes, constataron significativas falencias en los estudiantes en la resolución de problemas en los dos grupos (experimental y control); haciéndose pertinente en este estudio, la existencia de una estrecha relación entre lo lúdico y la enseñanza de las matemáticas, es decir que los estudiantes se motivan y disfrutan de las matemáticas cuando se vinculan juegos y estrategias didácticas que permitan favorecer el desarrollo del pensamiento lógico matemático.

Sim embargo, Martínez, (2021) mediante su investigación establecida en las dificultades que tienen los estudiantes frente al aprendizaje en las operaciones en los polinomios; a partir de una estrategia didáctica y el apoyo de un simulador en GeoGebra; buscó fortalecer el aprendizaje a los estudiantes del grado 8 del IE Instituto Técnico Industrial de Villavicencio, Colombia. El enfoque utilizado en el estudio fue mixto, de tipo descriptivo, aplicando una prueba pre y post test, reconociendo los avances significativos realizados por los estudiantes frente al desarrollo del álgebra, generando en los estudiantes actitudes positivas e interés frente al uso de herramientas tecnológicas; brindando a esta investigación una base conceptual y teórica, la cual puede ser aplicada en un contexto más amplio, que vincule las competencias en la factorización y que motive hacia un aprendizaje significativo.

2.1.3 Locales. Fonseca et al. (2017), con el desarrollo de la investigación en estrategias de resolución de problemas desde el enfoque CPA para el aprendizaje de fracciones, utilizando software matemático, realizada en el colegio la Salle Cúcuta, Colombia; con una población de 52 estudiantes, los cuales conformando un grupo experimental y otro control

Se pudo evidenciar, a partir de las pruebas pre test y post test, la importancia del uso de herramientas virtuales en la aplicación de estrategias didácticas para el aprendizaje de las matemáticas, presentándose, en campo inferencial, una diferencia no significativa frente al rendimiento académico, mientras en el campo descriptivo, se evidenció un ligero avance en el grupo experimental, en comparación del grupo control; siendo el argumento de varios estudiantes la falta de orientación por parte de los maestros en estrategias de resolución de problemas. Asumiéndose para esta investigación que el uso correcto de enfoques o modelos pedagógicos como el CPA y la utilización de algún recurso digital, permiten desarrollar en los estudiantes capacidades en resolución de problemas y generar pensamiento lógico matemático.

Villamizar et al. (2018), en su investigación, analizaron la incidencia del uso de la tecnología digital, asistida de una didáctica para la concepción y solución de problemas aplicados en San José de Cúcuta (Colombia); orientada bajo un enfoque de enseñanza activa, siguiendo un enfoque cualitativo, la cual desarrollo un taller profesoral resolviendo problemas en el contexto de máximos y mínimos de forma analítica y dinámica mediante el programa GeoGebra. Se evidenció que el uso de las herramientas tecnológicas es un factor motivante, sin embargo, por sí solas no generan conocimiento, ni sustituyen el quehacer del maestro. Finalmente, esta investigación permite reconocer que el diseño y construcción, de estrategias didácticas a partir de

herramientas y software matemáticos son una alternativa en la implementación de prácticas activas en el aula, enfocadas a la comprensión de los conceptos en matemáticas.

Torres (2018), el objetivo de esta investigación radicó en fortalecer el aprendizaje de los estudiantes a partir de la resolución de problemas del álgebra. Aplicándose un enfoque cualitativo, con metodología investigación-acción y siendo fuente de información las pruebas externas, internas, la observación y las entrevistas realizada a los estudiantes. Pudieron concluir, la importancia de aplicar secuencias didácticas apoyadas en recursos digitales, como origen para incrementar y mejorar la participación de los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje y los resultados en el rendimiento académico Afirmando para esta investigación, la necesidad que se tiene en las aulas, trabajar con procesos diferentes a los tradicionales, involucran secuencias didácticas y las herramientas tecnológicas, para fomentar resultados positivos en lo académico y actitudinal, y de esta forma favorecer el aprendizaje significativo del álgebra.

Para Arévalo-Duarte et al. (2019), autores de la investigación *“Competencias TIC que busca la formación de docentes en el marco del modelo TPACK, desde perspectiva de los estudiantes en formación, en Cúcuta”*, con una muestra de 589 estudiantes que cursaron la asignatura de Matemáticas, Cálculo y Álgebra, pudieron evidenciar las falencias en las dinámicas del aula y el reconocimiento que deben hacer los maestros frente a los diferentes estilos de aprendizaje. Finalmente, reconocieron que el conocimiento tecnológico tiene un nivel bajo de aceptación, en donde se percibe que los maestros tienen una poca preparación frente el manejo de herramientas digitales. La importancia radica en reconocer la preparación del maestro frente a los cambios continuos que se presentan en el sistema educativo, en donde se necesitan maestros

preparados en lo pedagógico para afrontar diversas situaciones presentes en el aula y en lo tecnológico debido al aprendizaje desarrollado por los estudiantes en la actualidad.

Según Albarracín y Díaz (2021), en su trabajo de investigación sobre la gamificación como estrategia mediadora en el proceso de enseñanza y aprendizaje, desarrollada en el grado octavo a 30 estudiantes pertenecientes a la Institución Educativa Presbítero Daniel Jordán de San José de Cúcuta (Colombia); buscó fortalecer los procesos básicos del álgebra a partir de la integración de herramientas digitales y la gamificación, como escenarios constructivistas. Se abordó desde un paradigma cualitativo de tipo estudio de casos. La investigación evidenció resultados positivos a partir de la aplicación de la herramienta de gamificación en el aprendizaje del álgebra. Propiciando para este estudio, que el uso de estrategias didácticas que vinculen nuevos escenarios y retos en los estudiantes conllevan a la estimulación y motivación, en el desarrollo del proceso de aprendizaje y el pensamiento algebraico.

2.2 Marco Teórico

2.2.1 Modelo TPACK. Shulman (1986), inicia con un modelo denominado PCK (Pedagogical Content Knowledge) donde busca definir la correspondencia entre el conocimiento y lo pedagógico, creando el modelo (PACK).

Pero Mishra y Koehler (2008), incorporaron a esa teoría, el conocimiento tecnológico, integrándose a los otros dos conocimientos. Dando como resultado la formación del modelo TPACK, es decir la combinación, del conocimiento tecnológico, pedagógico y del contenido.

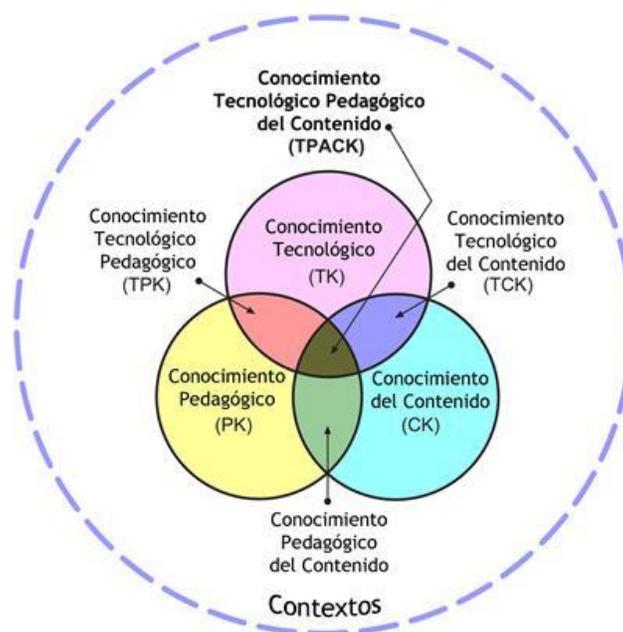


Figura 1. Modelo TPACK

Conocimiento Tecnológico (TK). Busca la adquirir habilidades y destrezas en el uso herramientas tecnológicas a nivel general y particular. La capacidad de aprender y acoplarse a las nuevas tecnologías de la comunicación e información.

Conocimiento Pedagógico (PK). Describe los procesos de enseñanza y aprendizaje, las estrategias pedagógicas y las dinámicas aplicadas en el aula de clase. Relaciona el conocimiento de los estudiantes, en el aula, la planificación y la evaluación que se debe desarrollar en los estudiantes para evidenciar el aprendizaje.

Conocimiento del Contenido (CK). Se desarrolla a partir de lo que se debe enseñar y aprender. Hace referencia a los contenidos temáticos que se deben explica y se han explicado con anteriormente. Conocer y entender teorías, definiciones o conceptos y procedimientos de una determinada ciencia (Mishra y Koehler, 2008).

La intersección de estos tres conocimientos, permite el surgimiento de otros que se vinculan al proceso (Mishra y Koehler, 2008):

Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK). Hace referencia a la materia a enseñar que construye el maestro para realizar sus intervenciones en el aula, dando su interpretación particular del contenido. En este, se tiene presente los materiales didácticos, conocimientos previos del estudiante, la planeación, el programa, el currículo, la pedagogía y la forma de evaluar.

Conocimiento Tecnológico del Contenido (TCK). Describe la interacción que tiene la tecnología y contenidos, su influencia y sus limitaciones. Los maestros no sólo deben tener el conocimiento preciso y oportuno de la materia que enseña, si no profundizar en como la tecnología puede influir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de unos contenidos u otros.

Conocimiento Tecnológico Pedagógico (TPK). Apunta a la modificación de los procesos enseñanza-aprendizaje, a partir del uso de herramientas tecnológicas u otras. Favoreciendo o limitando algunas estrategias didácticas y pedagógicas.

Conocimiento Tecnológico Pedagógico del Contenido (TPACK). Manifiesta una forma de enseñar por medio de la tecnología a partir de distintos elementos como son el Contenido, Pedagogía y Tecnología. Pretende una comprensión de conceptos y estrategias pedagógicas a partir del uso de las tecnologías de forma constructivista; de cómo el estudiante aprende a partir de la tecnología, ayudando a resolver problemas académicos y reales, originando nuevas epistemologías del conocimiento o reforzando las existentes.

2.2.2 Teoría del Descubrimiento. Para Bruner (1972) en el aprendizaje por descubrimiento depende de muchos esquemas cognitivos para el ser humano, en donde lo que va a ser aprendido no se da en su forma final, esta interactividad depende del entorno que lo rodea y la construcción de su conocimiento por medio del aprendizaje.

Por tanto, el progreso intelectual de un individuo se considera por la creciente independiente, entorno a los estímulos externos, a favor de la comunicación y la abstracción.

Planteando tres modos de representaciones mentales:

- **Representación Inactiva:** esta hace alusión a la reacción inmediata del individuo.
- **Representación Icónica:** Se manifiesta por medio de la creación de imágenes o esquema espacial.
- **Representación Simbólica:** un símbolo arbitrario representa algo abstracto. (Bruner, 1988)

Estas representaciones subyacen en el aprendizaje que se complementan entre sí en ciertas etapas de la vida como se presenta en la siguiente tabla.

Tabla 2. Aprendizaje y representación principal de la realidad (Bruner)

Edad/Años	Aprendizaje	Representación de la Realidad
0 a 4	Saber Hacer	R. Inactiva R Icónica R. Simbólica
5 a 7	Pensamiento Reflexivo	R. Inactiva R. Icónica R. Simbólica
8 en adelante	Pensamiento Abstracto	R Inactiva R. Icónica R. Simbólica

Fuente: Olmedo, 2010, p. 6.

Estos modos de representación son resultado del desarrollo cognitivo. Desde el punto de vista educativo, es importante indagar sobre la evolución que tienen los niños; para ello la labor del maestro consiste en enseñar a un niño, en cualquier edad determinada, representando la estructura del área, materia o asignatura, teniendo presente la manera como el niño según su edad considera las cosas (Bruner, 1972). El aprendizaje por descubrimiento según Beltran (2017), “está definido por la serie de actividades significativas que ejecuta, y actitudes realizadas por el estudiante; las mismas que le proporcionan experiencia, y a la vez ésta produce un cambio relativamente permanente en sus contenidos de aprendizaje” (p. 37). De igual forma, Llera (2003) expone que un estudiante puede descubrir su conocimiento a partir de la apropiación de los modelos.; es decir el aprendizaje se debe construir por parte del estudiante, como consecuencia de la modelación matemática.

Esta teoría ha sido base en otros modelos en matemáticas, como lo ha realizado Singapur, con el denominado Enfoque CPA (concreto-pictórico-abstracto): Concreto: busca que el estudiante mediante material manipulativo comprenda conceptos matemáticos. Pictórico: asume que los estudiantes representan mediante dibujos, gráficos y esquemas los conceptos o cantidades matemáticas, para luego equipararla en un problema. Abstracto: se pasa directamente a los signos y símbolos matemáticos, dejando a un lado el material concreto y las ilustraciones.

2.2.3 Estrategias de Aprendizaje Hacia las Matemáticas. Para enseñar estrategias de aprendizajes a los estudiantes, los maestros deberían

Enseñarles a reflexionar sobre su propia manera de aprender”; en tomar la decisión pertinente para mejorar su proceso cognitivo. “Enseñarles a conocer mejor como aprendices a identificar el formato origen de sus dificultades, habilidades y preferencias en el momento de aprender”, a descubrir las rupturas y lagunas de conocimiento planteadas por Vergnaud en el aprendizaje de las matemáticas. “Enseñarle a dialogar internamente” descubrir y relacionarse con su nuevo conocimiento. “Enseñarles a ser intencionales y propositivos

cuando aprendan y a entrar en las intenciones de los demás” todo maestro debería explicar cuáles son sus intenciones educativas. “Enseñarles que no deben estudiar para aprobar sino para aprender, y por último, enseñarles a actuar de un modo científico en su aprendizaje. (Font et al., 1994, p. 9)

Muchos maestros en su quehacer educativo permiten referenciar algunos métodos y estrategias de enseñanza, que son copia exacta de sus antiguos maestros de matemáticas, que para ellos fueron significativas y se cree que pueden ser igualmente significativa, en cualquier contexto y grupo de estudiantes (Sarmiento, 2004). Sin embargo, Monereo (1997), expresa que para que los estudiantes sean estratégicos, necesitan de maestros también lo sean, que estos posean conocimiento de los procesos cognitivos y metacognitivos, que comprometan al estudiante con su propio aprendizaje y construcción de conocimiento.

2.2.4 Competencias Matemáticas. La competencia matemática es un tema bastante sonado en la actualidad en aquellos países donde se ha venido trabajando con el enfoque de competencias, hablar de competencias matemáticas.

Según Alsina (2016) es disponer de modo comprensible y eficaz todos los conocimientos alcanzados de procesos presentes en la vida cotidiana, siempre que estos se consideren necesarios.

De igual forma, Rico (2007) manifiesta que las competencias en los estudiantes deben expresar los modos como el actúa frente a las matemáticas, cuyo dominio de esta área orienta la formación del estudiante. Las competencias matemáticas se han definido como:

La capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. (OECD, 2004, p. 3; OECD, 2003, p. 24)

Según los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (Mineducación, 2006) expresan que “Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (p.4). Es evidente, que se debe realizar un ajuste a los procesos que se llevan en la escuela, donde se tomen decisiones eficaces y pertinentes que den respuesta al desarrollo de competencias matemáticas (Alsina et al., 2019).

Ser competente en matemáticas, requiere que los maestros exploren y reflexionen sobre las nuevas tendencias matemáticas y llegue al aula con estos supuestos:

- Las matemáticas son una actividad humana inserta en y condicionada por la cultura y por su historia, en la cual se utilizan distintos recursos lingüísticos y expresivos para plantear y solucionar problemas tanto internos como externos a las matemáticas mismas. En la búsqueda de soluciones y respuestas a estos problemas surgen progresivamente técnicas, reglas y sus respectivas justificaciones, las cuales son socialmente decantadas y compartidas.
- Las matemáticas son también el resultado acumulado y sucesivamente reorganizado de la actividad de comunidades profesionales, resultado que se configura como un cuerpo de conocimientos (definiciones, axiomas, teoremas) que están lógicamente estructurados y justificados. (Mineducación, 2006, p. 5)

Acentuar la importancia que tiene la enseñanza de la matemática, cuando el estudiante tiene contacto con el conocimiento matemático, con material manipulable, juegos, simuladores, y gráficas llevan a transformar lo vivido a una forma de abstracción progresiva, mostrando la verdadera aplicabilidad de las matemáticas (Freudenthal, 1991). Para Alsina y Salgado (2018), manifiestan que el aprendizaje de las matemáticas, es representativo cuando se realiza en contextos reales y es formalizado en contextos abstractos. Para ellos la clave del desarrollo las competencias matemáticas, se centra en la enseñanza de los contenidos mediante la resolución de problemas, el razonamiento, la representación, prueba, conexión y la comunicación.

2.2.5 Competencia Comunicación. Uno de los argumentos que indican la dificultad de aprender matemáticas, radica en su lenguaje especial, para entender y comprender las matemáticas, ya que, si se desconoce, a pesar de que se digan cosas muy sencillas, la persona no tendrá la capacidad de entenderlas.

A partir de las matemáticas se ha podido construir, y comunicar a través de diferentes lenguajes. La comunicación como competencia en matemáticas según los Estándares Básicos de Competencias en las Matemáticas (Mineducación, 2006), permite que:

Las distintas formas de expresar y comunicar las preguntas, problemas, conjeturas y resultados matemáticos no son algo extrínseco y adicionado a una actividad matemática puramente mental, sino que la configuran intrínseca y radicalmente, de tal manera que la dimensión de las formas de expresión y comunicación es constitutiva de la comprensión de las matemáticas. (p. 54)

2.2.6 Competencia Razonamiento. En la competencia matemática en PISA, Rico (2007) manifiesta que pensar y razonar, incluye procesos fundamentales en el quehacer matemático, como: a) hacer cuestionamientos propios de las matemáticas (¿Cuántos? ¿Cómo?); b) Identificar los tipos de respuestas a esos cuestionamientos; c) diferenciar los tipos de enunciados que se utilizan (conceptos, definiciones, conjeturas, teoremas...); d) entender los conceptos matemáticos para poderlos aplicar.

Mientras que el Mineducación (2006) expresa que, en los primeros años de educación básica, se desarrolla el razonamiento lógico en los estudiantes, teniendo presente los contextos y los materiales concretos o manipulables donde el estudiante pueda percibir regularidades y relaciones; formular predicciones y conjeturas; interpretar y dar respuestas posibles a un problema; y del mismo modo, ser capaz de aceptar o rechazar a partir de demostraciones y justificaciones. “Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las

matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas”. (Mineducación, 2006, p. 9).

Aguilar et al. (2002), piensan que conseguir el nivel de razonamiento formal no es indicio de que lo sepa aplicar a problemas específicos, condición necesaria para obtener conocimiento que permita la solución correcta. Se trata de que el estudiante sea consciente de las actividades que están realizando, lo que les permite construir sus conocimientos, mientras que desarrolla estrategias y desarrolla el pensamiento organizado y creativo.

2.2.7 Competencia Resolución de Problemas. Para Schoenfeld (1989), un problema matemático es un escenario en la que a un individuo o a un grupo de personas se les pide que lleven a cabo una tarea, para la que no hay ningún algoritmo inmediato disponible que defina un método de solución totalmente.

Un problema, es una herramienta que permite pensar matemáticamente, que favorece en la formación de sujetos propositivos, críticos y autónomos; capaces de reflexionar por los hechos y justificaciones, teniendo presente su propio criterio y haciéndose participe a los de otras personas (Corts y De la Vega, 2004).

Otros investigadores como Lesh y Zawojewski (2007) citado en Trigo, (2008), conceptualiza la resolución de problemas como:

El proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas. (p.3)

El objetivo no radica en reportar una respuesta, si no en reconocer y comprobar distintas maneras de representar, analizar y resolver el problema buscando una nueva forma de pensar la matemática (Santos, 2008).

2.2.8 Factorización. La factorización es uno de los procesos más complejos que aborda la matemática, ya que ella es fundamental en la transformación de expresiones algebraicas, esta permite representar un polinomio $P(x)$ como un producto de factores primos o irreducibles. Ejemplo x^2+4 tiene como factores primos $(x-2) (x-2)$. Factorizar es un proceso importante, ya que permite en las ecuaciones $P(x)= 0$, encontrar sus raíces y dar respuesta a problemas que se relacionan con este tipo de ecuaciones (Ballén, 2012).

Para Álvarez y Mejía (2006) citado por Mejía (2021), “Factorizar una expresión algebraica es descomponerla en un producto de factores que deben ser expresiones irreducibles en el conjunto sobre el cual se está factorizando” (p. 58).

El binomio que se tiene presente en este estudio es la Diferencia de cuadrados perfectos y los trinomios corresponden a Trinomio cuadrado perfecto, Trinomio de la forma x^2+bx+c y Trinomio de la forma ax^2+bx+c . Cada caso de factorización requiere de una secuencia lógica y unos pasos para ser resueltos, es decir, cada uno cuenta con un algoritmo diferente, el cual se viene aprendiendo a partir de la memorización y de la comprensión de las características de cada uno de ellos que lo hacen diferente; colocando a prueba al estudiante frente a la destreza, la creatividad y el razonamiento para su solución (Díaz, 2019).

2.2.9 Herramientas Tecnológicas. Durante los últimos años se ha venido dando importancia al trabajo que se puede realizar a partir del uso correcto de las herramientas tecnológicas. Williamson y Kaput (1999), manifiestan que la vinculación de las herramientas tecnológicas en la educación hizo posible que las personas pensarán inductivamente en la matemática.

Así mismo, Arcavi y Hadas (2000), expresan el cambio que ha tenido la enseñanza de las matemáticas, gracias al desarrollo de diferentes softwares y al uso de la computadora, indicando:

La existencia de la computadora plantea a los educadores matemáticos el reto de diseñar actividades que tomen ventaja de aquellas características con potencial para apoyar nuevos caminos de aprendizaje. (p. 41)

En la actualidad los maestros han tenido que desarrollar y adquirir competencias digitales, resultado obtenido por paso de la pandemia (COVID 19), obligando al maestro a reinventar y crear formas para enseñar las matemáticas (Montero-Guerrero et al., 2020). Es notable que el uso de herramientas tecnológicas, no forman el conocimiento por si solas, es el maestro el que por medio de sus planificación e intervención adecuadas en las aulas obtienen los resultados y logros esperados en los procesos de enseñanza-aprendizaje (Viberg et al., 2020).

Las herramientas tecnológicas vienen apoyando el aprendizaje de las matemáticas, proporcionando, nuevas formas de convertir conceptos a través de la indagación y el desarrollo de los mismo, siendo indispensable el pensamiento y criterio que tenga el maestro sobre el uso y la aplicación de las herramientas frente al desarrollo del pensamiento matemático (Thurm y Barzel, 2020).

2.2.10 Software Educativo GeoGebra. Es un software de geometría dinámica dirigido a estudiantes y maestros; siendo creado por esposos Markus y Judith Hohenwarter, con el propósito de crea una calculadora libre que permitiera trabajar la geometría y el álgebra. Proyecto que inicio en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo (Austria) (Bello, 2013).

Acaro (2021), plantean el gran aporte que ofrece el software matemático GeoGebra como herramienta orientadora a partir de su software interactivo que reúne varios elementos de las matemáticas como la geometría, el álgebra, el cálculo y la estadística. Permitiendo la construcción, la representación gráfica, el desarrollo algebraico y el cálculo, entre otras aplicaciones

Algebra Tiles Template. Las baldosas algebraicas o Álgebra Tiles fue una creación de Caleb Gattegno, la cual consiste en una app en la Play Store, cuenta con un tablero y un grupo de mosaicos que representan 1 , x , x^2 , y , y^2 y xy , siendo estos arrastrados en el escenario de trabajo para resolver situaciones algebraicas. Este modelo fue utilizado desde el software matemático GeoGebra por Tim Brzezinski, denominado Álgebra Tiles Template, el cual permite de una forma gratuita que profesores y estudiantes, utilicen estos mosaicos y tablero como elemento fundamental en el aprendizaje del álgebra, haciendo de esta una herramienta de manipulación por parte de los usuarios.

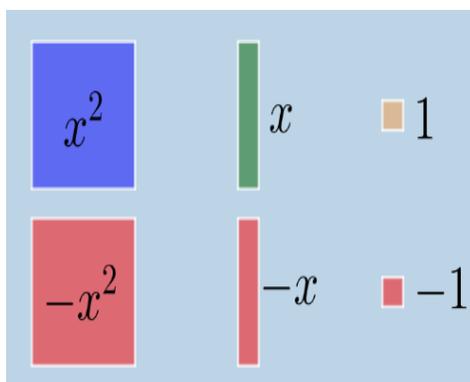


Figura 2. Baldosas de Álgebra Tiles Template en GeoGebra

Fuente: Brzezinski, s.f.

Este programa interactúa con el estudiante, permitiendo que él, pueda construir su conocimiento y buscar los resultados a cualquiera de los binomios y trinomios a factorizar; este proceso radica, en que estudiante formando un rectángulo coloca los elementos que presenta el ejercicio, y a partir de observar los valores que se encuentran en los lados de las superficies de rectángulo, dar respuesta a la solución del ejercicio o problema. El usuario en el programa puede seleccionar cualquier mosaico de álgebra según lo establecido por el ejercicio, como se muestra en la siguiente figura.

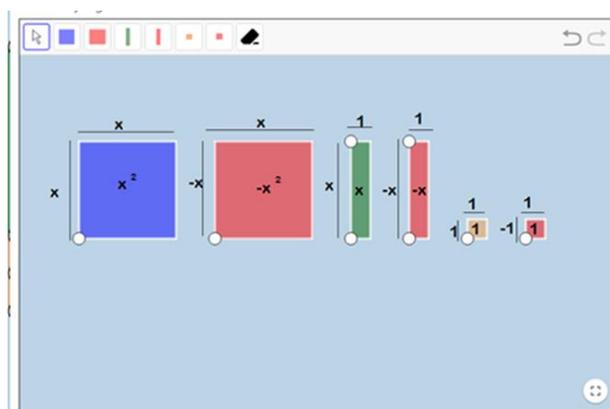


Figura 3. Valores que tiene cada uno de las baldosas

Nota: Esta figura muestra los valores que se presenta en Álgebra Tiles Template en GeoGebra, cada una de las baldosas indicando el valor de sus lados.

A manera de ejemplo x^2+5x+6 se tiene en el programa gratuito Álgebra Tiles Template en GeoGebra:

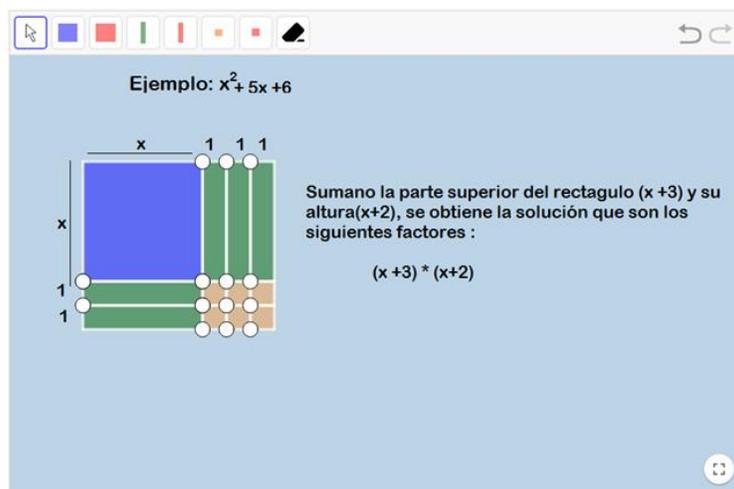


Figura 4. Ejemplo Álgebra Tiles Template en GeoGebra.

Nota: Esta figura muestra proceso utilizado en el programa (creación propia).

Este programa hace referencia a los pasos del Juego de Marcos de Regine Douady que consiste en que los estudiantes se enfrentan en un marco algebraico a un problema de factorización, interpretando las preguntas planteadas.

2.2.11 Modelo Conceptual. En la pedagogía conceptual el principal objetivo radica en las habilidades cognitivas que tiene el estudiante, en el conocimiento y los valores. Este modelo cuenta: fase cognitiva fase afectiva, y fase expresiva

Fase afectiva. Esta fase busca despertar la curiosidad, el interés y la motivación, mostrando al estudiante el beneficio que puede adquirir a partir de lo que realiza y aprende, así como lo que ha logrado con los nuevos conocimientos que van alcanzando.

Fase cognitiva. Es la garante de la comprensión de conocimiento y del acceso a la información obtenida por el estudiante, es decir, es importante determinar que el individuo comprenda los contenidos que el individuo comprenda los contenidos que manipula y descubra cómo aplicarlos en un determinado contexto.

Fase expresiva. Se fundamenta en la autoconciencia que debe tener el estudiante, para dominar el conocimiento y saber aplicarlo, siguiendo estos pasos: la conciencia operacional, el procedimiento, simulación y ejercitación.

Si el estudiante logra desarrollar las fases, adquiere lo expuesto en el desarrollo pedagógico, siendo un individuo: ético, talentoso, emocionalmente fuerte, capaz de analizar y transformar la información (De Zubiría y Sánchez, 1999).

2.2.12 Aprendizaje Significativo. Ausubel (1973, 1976, 2002), inicio en la construcción de un marco teórico, buscando dar respuesta a los mecanismos que permiten la consecución y la apropiación de los significados que se utilizan en el aula de clase. Esta es una teoría psicológica, involucra los procesos del individuo frente a su aprendizaje.

Esta teoría, “aborda todos y cada uno de los elementos, factores, condiciones y tipos que garantizan la adquisición, la asimilación y la retención del contenido que la escuela ofrece al alumnado, de modo que adquiera significado para el mismo” (Rodríguez, 2004, p. 1).

El Aprendizaje Significativo, para Pozo (1989) es una teoría cognitiva que permite construir al individuo en conocimiento y lo sitúa en un contexto escolar. Es un enfoque teórico, donde el principal autor es el estudiante quien a partir del conocimiento construye su aprendizaje de manera autocrítica y dinámica (Moreira, 2019).

2.3 Marco Contextual

La Institución Educativa José Aquilino Durán, cuenta 1700 estudiantes distribuidos en 4 sedes, ubicadas en la comuna 9 y 10 Suroccidental de la ciudad:

Sede Principal. Se encuentra ubicada en la comuna 10, suroccidental y sur de la ciudad de Cúcuta, con dirección Avenida 17A N° 19-41 del Barrio San José. La institución limita por el norte con el barrio Cundinamarca, occidente con el barrio Belén, sur con el barrio Gaitán y oriente con el barrio Alfonso López. La naturaleza del plantel educativo es oficial y de carácter mixto. Su oferta académica es educación básica, secundaria y media técnica en la jornada de la mañana. Actualmente, tiene convenio interinstitucional con el SENA, por lo cual los estudiantes obtienen como título de grado Bachiller Técnico En Convenio SENA: Monitoreo Ambiental y técnico en sistemas.

La sede Nuestra Señora de las Angustias. Ubicada en la comuna 10, en el barrio Santander con dirección, calle 22 #19-19 Barrio San José, la cual ofrece a la comunidad educación en dos predios, uno ofrece grados de preescolar, 1 y 2 de primaria y el otro predio ofrece preescolar y básica primaria en jornada de la mañana y tarde.

La sede Pedro Fortoul. Ubicada en la comuna 10 del barrio Santander: en la calle 28 #22-67 un predio, ofrecen a la comunidad, educación preescolar, básica secundaria y media técnica y el segundo predio, ubicada en la Av.22 # 27-70 que ofrece básica primaria en jornada mañana.

La sede Atanasio Girardot. Ubicado en la comuna 9 del Barrio Nuevo, su dirección: calle 25 # 24-21 la cual ofrecen a la comunidad preescolar y básica primaria en las horas de la mañana y la tarde respectivamente.

La comunidad académica de esta institución está conformada por familias de estratos 1, 2, 3 y familias migrantes de Venezuela, caracterizada por ser una comunidad flotante, en muchos casos carecen de recursos económicos, su alimentación no es buena, provienen de familias disfuncionales, con padres que se desempeñan en empleos informales, domésticos y oficios varios. Las familias que conforman este entorno han cursado en su mayoría la primaria y muy pocos tienen estudios secundarios, con un bajo o nulo porcentaje de familias con estudios universitarios. Esta dificultad que se observa en las familias, evidencia la escasa participación de ellas en el proceso educativo. También se evidencia un buen número de familias monoparentales, donde el estudiante debe decidir con quién debe vivir.

Otra problemática que se presenta en esta zona de la ciudad de Cúcuta es el expendio de sustancias psicoactivas de forma prudente o sin mayores restricciones, siendo escasa la presencia policiaca. Lo cual conlleva a un continuo conflicto entre la comunidad educativa para no dejar que este problema toque a los estudiantes Aquilinos y apartar de este camino a muchos que entrar a formarse en esta institución.

Las normas legales mencionadas en el marco legal y el contexto del colegio son las que encauzan la Formación del Proyecto Educativo Institucional (PEI) del colegio José Aquilino Durán donde se presenta los siguientes elementos fundamentales:

La misión de la institución, tiene como objetivo la formación integral de calidad, fundamentada en el desarrollo de competencias básicas, ciudadanas, afectivas y laborales; a partir de las competencias: aprender a ser, aprender a conocer, aprender a hacer y aprender a convivir, propiciando una calidad de vida individual, institucional, familiar y comunitaria; promoviendo en esta comunidad la inclusión de niños, niñas y jóvenes en situaciones de vulnerabilidad y de desplazamiento, para poder garantizar la construcción de proyectos de vida sólidos que dignifiquen la calidad de vida.

La visión de la institución, busca el reconocimiento de la sociedad cucuteña y poderse posicionar en un alto nivel académico, siendo partícipes, en la construcción de programas y planes curriculares que permitan satisfacer las necesidades educativas y técnicas; que aprueben formar al educando en aspectos éticos, científicos, y de valores humanos.

En su filosofía radica en la calidad que deben tener sus educandos a partir de los principios morales y cívicos, que conlleven a ser fundamento de paz, a través de la práctica de los valores:

La Justicia, Honestidad, Respeto, Autenticidad, Solidaridad, Transparencia, Tolerancia y otros. Partiendo de un proceso de enseñar con amor y a través del amor que ayude a enriquecer los valores éticos, morales y cívicos.... De ahí los lemas institucionales “educando con amor para crecer como persona” y “Calidad por siempre”. (Institución Educativa José Aquilino Durán, 2016, p. 15)

Modelo Pedagógico. El Colegio José Aquilino Durán, ofrece en este contexto, un modelo pedagógico conceptual - aprendizaje significativo, que permite eficientemente garantizar un aprendizaje efectivo y responder a las necesidades que presenta la comuna 10 de la ciudad de Cúcuta. Esta institución adopta el modelo conceptual y aprendizaje significativo, buscando orientar los procesos de enseñanza aprendizaje a través de técnicas que involucren la asimilación

de conceptos y proposiciones nuevas mediante la vinculación de estructuras cognitivas ya existentes, en miras de construir el conocimiento y llegar a un aprendizaje significativo.

2.4 Marco Legal

La Constitución Política (1991, art. 67) y la Ley General de Educación (Ley 115, 1994) establecen en esencia la política educativa en la construcción de un ciudadano ideal, buscando garantizar el servicio educativo, y su cobertura en todas las comunidades. En la normativa se concluye en una política que ratifique el desarrollo progresivo a nivel individual y colectivo en la sociedad.

Así mismo, esta ley fue la encargada de aportar los fines de la educación, la cual orienta al maestro en la formación del ciudadano, crítico, participativo, solidario, equitativo, tolerante, justo y analítico, siendo capaz de apropiarse de componentes propios de la cultura, ciencia y la técnica.

Con el origen del Plan Decenal de Educación, expuesto en 1995, se forma un documento para legitimar en los ciudadanos sus derechos y que los entes sociales asumieran democráticamente la participación en la gestión, planeación y control de la educación. Este Plan se encamina en la búsqueda de estrategias y programas para reflexionar sobre la educación, pilar del desarrollo y sostenibilidad del país.

Según el artículo 16 del Decreto 1860 (1994), define en la obligatoriedad del Proyecto Educativo Institucional (PEI), lo siguiente: “Todas las instituciones oficiales y privadas, que prestan el servicio público de educación, deben registrar durante el primer semestre de 1997. En las Secretarías de Educación Departamental o Distrital, los avances logrados en la construcción

participativa del proyecto educativo institucional” (p. 9). Estos establecimientos se comprometen con toda la comunidad educativa a crear e instalar un PEI que manifieste como se van a alcanzar los fines de educación nacional, teniendo en cuenta las condiciones sociales, culturales y económicas del contexto (Mineducación, 1994).

Estas normas legales encauzan la Formación del PEI del Colegio José Aquilino Durán, el cual consiste en una educación integral con base en el desarrollo de procesos y valores. Creada por Acuerdo Municipal No. 034 del 29 de diciembre de 1992. Esta institución orienta sus procesos de enseñanza mediante el modelo pedagógico: conceptual aprendizaje significativo, el cual se sustenta en la creación de ambientes de trabajo, donde el maestro interactúa con el contexto, proporcionando oportunidades para que los estudiantes puedan construir su propio saber.

3. Metodología

3.1 Tipo de Investigación

El siguiente estudio se fundamenta primordialmente en métodos cuantitativos de investigación. En términos de Hernández et al. (2016), este enfoque metodológico está fundamentado por un conjunto de procesos que siguen un orden riguroso y secuencial, es decir, cada etapa precede a la siguiente y no se puede evitar ningún paso. El enfoque cuantitativo es aquel que: “usa la recolección de datos para probar hipótesis, con base en la medición numérica y el análisis estadístico para establecer patrones de comportamiento y probar teorías” (Hernández et al., 2016, p.4)

La disposición metodológica presentada en la siguiente investigación es rigurosamente cuantitativa. Los parámetros establecidos dentro de un diseño cuantitativo, hacen referencia a la población, muestra, instrumentos y plan de análisis de datos, conllevando a sustentos netamente metodológicos y estadísticos en este tipo de estudios.

3.2 Diseño de Investigación

Concerniente a la formulación del problema y la pregunta de investigación, el diseño central de la investigación es de naturaleza cuasi experimental, según Hernández et al. (2016 la aplicación de pruebas pre test, pos test, en grupos control y experimental se realizó de la siguiente forma: Asignar los grupos al azar, para identificar el grupo control y experimental, luego se aplica la pre-prueba, uno de los grupos recibe el procedimiento correcto (experimental) y el otro no (control), finalmente, se le realizó simultáneamente una pos-prueba para analizar los resultados.

El diseño del diagrama se muestra a continuación:

Tabla 3. Diseño del diagrama.

Grupo	Pre-prueba	Tratamiento	Pos-prueba
RG ₁	O ₁	X	O ₂
RG ₂	O ₃	—	O ₄

Fuente: Hernández et al., 2016.

Pedhazur y Schmelkin (1991) citado por Bono (2012), manifiesta que un experimento cuasi-experimental:

Es una investigación que posee todos los elementos de un experimento, excepto que los sujetos no se asignan aleatoriamente a los grupos. En ausencia de aleatorización, el investigador se enfrenta con la tarea de identificar y separar los efectos de los tratamientos del resto de factores que afectan a la variable dependiente. (p.3)

Creswell y Zhang (2009) declaran que los experimentos de intervención, generan una situación que permite declarar la afectación del experimento a quienes participan en comparación con aquellos individuos que no lo hacen. Siendo posible aplicar este tipo de situaciones con toda clase de seres vivos, personas y ciertos objetos.

La organización de los participantes de grado 9 del Colegio José Aquilino Durán, se establece por la normativa del colegio en la matrícula de los estudiantes para el año 2022. Se insta al azar el grupo que se presentará en la investigación como grupo experimental y el grupo control. De acuerdo con Hernández et al. (2016), al grupo experimental se le aplicará la estrategia de aprendizaje basada en el modelo TPACK en la factorización de expresiones algebraicas y mientras al grupo control trabajará con el modelo conceptual y aprendizaje significativo adoptado por la institución educativa.

3.3 Población y Muestra

Para el recolectar la información de la investigación, se tienen presente los estudiantes matriculados en el grado 9 de la Institución Educativa José Aquilino Durán, sede Central y Pedro Fortul, Cúcuta, en el año 2022. Siendo seleccionados dos grupos 9-01, sede central con 33 estudiantes y 9-02 sede Pedro Fortul con una participación de 29; estos grupos fueron asignados al azar a las condiciones experimentales: El grado 9-01 de la sede central tomo la postura como grupo experimental y el 9-02 de la sede Pedro Fortul fue asignado como grupo control. Los dos grupos fueron equivalentes en cuanto a edad, escolaridad y nivel socioeconómico; estos grupos mantienen la pre-construcción impartida por las directivas del colegio, conformando una población de 62 estudiantes para el análisis de la investigación.

3.4 Hipótesis de la Investigación

En la presente investigación la hipótesis se fundamenta en:

Hipótesis alternativa (H_A): Existe diferencias en la implementación de modelo TPACK como estrategia didáctica en las competencias matemáticas hacia el aprendizaje de la factorización en comparación con el modelo conceptual-aprendizaje significativo.

Hipótesis nula (H_0): No Existe diferencias en la implementación de modelo TPACK como estrategia didáctica en las competencias matemáticas hacia el aprendizaje de la factorización en comparación con el modelo conceptual-aprendizaje significativo.

3.5 Procedimientos de Análisis

El diseño de la investigación siguió un proceso relativamente lineal que abarca las siguientes fases:

Revisión de la Literatura. Una vez delimitado el problema, se procede a revisar toda la información proveniente de bases de datos académicas y científicas que impliquen como constructos: Modelo TPACK, estrategias de aprendizaje hacia la matemática, competencias matemáticas, enseñanza de la factorización de expresiones algebraicas, modelo conceptual y aprendizaje significativo y la elaboración del borrador de la propuesta.

Diseño y Evaluación de Instrumentos. El diseño de la prueba pre test (diagnóstico), fue orientada por los contenidos referente a la conceptos, procesos y competencias matemáticas referentes al tema de factorización de expresiones algebraicas, presentes en el plan de área determinado por la institución educativa, del mismo modo se asumieron las competencias matemáticas emanadas por el Mineducación en la matriz de referencias: la comunicación, el razonamiento y la resolución de problemas; en los dos grupos (experimental y control).

La estrategia didáctica basada en el modelo TPACK abarco una cuidadosa selección de contenidos de casos de factorización, problemas y estrategias motivadoras de desarrollo pedagógico, estrategias de resolución de problemas y el análisis de las competencias con el propósito de mejorar aquellas dificultades evidenciadas en la prueba pre test y garantizar un aprendizaje significativo.

Del mismo modo la prueba pos test (conocimiento), está en concordancia con los contenidos del plan de área referente al tema de factorización y las competencias matemáticas concernientes en la investigación. La finalidad radico en evaluar el rendimiento de los dos grupos, uno de ellos sometido a la implementación del modelo TPACK y el otro al modelo conceptual-aprendizaje significativo.

Recolección de información. Las pruebas pre test y pos test fueron aplicadas a los grupos seleccionados; se estimó que las pruebas tuvieran un tiempo de aplicación no superior de 110 minutos cada una.

La estrategia didáctica basada en el modelo TPACK, se realizó durante un período aproximado de 2 a 3 semanas al grupo experimental, a través de guías y talleres (individual-grupal) fundamentado en los elementos del modelo (conocimiento-pedagogía-tecnología) y las competencias matemáticas, al mismo tiempo se desarrollaron talleres en el grupo control a partir del modelo conceptual -aprendizaje significativo, teniendo como apoyo el para este aprendizaje el software Geogebra.

Análisis de la Información. Finalmente, los datos fueron analizados mediante un software estadístico SPSS V 24.0. Se diseñará una base de datos y se aplicará los procedimientos de análisis descriptivo y la evaluación de diferencias significativas.

Para el análisis descriptivo se realizó a partir de las competencias: Comunicación, razonamiento y resolución de problemas, donde se pretende considerar desempeño de los estudiantes en cada competencia, en las pruebas pre test y post test.

Por otra parte, en el plano inferencial se aplicaron estadísticos que permitan evaluar la presencia de diferencias significativas, en las puntuaciones de las dos pruebas en los grupos participantes, para esto se realizará a partir de la prueba t de Student para datos paramétricos o U. de Mann-Whitney para datos no paramétricos.

Conclusiones. Los hallazgos fueron resumidos y a partir de éstos se procedió a dar respuesta a la hipótesis, interrogante y objetivos de investigación planteados. Además, se dejará claro las líneas futuras de investigación que se desprenden este proyecto.

3.6 Instrumentos para Recolección de la Información

En esta investigación se utilizaron dos instrumentos en distintas etapas del estudio:

Prueba diagnóstica (Pre Test). El propósito fue identificar el nivel desempeño que tiene en las competencias matemáticas con que el estudiante inicia la participación en la investigación. Esta prueba comprende 6 preguntas que involucran 2 de la competencia de comunicación, 2 de razonamiento y 2 de resolución de problemas, en total 6 preguntas para identificar el nivel académico con que inician el proceso los estudiantes.

Prueba de conocimiento (Post Test). La finalidad del instrumento radica en evaluar el nivel de desempeño de los estudiantes del grupo experimental a partir de la implementación de la estrategia didáctica basada en el modelo TPACK y del mismo modo el grupo control con el modelo conceptual y aprendizaje significativo en temas de factorización de expresiones algebraicas, siendo esta de igual forma validada por juicio de expertos. La prueba se centra en las competencias planteadas y tuvo la misma estructura establecida en la prueba pre test.

Según lo establecido por Ruiz (1998), un instrumento validado a juicio de expertos, se refiere a un número de personas que tienen conocimientos y experiencia sobre la temática, analizando y evaluando bajo cierto criterio o parámetros dicho instrumento. Esta investigación se acogió a este proceso de validación, la cual inicio con la presentación a los expertos de 6 preguntas o situaciones que conformaron la prueba pre test (1, 2, 3, 4, 5 y 6) y 6 la prueba post

test (7, 8, 9, 10, 11 y 12); 4 de ellas (1, 2, 7 y 8) correspondientes a la competencia comunicación; las situaciones (3, 4, 9 y 10) a la competencia razonamiento y las situaciones (5, 6, 11 y 12) a la competencia resolución de problemas. Cada situación relacionada con la temática de factorización de expresiones, soportada por el componente, la competencia, el derecho básico de aprendizaje, el aprendizaje y la evidencia emanados por el Mineducación. El experto categorizó cada una de las situaciones, siendo redactas a partir de los siguientes ítems: Claridad, coherencia y pertinencia (Rodríguez, Gil y García, 1996); dando una valoración de 1 - 4 de acuerdo con una lista de indicadores, siendo el valor de 1 para el ítem, señal de modificación de la situación y el valor de 4 para el ítem el cumplimiento de la situación según los indicadores establecidos en la prueba. Según Mitchell (1986) se debe tener presente la pertinencia y representación del atributo del ítem en el instrumento para su intención particular. Las valiosas sugerencias realizadas por el grupo de expertos fueron tenidas en cuenta para garantizar la validez y confiabilidad de los instrumentos.

4. Resultados

Se efectuó el análisis e interpretación de la información recopilada durante la etapa experimental, y posteriormente, a la estrategia didáctica aplicada en cada uno de los grados.

Donde en primer lugar, se presentó un análisis descriptivo, mostrando las características socio demográficas del grupo y el reporte obtenido de las pruebas pre test y post test, teniendo presente la estructura de las competencias matemáticas aplicadas (comunicación, razonamiento y resolución de problemas) mediante el modelo conceptual, aprendizaje significativo y el modelo TPACK (Conocimiento, pedagogía y tecnología). Los resultados se mostraron por etapas y por competencias, asimismo, estas se relacionaron y compararon en tablas que muestran las respuestas (correctas e incorrectas) a los problemas planteados.

Posteriormente, se evaluaron las diferencias significativas en las puntuaciones medias conseguidas en los dos grupos: experimental y control, a partir de la prueba pre test y post test, aplicando el análisis de varianza de una vía para conseguir las soluciones.

Finalmente, se sintetizó en un breve análisis las líneas teóricas y de relación principal que brindaron soporte a las respuestas del objetivo de Investigación.

4.1 Análisis Descriptivo

4.1.1 Caracterización de los sujetos del estudio. Para el inicio de esta investigación se eligieron como participante los estudiantes del Colegio José Aquilino Durán pertenecientes

a los grados 9; en total fueron 62 estudiantes. 33 estudiantes conformaron el grupo experimental, ubicados en la sede Central, y 29 estudiantes, de la sede Pedro Fortoul que conformaron el grupo control.

En la Tabla 4, se puede apreciar la distribución de los sujetos participantes en el estudio, en relación a las edades y sexo. Sobresale principalmente que el 59,7% corresponde a estudiantes de sexo masculino; siendo así el sexo predominante en el estudio.

Tabla 4. Distribución de sujetos del estudio por edad y sexo

	Sexo del estudiante				Total		
	Masculino		Femenino		f	%	
	f	%	f	%			
Edad	13	2	3,2%	0	0,0%	2	3,2%
	14	11	17,7%	8	12,9%	19	30,6%
	15	7	11,3%	9	14,5%	16	25,8%
	16	12	19,4%	5	8,1%	17	27,4%
	17	4	6,5%	3	4,8%	7	11,3%
	18	1	1,6%	0	0,0%	1	1,6%
Total	37	59,7%	25	40,3%	62	100,0%	

El 40,3 % de la muestra hace referencia al sexo femenino. También se puede resaltar que la edad predominante en estos grupos oscila entre 14 y 16 años de edad, siendo estas dos las que tienen mayor influencia con 30,6% y 27,4% respectivamente.

Seguidamente se desarrollaran los resultados descriptivos de las pruebas pre test y pos test para los grupos de investigación (experimental y control), para los cuales los resultados referentes al programa estadístico SPSS en frecuencia y porcentaje ha sido tomado en un 100% en la totalidad de los dos grupos respecto a la temáticas trabajadas sobre algunos casos de factorización como son: trinomio de la forma ax^2+bx+c , trinomio de la forma x^2+bx+c , trinomio cuadrado perfecto y diferencia de cuadrado.

4.1.2 Análisis Descriptivo de los Resultados Prueba Pre Test. Para responder a la prueba pre test los participantes solo utilizaron lápiz, borrador y sacapuntas, manteniéndose las mismas condiciones para para los dos grupos. El propósito de esta prueba consistió en analizar las competencias matemáticas: Comunicación, razonamiento y resolución de problemas; además las estrategias en resolución de problemas presentadas por Polya (1976) y Bruner (1988). En esta prueba es importante manifestar que se aplicó el principio de equivalencia en las pruebas aplicadas, manteniendo la igualdad entre las variables a evaluar y contenidos relacionados a los casos de factorización.

En la Tabla 5. Se presenta la conformación de las situaciones problema aplicada en las pruebas pre test y post test, en las cuales se diseñaron preguntas que estuvieron directamente relacionados a las competencias matemáticas, en base a los documentos guías emanados por el Mineducación.

Tabla 5. Estructura de las pruebas Pree Test y Pos Test

Competencia	Dimensiones	Indicadores	Ítem del cuestionario del Pre Test y Post Test
Comunicación	Conceptos matemáticos	Identificar expresiones numéricas y algebraicas equivalentes	Situación: 1, 2, 7 y 8
	Lenguaje matemático	Establecer relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las expresiones algebraicas	
	Interpretación de modelos matemáticos (gráficos)	Reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.	
Razonamiento	Comprensión conceptual de las nociones, propiedades y relaciones.	Interpreta y usa expresiones algebraicas equivalentes.	Situación: 3, 4, 9 y 10
	Destrezas procedimentales	Interpreta tendencias que se presentan en una situación de variación.	
		Formular, representar y resolver problemas	
	Comprender el problema. (Paso 1).	Identifica las principales partes del problema: la incógnita, los datos, la	

Resolución de problemas		condición y la pregunta.	Situación: 6, 7, 11 y 12
		Advierte si la condición es suficiente para determinar la solución.	
	Paso 2. Concepción de un plan.	Ordena los pasos de una estrategia para solucionar un problema. Representa gráficamente el problema. Crea un plan de solución para un problema dado.	
	Paso 3. Ejecución del plan.	Reemplaza correctamente datos en fórmulas. Reconoce errores en procedimientos de operaciones. Ejecuta con precisión procedimientos de cálculo.	
	Paso 4. Examinar la solución obtenida.	Verifica que el resultado obtenido responde al ítem. Escoge entre varios enunciados el que corresponde a una respuesta dada	

Competencia Comunicación en la Prueba Pre Test. La Tabla 6 muestra las respuestas correspondientes a los procesos generales, esta competencia hace referencia a las diferentes formas de comunicar e interpretar; conceptos, preguntas, problemas y resultados matemáticos, buscando a partir del conocimiento y la comprensión del problema, la solución del mismo.

Tabla 6. Relación de respuestas a la Competencia Comunicación en la prueba pre test

			Incorrecto	Parcialmente correcto	Correcto	Total
Grupo Experimental	PRET1C	f	23	9	1	33
		%	37,1%	14,5%	1,6%	
	PRET2C	f	30	3	0	53,2%
		%	48,4%	4,8%	0%	
Grupo Control	PRET1C	f	16	2	11	29
		%	25,8%	3,2%	17,7%	
	PRET2C	f	21	8	0	46,8%
		%	33,9%	12,9%	0%	

Los datos representados en la Tabla 6, muestran que en promedio el 17,7% asignado al grupo control y solo el 1,6% al grupo experimental, respondieron correctamente al desarrollo de

los procesos planteados en la situación 1 de la competencia comunicativa, referente a reconocer cuando una expresión algebraica y numérica representa lo mismo y poder identificar equivalencia entre expresiones algebraicas, expresiones numéricas, a partir de conceptos y procesos de la factorización. También es observado, en la segunda situación presentada en los dos grupos no hay respuestas correctas, evidenciándose la deficiencia que tienen los dos grupos frente a esta competencia.

Competencia Razonamiento en la Prueba Pre Test. En la Tabla 7 se relacionan las respuestas generadas por los grupos experimental y control frente a la competencia de razonamiento presente en la situación 3 y 4, acentuando en este proceso la interpretación de ecuaciones, la determinación de expresiones algebraicas a partir de su equivalencia y conjeturas sobre características y procesos usados en la factorización.

Tabla 7. Relación de respuestas a la Competencia Razonamiento en la prueba Pre Test

			Incorrecto	Parcialmente correcto	Correcto	Total
Grupo Experimental	PRET3R	f	26	7	0	33
		%	41,9%	11,3%	0%	
	PRET4R	f	32	1	0	53,2%
		%	51,6%	1,6%	0%	
Grupo Control	PRET3R	f	27	2	0	29
		%	43,5%	3,2%	0%	
	PRET4R	f	29	0	0	46,8%
		%	46,8%	0%	0%	

Se destaca un predominio de respuestas incorrectas en ambos grupos (Experimental y Control) un promedio del 41,9% en la situación 3 y del 51,6% en la situación 4, resultados obtenidos por el grupo experimental; mientras para el grupo control, en la situación 3 el 43,5% y el 46,8% en la situación 4, se puede evidenciar que los estudiantes muestran dificultad en el

razonamiento matemático, en interpretar tendencias que se relacionan en situaciones de variación y en el uso de procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico.

Competencia Resolución de Problemas en la Prueba Pre Test. Con respecto a la resolución de problemas, tomado como referentica a las estrategias planteadas por Polya (1976), el cual se centra en los siguientes puntos: Comprender los datos y preguntas del problema, concebir la estrategia o un plan, ejecución del plan y examinar o verificar la solución obtenida, y fundamentada en la teoría del descubrimiento de Brunner. En la Tabla 8, se evidenció el comportamiento de estos dos grupos respecto a la resolución de problemas.

Tabla 8. Relación de respuestas Competencia Resolución de problemas en la prueba Pre Test

			Incorrecto	Parcialmente correcto	Correcto	Total
Grupo Experimental	Identifica los datos y pregunta del problema (PRET5Rp)	f	33	0	0	33 53,2%
		%	53,2%	0%	0%	
	Plantea un plan o representa gráfica - esquema(PRET5Rp)	f	30	3	0	
		%	48,4%	4,8%	0%	
	Ejecuta estrategias y cálculos(PRET5Rp)	f	30	3	0	
		%	48,4%	4,8%	0%	
	Revisión de la solución(PRET5Rp)	f	30	0	0	
		%	48,4%	0%	0%	
	Identifica los datos y pregunta del problema (PRET6Rp)	f	33	0	0	
		%	53,2%	0%	0%	
Grupo Control	Plantea un plan o representa gráfica - esquema(PRET6Rp)	f	33	0	0	29 46,8%
		%	53,2%	3,2%	0%	
	Ejecuta estrategias y cálculos(PRET6Rp)	f	31	2	0	
		%	50%	3,2%	0%	
	Revisión de la solución(PRET6Rp)	f	31	2	0	
		%	50%	3,2%	0%	
	Identifica los datos y pregunta del problema (PRET5Rp)	f	29	0	0	
		%	46,8%	0%	0%	
	Plantea un plan o representa gráfica – esquema (PRET5Rp)	f	29	0	0	
		%	46,8%	0%	0%	
Grupo Control	Ejecuta estrategias y cálculos (PRET5Rp)	f	26	3	0	29 46,8%
		%	41,9%	4,8%	0%	
	Revisión de la solución (PRET5Rp)	f	26	3	0	
		%	41,9%	4,8%	0%	
	Identifica los datos y pregunta del problema (PRET6Rp)	f	29	0	0	
	%	46,8%	0%	0%		

Plantea un plan o representa gráfica – esquema (PRET6Rp)	f	29	0	0
	%	46,8%	0%	0%
Ejecuta estrategias y cálculos (PRET6Rp)	f	28	1	0
	%	45,2%	1,6%	0%
Revisión de la solución (PRET6Rp)	f	28	1	0
	%	45,2%	1,6%	0%

Según lo establecido en la Tabla 8, se observó que en los cuatro procesos planteados por Polya y Brunner para la resolución de problemas matemáticos en los grupos experimental y control, se manifestó en promedio 53,2 % y 46,8 % en respuestas incorrectas, evidenciándose, que los estudiantes durante la resolución de problemas no tienen presente el proceso de identificación, los datos y preguntas; en el segundo proceso que es diseñar un plan, representación gráfica o esquema los grupos presentan promedio un 50.8% de respuestas incorrectas en el grupo experimental y un 46,8% en promedio en respuestas incorrectas para el grupo control. Mientras que, en los procesos de ejecución de estrategias, cálculos y revisión de la solución, el grupo experimental obtuvo en promedio un 49% en respuestas incorrectas, y para el grupo control fue en promedio aproximado al 43,5% concerniente a respuestas incorrectas. Los resultados para ambos grupos (experimental y control), concernientes a respuestas evaluadas como incorrectas, son muy elevados, siendo nulas las respuestas correctas; esto ratifica lo que han venido expresando algunas investigaciones, psicólogos y maestros, que ha manifestado que en las instituciones educativas poco se enseñan estrategias de resolución de problemas, y en oportunidades son dejadas para el final de la unidad si disponer el tiempo para estas (Mineducación, 2006).

4.1.3 Análisis descriptivo de los Resultados de la Prueba Post Test. La prueba post test en ambos grupos (control y experimental (mantuvo la misma formalidad y complejidad

establecida en la prueba pre test, teniendo presente que en este momento los grupos ya habían recibido las estrategias didácticas para responder a la misma. El grupo control orientado bajo las dinámicas del aprendizaje significativo y conceptual y el experimental a partir del modelo TPACK, cada uno trabajo con los elementos característicos del modelo y se incluyó el manejo de software matemático (GeoGebra).

Competencia Comunicación en la Prueba Post Test. En la prueba Post Test según lo relacionado con la competencia comunicación en las situaciones 7 y 8, al evaluar los temas de expresiones algebraicas a partir de la factorización, se presenta en la Tabla 9.

Tabla 9. Relación de respuestas Competencia Comunicación en la prueba Post Test

			Incorrecto	Parcialmente correcto	Correcto	Total
Grupo Experimental	POST7C	F	2	8	21	31
		%	3,4%	13,6%	35,6%	
	POST8C	F	4	8	19	52,5%
		%	6,8%	13,6%	32,2%	
Grupo Control	POST7C	F	15	4	9	28
		%	25,4%	6,8%	15,3%	
	POST8C	F	8	10	10	47,5%
		%	13,6%	16,9%	16,9%	

Se destacó en el grupo experimental, la participación en las dos situaciones 7 y 8 con un porcentaje de aciertos de 35% y 32%, caso contrario lo referente al grupo control, donde en estas dos situaciones sus puntuaciones son del 17% y 15% de respuestas correctas; acentuándose en este grupo, la falta de comprensión de conceptos y procesos algebraicos involucrados en la factorización, aun después de la intervención realizada mediante los talleres.

Competencia Razonamiento en la Prueba Post Test. Se evidenció en la Tabla 10, un leve porcentaje de respuesta correcta en ambos grupos para en la competencia de razonamiento algebraico a partir de algunos casos de factorización.

Tabla 10. Relación de respuestas Competencia Razonamiento en la prueba Post Test

			Incorrecto	Parcialmente correcto	Correcto	Total
Grupo Experimental	POST9R	f	2	15	14	31
		%	3,4%	25,4%	23,7%	
	POST10R	f	5	13	13	52,5%
		%	8,5%	22,0%	22,0%	
Grupo Control	POST9R	f	19	3	6	28
		%	32,2%	5,1%	10,2%	
	POST10R	f	21	2	5	47,5%
		%	35,6%	3,4%	8,5%	

En la situación 9, el grupo experimental obtuvo aproximadamente un 24% en respuestas correctas Vs al 10% que presenta el grupo control, es visible una diferencia de 14% en este ítem. Mientras que en la situación 10, los dos grupos mantienen un porcentaje de similitud a lo presentando en la situación 9, apreciándose falencias en los grupos frente a interpretación en una situación de variación. Siendo ligeramente favorables estos resultados.

Competencia Resolución de Problemas en la Prueba Post Test. Para valorar los procesos presentados como respuestas de los estudiantes en la prueba Post Test tomando como referencia lo establecido en la resolución de Polya y Brunner y las estrategias planteadas TPACK, el aprendizaje conceptual y aprendizaje significativo, se describió el comportamiento de cada uno de los grupos en la Tabla 11.

Tabla 11. Relación de respuestas Competencia Resolución de problemas en la prueba Post Test

		Incorrecto	Parcialmente correcto	Correcto	Total		
Grupo Experimental	Identifica los datos y pregunta del problema (POST11Rp)	f 10 % 16,9%	4 6,8%	17 28,8%	31 52,5%		
	Plantea un plan o representa gráfica – esquema (POST11Rp)	f 11 % 18,6%	6 10,2%	14 23,7%			
	Ejecuta estrategias y cálculos (POST11Rp)	f 12 % 20,3%	8 13,6%	11 18,6%			
	Revisión de la solución (POST11Rp)	f 12 % 20,3%	14 23,7%	5 8,5%			
	Identifica los datos y pregunta del problema (POST12Rp)	f 7 % 11,9%	4 6,8%	20 33,9%			
	Plantea un plan o representa gráfica – esquema (POST12Rp)	f 6 % 10,2%	7 11,9%	18 30,5%			
	Ejecuta estrategias y cálculos (POST12Rp)	f 6 % 10,2%	11 18,6%	14 23,7%			
	Revisión de la solución (POST12Rp)	f 6 % 10,2%	11 18,6%	14 23,7%			
	Grupo Control	Identifica los datos y pregunta del problema (POST11Rp)	f 13 % 22,0%	8 13,6%		7 11,9%	29 47,5%
		Plantea un plan o representa gráfica – esquema (POST11Rp)	f 14 % 23,7%	9 15,3%		5 8,5%	
Ejecuta estrategias y cálculos (POST11Rp)		f 18 % 30,5%	9 15,3%	1 1,7%			
Revisión de la solución (POST11Rp)		f 19 % 32,2%	8 13,6%	1 1,7%			
Identifica los datos y pregunta del problema (POST12Rp)		f 16 % 27,1%	4 6,8%	8 13,6%			
Plantea un plan o representa gráfica – esquema (POST12Rp)		f 15 % 25,4%	5 8,5%	8 13,6%			
Ejecuta estrategias y cálculos (POST12Rp)		f 15 % 25,4%	8 13,6%	5 8,5%			
Revisión de la solución (POST12Rp)		f 15 % 25,4%	8 13,6%	5 8,5%			

En las situaciones 11 y 12 que hace referencia a la resolución de problemas, teniendo presente el primer paso que hace alusión a la identificación de los datos y pregunta del problema, los estudiantes del grupo experimental expresaron en promedio un 31% en respuestas correctas, en comparación al grupo control que obtuvo un promedio del 13% aproximadamente en las dos

situaciones problemas. En el siguiente paso, se hace referencia al diseño de un plan o representación gráfica, teniendo como referencia las estrategias utilizadas y al trabajo realizado con el software GeoGebra, se pudo evidenciar un 27% de promedio en el grupo experimental y en el grupo control un 11% de promedio.

En la aplicación de estrategias y cálculo matemáticos, el grupo experimental obtuvo un 19% aproximadamente en la situación 11 y el 23% en la situación 12 en relación con respuestas correctas, siendo los resultados del grupo control bastantes bajos 8% en la situación 11 y 14% aproximadamente en la situación 12. En el último paso, la revisión de la solución, en promedio 16% aproximadamente del grupo experimental tienen presente este paso para dar respuesta al problema, mientras que el grupo control en promedio solo el 5% de los estudiantes recuerdan dar respuesta a la solución de los problemas.

Tabla 12. Estadísticos Descriptivos para las puntuaciones la prueba Pre Test

		Media	D.T	Mediana	Máximo	Mínimo
Competencia	Grupo Experimental	2,42	0,75	2	5	2
Comunicación	Grupo Control	3,10	1,34	2	5	2
Competencia	Grupo Experimental	2,24	0,52	2	4	2
Razonamiento	Grupo Control	2,07	0,25	2	3	2
Competencia	Grupo Experimental	8,30	0,88	8	12	8
Resolución de problemas	Grupo Control	8,28	0,70	8	10	8
Total Pret Test	Grupo Experimental	12,88	1,33	12	18	12
	Grupo Control	13,38	1,72	12	17	12

Al examinar descriptivamente las puntuaciones en la Tabla 12, se pudo observar que, en la competencia de comunicación, el grupo experimental tienen una media igual a 2, y una desviación del 0,75; determinando que el 50% de los participantes de este grupo obtuvieron puntajes menores a 2 puntos; mientras que el grupo control su puntuación se presenta en una media igual a 3, presentándose una variación muy escasa entre los grupos.

En relación a lo observado en la puntuación total, no presentan mayores variaciones (en ambos grupos) respecto al manejo de las expresiones algebraicas en la factorización en las tres competencias, evidenciándose homogeneidad en los grupos.

Analizando los valores medios entre las competencias: Comunicación, razonamiento y resolución de problemas en la prueba post test, según lo establecido en la Tabla 13, se observa que en la competencia de razonamiento el grupo experimental tiene una media mayor o igual a 4 puntos, en comparación al grupo control, la cual es aproximadamente 3, mientras en la competencia de resolución de problema se evidencia una media de 17 puntos en relación a la obtenida por el grupo control aproximadamente 12,86 puntos, demostrando una amplia variación entre los grupos en esta competencia.

Tabla 13. Estadísticos Descriptivos para las puntuaciones la prueba Post Test

		Media	D.T	Mediana	Máximo	Mínimo
Competencia	Grupo Experimental	5,10	1,07	5	6	2
Comunicación	Grupo Control	3,86	1,23	4	6	2
Competencia	Grupo Experimental	4,58	1,08	4	6	2
Razonamiento	Grupo Control	2,96	1,37	2	6	2
Competencia	Grupo Experimental	17,45	5,02	17	24	8
Resolución de problemas	Grupo Control	12,86	4,78	12,50	24	8
Total Post Test	Grupo Experimental	26,77	6,05	28	35	14
	Grupo Control	19,89	5,18	20	32	12

Con relación a la puntuación total se evidencia una media aproximada a 27 puntos aproximadamente en el grupo experimental con relación al grupo control que fue de aproximadamente 20 puntos. Donde se evidencia que el 50% de los participantes del grupo control consiguió una puntuación por debajo de 20 puntos y sus puntuaciones fluctúan entre 12 y 32 puntos.

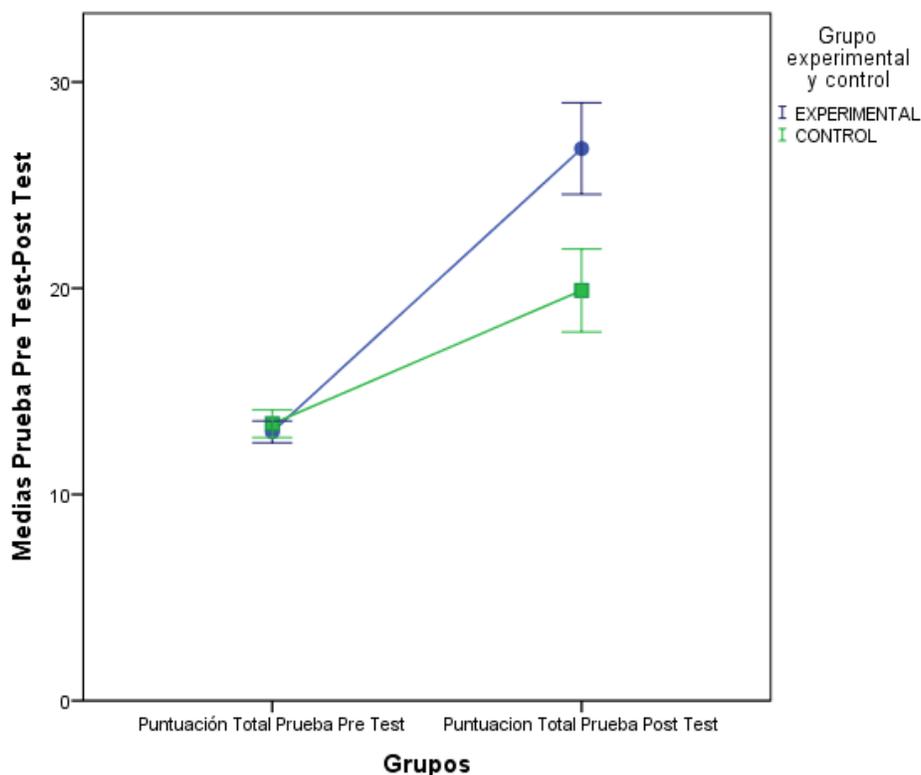


Figura 5. Medias prueba Pre Test y Post Test en relación al grupo Experimental y Control

Fuente: Elaboración propia

En la figura 5. Se evidencia la diferencia significativa que se presenta en los grupos, en correspondencia a sus medias en las puntuaciones totales en las pruebas aplicadas, En la prueba Pre Test el grupo control presenta una media 13,38 y el grupo experimental de 12,88; en comparación a los planteado en la prueba Post Test donde el grupo control presenta una media de 19,89 frente a la del grupo experimental de 26,77, presentándose una diferencia de 6,88; planteando como cierta la diferencia significativas mostradas por el grupo experimental en la mejora del tema de factorización en la prueba Post Test después de la aplicación del modelo TPACK.

4.2 Evaluación de Diferencias Significativas en los Totales por Competencia (Comunicación, Razonamiento y Resolución de Problemas) Teniendo como Factores la Aplicación de la Prueba (Pre Test y Post Test) y el Grupo de Investigación (Experimental y Control)

Teniendo presente la hipótesis en esta investigación acerca de las diferencias significativas en la implementación del modelo TPACK a partir del software matemático GeoGebra para el aprendizaje de la factorización de expresiones algebraicas desde las competencias matemáticas en estudiantes de grado 9 y en comparación con modelo conceptual-aprendizaje significativo adoptado por la institución. Se plantea verificar la homogeneidad o heterogeneidad de las varianzas; la cual considera si la variable es constante entre los grupos, la hipótesis nula para todas las pruebas, es que las varianzas de los grupos son iguales, es decir H_0 : Las varianzas son iguales ($\sigma^2 = \sigma^2$); la prueba es significativa, la hipótesis nula se rechaza y podemos concluir que las varianzas son significativamente diferentes H_A = Las varianzas no son iguales ($\sigma^2 \neq \sigma^2$).

Tabla 14. Prueba de homogeneidad de la varianza

		Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
Pre Test Competencia Comunicativa	Basándose en la media	40,687	1	60	,000
	Basándose en la mediana.	7,220	1	60	,009
	Basándose en la mediana y con gl corregido	7,220	1	42,635	,010
	Basándose en la media recortada	36,131	1	60	,000
Pre Test Competencia Razonamiento	Basándose en la media	12,866	1	60	,001
	Basándose en la mediana.	2,808	1	60	,099
	Basándose en la mediana y con gl corregido	2,808	1	45,705	,101
	Basándose en la media recortada	10,454	1	60	,002
Pre Test Competencia	Basándose en la media	4,445	1	60	,039
	Basándose en la mediana.	1,152	1	60	,287

Resolución de problemas	Basándose en la mediana y con gl corregido	1,152	1	53,951	,288
	Basándose en la media recortada	3,399	1	60	,070
Basándose en la media		4,107	1	60	,047
Puntuación total Prueba Pre Test	Basándose en la mediana.	1,051	1	60	,309
	Basándose en la mediana y con gl corregido	1,051	1	57,954	,309
	Basándose en la media recortada	3,458	1	60	,068

En vista que el p-valor obtenido basándose en las medias en las competencias en la prueba Pre Test, en la comunicación ($p= 0,000 < \alpha=0.05$), el razonamiento ($p= 0,001 < \alpha=0.05$), resolución de problemas ($p= 0,039 < \alpha=0.05$) y en la puntuación total ($p= 0,047 < \alpha=0.05$) Existe evidencia para rechazar la hipótesis nula ($p\text{-valor} \leq \alpha$). Estos resultados confirman que los datos no cuentan con varianzas iguales, presentándose una heterogeneidad en los datos y evidenciando que los datos no son normales, por tanto, son no paramétricos. Para Astuhuaman et al. (2018), “Las pruebas estadísticas no paramétricas auxilian la toma de decisiones en las investigaciones educativas, en aquellos casos que no se pueden aplicar las estadísticas paramétricas y como se sabe las pruebas de criterio son insuficientes” (p.14)

La prueba U. de Mann-Whitney es una de las pruebas no paramétrica que permiten comparar dos muestras independientes, siendo equivalente a la prueba t student en datos paramétrico (Ortega & Arias, 2021). A continuación, se presentan la comprobación de una la hipótesis de la investigación, utilizando la prueba U de Mann-Whitney

Tabla 15. Prueba U. de Mann-Whitney puntuación total prueba Pre Test por Experimental-Control

	Puntuación Total Prueba Pre Test
U de Mann-Whitney	429,000

W de Wilcoxon	990,000
Z	-,760
Sig. asintót. (bilateral)	,447
a. Variable de agrupación: Grupo experimental y control	

Observando los resultados obtenidos en la Tabla 15, las medianas de las puntuaciones totales de las pruebas Pre Test, no evidencian una diferencia significativa, donde el p-valor es mayor ($p=0,447$) el nivel de significancia del 5% ($p<0,05$) y en consecuencia a este valor no rechaza la hipótesis nula en la prueba Pre Test

A partir de la Tabla 16, se buscó evidenciar si existía diferencia significativa en las medianas entre los dos grupos, experimental y control a partir de la prueba Pos Test

Tabla 16. Prueba U. de Mann-Whitney puntuación total prueba Post Test por Experimental-Control

	Puntuación Total Prueba Post Test
U de Mann-Whitney	175,000
W de Wilcoxon	581,000
Z	-3,941
Sig. asintót. (bilateral)	,000
a. Variable de agrupación: Grupo experimental y control	

Los resultados de esta tabla muestran en las medianas del grupo control y experimental, un p-valor menor (0,000) que el nivel de significancia ($p<0,05$) y en consecuencia se rechaza la hipótesis nula y se mantiene la existencia de diferencias significativas entre los dos grupos.

La Tabla 17, concierne a las competencias estudiadas, como variables dependientes en relación con la prueba Pre Test. Con el propósito de identificar diferencias significativas al inicio de la investigación.

Tabla 17. Prueba U. de Mann-Whitney Competencias (Comunicación, Razonamiento y Resolución de Problemas) prueba Pre Test por Experimental- Control

	Pre Test Competencia Comunicativa	Pre Test Competencia Razonamiento	Pre Test Competencia Resolución de problemas
U de Mann-Whitney	361,500	409,000	428,500
W de Wilcoxon	922,500	844,000	863,500
Z	-1,912	-1,605	-1,027
Sig. asintót. (bilateral)	,056	,109	,304
a. Variable de agrupación: Grupo experimental y control			

Al verificar el valor de $p < 0,05$, se observan que no hay diferencias significativas en las tres competencias estudiadas (comunicación, razonamiento y resolución de problemas) entre los grupos, con valores menores mayores a 0,05, lo que lleva a no rechazar la hipótesis de igualdad de las medianas de estos niveles.

La Tabla 18, muestra la existencia de diferencias significativas entre el grupo control y grupo experimental frente a las competencias, comunicación, razonamiento y resolución de problemas en la prueba Pos Test.

Tabla 18. Prueba U. de Mann-Whitney Competencias (Comunicación, Razonamiento y Resolución de Problemas) prueba Post Test por Experimental- Control.

	Post Test Competencia Comunicativa	Post Test Competencia Razonamiento	Post Test Competencia Resolucion de
U de Mann-Whitney	198,000	158,500	224,000
W de Wilcoxon	604,000	564,500	630,000
Z	-3,725	-4,300	-3,223
Sig. asintót. (bilateral)	,000	,000	,001
a. Variable de agrupación: Grupo experimental y control			

Se considera que existe diferencia significativa entre los grupos experimental y control a partir de las competencias: comunicación, razonamiento y resolución de problemas, con un p-valor menor a 0,005 en las tres competencias rechazando la hipótesis nula de la investigación.

El método U de Mann-Whitney con el nivel de significancia menor a 0.05 permite afirmar que la estrategia didáctica a partir del uso del modelo TPACK en los estudiantes del Colegio José Aquilino Duran en el grado 901 (grupo experimenta), mejoran el aprendizaje de las competencias matemáticas (Comunicación, Razonamiento y Resolución de problemas) en el tema de factorización, es decir, la hipótesis nula es rechazada debido a que se comprueba que existen diferencias significativas entre los grupos.

La correlación entre las puntuaciones es muy baja con $r= 0,17$, lo que quiere decir que a una puntuación media en la prueba post test no le corresponde una puntuación media equivalente aproximadamente en la mediana del grupo (Ver Tabla 19).

Tabla 19. Coeficientes de Correlación en las puntuaciones totales de las pruebas Pre Test y Post Test

		Total Pretest	Total Postest
Total Pretest	Correlación de Pearson	1	,174
	Sig. (bilateral)		,188
	N	62	59
Total Postest	Correlación de Pearson	,174	1
	Sig. (bilateral)	,188	
	N	59	59

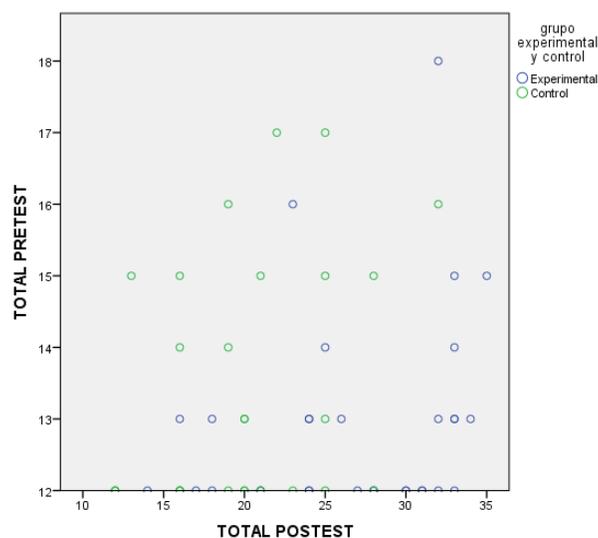


Figura 6. Diagrama de dispersión entre: Total Pre Test y Total Post Test

La Figura muestra el comportamiento de las puntuaciones teniendo presente el total de la prueba pre test y post test. En este diagrama de dispersión se muestran resultados favorables en los estudiantes del grupo experimental, los cuales se inclinan hacia la derecha de la gráfica; caso contrario ocurre con los resultados que se presentan en el grupo control, los cuales se comportan en sentido contrario, inclinándose hacia la izquierda, lo cual indica valores bajos.

Tabla 20. Coeficiente de Correlación r de Pearson, para las Competencias Comunicación, Razonamiento y Resolución de problemas elementos, en las pruebas Pre Test y Post Test.

		Total pretest comunicación n	Total pretest Razonamiento n	Total pretest Resolución de problemas n	Total post test Comunicación n	Total post test Razonamiento n	Total post test Resolución de problemas n
Total pretest comunicación	Correlación de Pearson	,163	,159	,112	-,056	,103	
	Sig. (bilateral)	,205	,216	,397	,672	,436	
	N	62	62	59	59	59	
Total pretest Razonamiento	Correlación de Pearson	,163	1	,055	,374**	,136	,291*
	Sig. (bilateral)	,205		,673	,004	,306	,026
	N	62	62	62	59	59	59

Total pre test Resolución de problemas	Correlación de Pearson	de,159	,055	1	,208	-,096	,044
	Sig. (bilateral)	,216	,673		,113	,471	,743
	N	62	62	62	59	59	59
Total posttest Comunicación	Correlación de Pearson	de,112	,374**	,208	1	,428**	,546**
	Sig. (bilateral)	,397	,004	,113		,001	,000
	N	59	59	59	59	59	59
Total pos test Razonamiento	Correlación de Pearson	de-,056	,136	-,096	,428**	1	,366**
	Sig. (bilateral)	,672	,306	,471	,001		,004
	N	59	59	59	59	59	59
Total pos test Resolución de problemas	Correlación de Pearson	de,103	,291*	,044	,546**	,366**	1
	Sig. (bilateral)	,436	,026	,743	,000	,004	
	N	59	59	59	59	59	59

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

* . La correlación es significante al nivel 0,05 (bilateral).

Considerando la correlación competencia razonamiento y resolución de problemas de Pre Test ($r= 0,05$) con respecto a la prueba Post Test ($r=0,36$), se observa un cambio significativo, y se matiza con una leve correlación negativa de una prueba a otra de $r= -0,096$.

Con respecto a la relación entre la competencia, comunicación y resolución de problemas, los resultados en el Pre Test tienden a un $r= 0,159$ con relación a la prueba Post Test que es $r= 0,54$. De igual forma, la competencia, comunicación y razonamiento en la prueba Pre Test $r= 0,16$, mientras que en la prueba Post Test es de $0,42$, teniendo en ambas una correlación a un nivel de significancia al $0,01$.

Estos resultados sugieren la asimilación de cambios en la comunicación y el razonamiento frente a las estrategias de resolución de problemas que se implementó como producto de la didáctica trabajada en los grupos analizados.

5. Discusión

En la actualidad, en Colombia viene evaluando de manera interna y externa las competencias matemáticas en los estudiantes, estas se realizan frecuentemente en todos los niveles de la educación, a partir de las pruebas Evaluar para Avanzar y pruebas saber 11, orientadas por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES); buscando verificar el cumplimiento de las competencias dispuestas por Mineducación, frente a lo establecido en Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas, los Derechos Básicos de Aprendizaje y la Matriz de Referencia; para obtener por lo menos a partir de estas directrices; un mínimo de conocimiento y competencias en los estudiantes, para su aprobación (Mineducación, 1998; Mineducación, 2006; Mineducación, 2013).

Para cumplir con lo dispuesto por el Mineducación, es necesario resaltar la preocupación que han tenido maestros e investigadores en educación, en crear e innovar métodos y estrategias didácticas que permitan desarrollar procesos de enseñanza-aprendizaje significativos. Frente a esto se pudo evidenciar, que no todos los maestros están comprometidos con este ideal; desaprovechando la oportunidad de desarrollar competencias matemáticas en los estudiantes Sabiendo que estas son evaluadas y, por tanto, el medidor nacional e internacional, signo de comparación entre estudiantes, maestros e instituciones; como lo menciona, Alsina (2018) en su investigación la cual manifiesta la importancia de enseñar a partir de las competencias matemáticas y realizar pruebas flexibles que respondan a los intereses de los estudiantes permitan y de esa forma potenciar el aprendizaje en el presente y a futuro de los estudiantes.

Los estudiantes del Colegio José Aquilino Durán, en sus diferentes sedes, en especial por el aporte a esta investigación, la sede Central y Pedro Fortul, no han estimado la importancia en

el desarrollo de competencias matemáticas y más aún en la formación del pensamiento lógico matemático, mencionando que no es evidente la utilidad y aplicabilidad de esta ciencia en contextos reales; caso contrario a lo manifestado Palmer (2019) donde indica que las matemáticas se relaciona con la vida real, en la utilidad y la ayuda a la comprensión de algunas situaciones cotidianas.

Este planteamiento a permitiendo evidenciar la necesidad de modificar y actualizar, currículos, planes de áreas y planes de asignaturas, ya que se ha podido comprobar que el maestro se sigue más por contenidos matemáticos, enfocados en ejercicios y problemas estándar y no en competencias matemáticas, como lo afirma Palmer (2019); Mineducación (2013) y PISA (2021 como se citó en ICFES, 2019), las cuales se basan en fenómenos y situaciones, que permiten el desarrollo de contenidos y al mismo tiempo aprendizajes para la vida.

Cabe mencionar, la búsqueda que han tenido investigadores con el propósito de fortalecer las prácticas pedagógicas hacia el proceso de enseñanza, aprendizaje de las matemáticas frente al uso de herramientas tecnológicas, como lo declara Mendoza et al. (2022), quien manifiesta que el uso de las TIC en las matemáticas, buscan reformar las prácticas pedagógicas y poner en ejercicio nuevas metodologías que permitan cumplir con las necesidades de los estudiantes en el contexto actual. Pero se logró evidenciar en la investigación que las TIC no son frecuentemente aplicadas, debido a que no se encuentran en lo planificado por los maestros, por esta razón no son obligados a utilizarlas, desconociendo muchos de ellos, como se deben implementar en los procesos educativos. Coincidiendo con el estudio de Salazar (2022) que manifiesta la importancia de insertar las TIC en los procesos educativos.

Indudablemente, se podría decir que los pasos gigantescos que viene dando la educación a partir del uso de las herramientas tecnológicas después de la pandemia COVID-19, hace necesario que, estas se vinculen a los procesos educativos, como se pudo demostrar en esta investigación, ya que el conocimiento matemático, puede ser adquirido, con la ayuda de diversas experiencias presentadas por el uso de la tecnología. Como lo manifiesta Holguín et al. (2020), donde mencionan que la tecnología en los procesos de enseñanza aprendizaje, buscan desarrollar habilidades matemáticas en los estudiantes y exigir al maestro a utilizar nuevas estrategias didácticas con ayuda de las TIC que permitan facilitar la adquisición de nuevos conocimientos matemáticos.

De igual forma se logró evidenciar en los resultados obtenidos, que los estudiantes carecen de secuencias lógicas o estrategias para la resolución de problemas, limitándose únicamente a dar un resultado numérico, sin hacer la interpretación del problema; resultados similares a los presentados por Vilca (2019), quien manifestó que los maestros deben incorporar en sus programas, situaciones problemas y estrategias como las propuestas por Pólya y Bruner, que favorezcan el aprendizaje y el conocimiento matemático.

En esta investigación se evidenció a partir de la prueba post test que el trabajo con un modelo que vincula y relaciona tres conocimientos, como lo es el TPACK y el aporte del software GeoGebra, permiten un mayor grado de motivación en los estudiantes; en concordancia con Conde-Carmona et al. (2021), que manifiesta el uso de estrategias didácticas y de software matemáticos, pueden generar un rompimiento en los modelos tradicionales que se han venido desarrollando en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

6. Conclusiones

La finalidad de esta investigación se centró en analizar el modelo TPACK como una estrategia que permite el aprendizaje de competencias matemáticas en la factorización de expresiones algebraicas, siendo esto comparado con el modelo conceptual y aprendizaje significativo, a partir de la utilización del software GeoGebra en estudiantes del grado noveno del colegio José Aquilino Durán; la metodología se fundamentó en los elementos de conocimiento disciplinar, conocimiento tecnológico y conocimientos pedagógicos que plantean Mishra y Koehler (2008) en su modelo TPACK, la teoría de descubrimiento de Bruner (1972) y las estrategias de Pólya (1976) en la resolución de problemas, tomando en consideración las competencias: comunicación, razonamiento y resolución de problemas, lo cual generó una investigación cuantitativa, de tipo cuasi experimental.

Los estudiantes que participaron en esta investigación, fueron los conformados por la institución en el momento de matrícula escolar, es decir, se ha trabajado con grupos formados con antelación, sin tener la necesidad de asignarlos al azar, constituidos por 25 mujeres que corresponde al 40,3% y 37 hombres con el 59,7% de la población total que fue de 62 estudiantes.

En general, se parte de la elaboración de una estrategia de aprendizaje a partir de los conocimientos presentes en el del modelo TPACK, que permita adquirir y mejorar las competencias matemáticas en el tema de factorización, utilizando como recurso el programa GeoGebra en estudiantes de grado 9.

La investigación inició con la descripción del desempeño académico presentado por los estudiantes a partir de la prueba pre test, la cual evidencio complicaciones y dificultades en los

estudiantes frente el tema de factorización, para los dos grupos (control y experimental), concretamente en la factorización de diferencia de cuadrados, trinomio cuadrado perfecto, trinomio de la forma x^2+bx+c y trinomio de la forma ax^2+bx+c , además de indicadores que se deben tener presente en el álgebra como: “Identificar y analizar relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación”(Mineducación, 2016, p. 63).

De igual forma, se evidenció en esta prueba dificultades en establecer estrategia en la resolución de problemas como la establecida por Pólya (1976): Identificar los datos, aplicar un plan o estrategia, realizar los cálculos o algoritmos matemáticos y dar respuesta al problema; presentando en algunos casos procesos y estrategias equivocadas, y en otros, dejando la hoja en blanco; lo mismo se presentó en las competencias de comunicación y el razonamiento, siendo los resultados deficientes y poco satisfactorios, evidenciándose una heterogeneidad entre los grupos; coincidiendo en general para estos grupos, la necesidad de aprender, secuencias, estrategias y métodos que permitan el razonamiento y resolución de problemas; siendo justificado por los estudiantes ante la impotencia que manifestaron cuando se trabajan expresiones algebraicas, es decir cuando se combinan letras y números y frente a no saber cómo iniciar a resolver un problema matemático.

Así mismo, en esta investigación se ha comprobado que la aplicación del modelo TPACK con la ayuda del programa GeoGebra, ha presentado resultados favorables, verificados en el grupo experimental, que a partir de breves secciones de trabajo, ha aumentado y mejorado las valoraciones en el rendimiento académico, en comparación a los resultados expuesto en el grupo

control; igualmente, se pudo evidenciar que los grupos, se valieron del razonamiento matemático y aplicaron estrategias de resolución de problemas, gracias a lo propuesto en los talleres de trabajo didáctico. Esto se puede confirmar a partir de los resultados estadísticos obtenidos en la prueba post test, aplicada a los grupos participantes, validando en parte la hipótesis en estudio.

Frente a los resultados obtenidos posteriormente a la intervención, en la parte descriptiva se observó un incremento en los valores de las medias en las competencias comunicación, razonamiento y resolución de problemas en la prueba post test, en correspondencia a lo obtenido en la prueba pre test, mostrando una mejora en el aprendizaje de las competencias matemáticas, en otras palabras, los dos grupos respondieron positivamente a las intervenciones aplicadas y al uso del programa GeoGebra, de tal forma que se puede interpretar que el uso de este programa apoyo los resultados presentado en la prueba post test frente a los alcanzados en la prueba pre test.

Así mismo, se evidenció el compromiso por parte de los estudiantes en el aprendizaje de la factorización, siendo estos protagonistas de su propio aprendizaje y el de sus compañeros, demostrando mediante la aplicación del modelo TPACK, el trabajo colaborativo durante la aplicación de los talleres, consiguiendo vencer las dificultades y deficiencias que se presentaron al inicio del estudio y fortaleciendo la autonomía autoaprendizaje.

A partir del trabajo colaborativo, se pudo evidenciar los ritmos de aprendizaje de cada participante, en la factorización; siendo esto, una de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, pues no se puede garantizar que los estudiantes aprendan al mismo tiempo y de la misma forma; destacándose la intersección de estos tres conocimientos: disciplinar, pedagógico y tecnológico; evidenciados en aplicación de conceptos y procesos que se ejecutan en cada uno de

los casos de factorización, la manipulación de objetos realizadas en las estrategias didácticas, la creación de gráficos y esquemas matemáticos, las estrategias de resolución de problemas y el trabajo con el software GeoGebra, utilizando Álgebra Tiles Template. Llevando a que el estudiante se pudiera apropiar del conocimiento a su propio ritmo y teniendo presente sus necesidades; apoyado por uno o varios de sus compañeros que aprendía a mejor ritmo, destacándose en el grupo experimental la solidaridad y el bien grupal.

No obstante, al verificar las diferencias significativas del modelo TPACK en comparación con el modelo conceptual y aprendizaje significativo, existen diferencias significativas en los grupos, experimental y control con relación al rendimiento académico; pero es perceptible la influencia que tuvo la experiencia didáctica, el uso del software GeoGebra y el trabajo colaborativo, en la obtención de resultados positivos, mejorando en buena parte el rendimiento académico en la prueba post test.

En consecuencia, la implementación de estrategias de aprendizajes hacia la adquisición de competencias en la factorización de expresiones algebraicas, a partir del modelo conceptual y aprendizaje significativo, modelo TPACK, u otro modelo, pueden conllevar a resultados satisfactorios frente al aprendizaje de las matemáticas. Destacándose como factores representativos en los estudiantes, la motivación en el uso de material concreto, el uso correcto de la herramienta tecnológica, la estrategia didáctica pertinente o adecuada y el interés generado por los estudiantes frente al aprendizaje del grupo, pueden llevar al desarrollo de competencias matemáticas y a un aprendizaje significativo.

Es conviene subrayar que, si los maestros vinculan en su quehacer laboral, modelos pedagógicos como el modelo TPACK, los estudiantes tendrán mejores resultados en las evaluaciones internas y externas, en competencias matemáticas, mejorarán la actitud e interés en el aprendizaje de las matemáticas.

Referencia Bibliográfica

- Acaro, O. H. (2021). *El GeoGebra en la Enseñanza de la Matemática en el Colegio Nacional Andrés Bello* (tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Ecuador). Repositorio Institucional PUCE.
<http://repositorio.puce.edu.ec/bitstream/handle/22000/18917/ACARO%20CALVA-%20TESIS.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Africano, B. A. (2021). *Estudio de los factores que influyen en el desinterés y la apatía de los estudiantes de básica primaria hacia las matemáticas* (tesis de pregrado, Universidad Nacional Abierta y a Distancia). Repositorio Institucional UNAD.
<https://repository.unad.edu.co/handle/10596/40158>
- Aguilar, M., Navarro, J. I., López, J. M. y Alcalde, C. (2002). Pensamiento formal y resolución de problemas matemáticos. *Psicothema*, 14(2), 382-386.
- Albarracín, J. A. y Díaz, W. A. (2021). *La Gamificación Como Mediación en la Enseñanza y el Aprendizaje del Álgebra en el Grado Octavo de Enseñanza Básica Secundaria* (tesis ed maestría, Universidad de Santander). Repositorio Institucional UDES.
<https://repositorio.udes.edu.co/entities/publication/b0563552-1506-4468-9774-e01490f95a9c>
- Alsina, Á. (2016). Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula. *Épsilon: Revista de Educación Matemática*, 33(92), 7-29.
- Alsina, Á. (2018). La evaluación de la competencia matemática: ideas clave y recursos para el aula. *Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales"*, (98), 7-23.

- Alsina, Á. y Salgado, M. (2018). Land Art Math: una actividad STEAM para fomentar la competencia matemática en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7(1), 1-11.
- Alsina, Á., García, M. y Torrent, E. (2019). La evaluación de la competencia matemática desde la escuela y para la escuela. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 15(55).
- Alvis-Puentes, J. F., Aldana-Bermúdez, E. y Caicedo-Zambrano, S. J. (2019). Los ambientes de aprendizaje reales como estrategia pedagógica para el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de básica secundaria. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 10(1), 135-147. <https://doi.org/10.19053/20278306.v10.n1.2019.10018>
- Arcavi, A. y Hadas, N. (2000). Computer Mediated Learning: An Example of An Approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5(1), 2545.
- Arévalo-Duarte, M. A., García-García, M. Á. y Hernández-Suárez, C. A. (2019). Competencias TIC de los docentes de matemáticas en el marco del modelo TPACK. *Civilizar: Ciencias Sociales y Humanas*, 19(36), 115-132.
- Asamblea Nacional Constituyente. (1991). *Constitución Política de la República de Colombia*. <https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=4125>
- Astuhuaman, G. G., Cristóbal, O. E. P., & Janampa, M. V. (2018). Aplicación de las pruebas estadísticas de Wilcoxon y Mann-Whitney con SPSS. *Revista de Investigación Multidisciplinaria CTSCAFE*, 2(4), 15-15. [Aplicación de las pruebas estadísticas de Wilcoxon y Mann-Whitney con SPSS | Revista de Investigación Multidisciplinaria CTSCAFE](#)

Ausubel, D. P. (1973). Algunos aspectos psicológicos de la estructura del conocimiento. En S. Elam (Comp.), *La educación y la estructura del conocimiento. Investigaciones sobre el proceso de aprendizaje y la naturaleza de las disciplinas que integran el currículum* (pp. 211-239). Ed. El Ateneo.

Ausubel, D. P. (1976). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Ed. Trillas.

Ausubel, D. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo*. Editorial Trillas.

Ausubel, D. P. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva*. Ed. Paidós.

Ballén, J. O. (2012). *El álgebra geométrica como recurso didáctico para la factorización de polinomios de segundo grado* (tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia).

Repositorio Institucional UNAL.

<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/10836/javierorlandoball%C3%A9n%20o%20v%20o%20a.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Barnett, R. (1978). *Álgebra y trigonometría*. McGraw – Hill.

Bello, J. B. (2013). *Mediación del software Geogebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria* (tesis de maestría, Pontificia

Universidad Católica del Perú. Repositorio Institucional UCP.

<https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/4737>

Beltran Lombana, L. A. (2017). Juegos de descubrimiento para el fomento de la creatividad en la solución de problemas de tecnología. [Juegos de descubrimiento para el fomento de la creatividad en la solución de problemas de tecnología. \(pedagogica.edu.co\)](http://pedagogica.edu.co)

Bono Cabre, R. (2012). Diseños cuasi-experimentales y longitudinales. <https://diposit.ub.edu/dspace/handle/2445/30783>

- Bruner, J. (1972). *El Proceso de educación*. Ed. Uteha.
- Bruner, J. (1988). *La teoría del desarrollo como cultura*. Gedisa.
- Cayachoa-Amaya, I. del C., Álvarez-Araque, W. O. y Botia-Martínez, M. L. T. (2020). El modelo TPACK como estrategia para integrar las TIC en el aula escolar a partir de la formación docente. *Espacios*, 41(16).
- Cayachoa-Amaya, I., Álvarez-Araque, W. O. y Botia-Martínez, M. L. (2020). El modelo TPACK como estrategia para integrar las TIC en el aula escolar a partir de la formación docente. *Revista Espacios*, 41(16), 1-10.
- Conde-Carmona, R. J., Fontalvo, A. A. y Padilla-Escorcía, I. A. (2021). El uso de la tecnología en la enseñanza del límite, para el fortalecimiento de competencias matemáticas en estudiantes de secundaria en tiempos de Pandemia. *Educación y ciudad*, (41), 147-170.
- Contreras, O. R., González-Martí, I. y Gil-Madrona, P. (2019). The difficulty of implementing teaching-based competencies in Spain. *Education Policy Analysis Archives*, 27(121), 1-24. <https://doi.org/10.14507/epaa.27.4053>
- Cortés, F., Castillo, G. S., Cruz, M. y Hernández, H. (2021). Diseño de una app como herramienta de apoyo para la enseñanza-aprendizaje del álgebra básica. *Revista de Investigación en Tecnologías de la Información: RITI*, 9(18), 62-76.
- Corregidor, A. M. y Galvis, M. P. (2021). *Las tac generando aprendizaje significativo en matemáticas: el caso de la factorización* (tesis de maestría, Universidad Nacional Abierta y a Distancia. Repositorio institucional UNAD. <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/42606>
- Corts, V. y De la Vega, C. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar: el papel de las creencias en la resolución de problemas*. Narcea.

- Creswell, W. y Zhang, W. (2009). The application of mixed methods designs to trauma research. *Journal of Traumatic Stress: Official Publication of The International Society for Traumatic Stress Studies*, 22(6), 612-621.
- Cuello, A., Mestra, M. y Robles, J. (2020). Estrategias lúdicas para el desarrollo de la competencia de Resolución de Problemas Matemáticos en Entornos Escolares. *Assensus*, 5(9), 110-131. <https://doi.org/10.21897/assensus.2011>
- Decreto 1860 de 1994. Por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales. 03 de agosto de 1994. D.O. No. 41473.
- De Zubiría, M. y Sánchez, W. (1999). *Pedagogía Conceptual: Desarrollos filosóficos, pedagógicos y psicológicos*. Fondo de publicaciones Bernardo Herrera Merino.
- Del Rincón, T. O. (2005). *Conexiones matemáticas: Motivación del alumnado y competencia matemática* (vol. 218). Graó.
- Díaz, D. A. (2019). *Estrategia didáctica para el aprendizaje de la factorización utilizando herramientas digitales* (tesis de maestría, Universidad Tecnológica Israel). Repositorio Institucional Uisrael. <http://repositorio.uisrael.edu.ec/handle/47000/2320>
- Fonseca, R., Hernández, R. V. y Mariño, L. F. (2017). Enfoque CPA en la resolución de problemas para el aprendizaje de fracciones mediante el uso de software matemático. [Ponencia], *II Encuentro Internacional en Educación Matemática*, Cúcuta, Norte de Santander, UFPS.
- Font, M., Cabaní, P., Muñoz, P., I Muntada, C. y Badía, C. (1994). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje: formación del profesorado y aplicación en la escuela*. Graó.
- Freudenthal, H. (1991). *Revising mathematics education*. Kluwer Academic Publishers.

- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 90-113.
- Godoy, V. B. (2021). *Actitudes hacia la Matemática de los Estudiantes de la Carrera de Contabilidad de la Facultad de Ciencias Económicas Sede Central de la Universidad Nacional del Este* (tesis de maestría, Universidad Nacional del Este). Repositorio Institucional UNE. <http://repositorio.une.edu.py/handle/123456789/602>
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2016). *Metodología de la investigación* (6ª. ed.). Sampieri.
- Holguín, F. Y., Holguín, E. G. y García, N. A. (2020). Gamificación en la enseñanza de las 53 matemáticas: Una revisión sistemática. *Revista Telos de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales*, 22(1), 62-75.
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2019). *Marco para la prueba de matemáticas. PISA 2021*. <https://www.educacionyfp.gob.es/dam/jcr:b7f0ba60-38ec-4523-af38-5b4d752fec96/pisa-2021-mr-matem-ticas-es.pdf>
- Institución Educativa José Aquilino Durán (2016). *Pacto de Convivencia Escolar*. <https://colaquilino.edu.co/images/proyectos/pacto.pdf>
- Ley 115 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación. 8 de febrero de 1994. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Llera, J. B. (2003). Estrategias de aprendizaje. *Revista de educación*, 332, 55-73.
- Martínez, L. G. (2018). *Secuencia didáctica mediada con TIC para el fortalecimiento del pensamiento variacional en el grado noveno del Colegio Integrado Juan Atalaya del municipio de Cúcuta* (tesis de maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga).

Repositorio

Institucional

UNAB.

<https://repository.unab.edu.co/handle/20.500.12749/2582>

Martínez-Díaz, D. F. (2021). *Fortalecimiento de la Competencia Interpretativa de Operaciones con Polinomios Utilizando el Simulador Geogebra en Estudiantes del Grado Octavo* (tesis de maestría, Universidad de Santander). Repositorio Institucional UDES.

<https://repositorio.udes.edu.co/entities/publication/8a10ba5f-c5cd-40f0-964f-817b6ee32d93/full>

Martínez-Palmera, O., Combita-Niño, H. y De-La-Hoz-Franco, E. (2018). Mediación de los objetos virtuales de aprendizaje en el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de ingeniería. *Formación universitaria*, 11(6), 63-74.

<http://doi.org/10.4067/S0718-50062018000600063>

Mejía Betancur, J. A. (2021). Interacciones de un colectivo de estudiantes-con-Edmodo al factorizar polinomios relacionados con el factor común, diferencia de cuadrados y trinomios.

https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/19418/1/MejiaJaime_2021_InteraccionesMedioEdmodo.pdf

Mendoza, A. J., Rincón, B. F. y Sierra, E. L. (2022). *Implementación del sitio web: aventuras matemáticas, como estrategia pedagógica para fortalecer el desarrollo de las competencias lógico matemáticas y la resolución de problemas en el grado 4° de la institución educativa técnico agropecuario claret, Tierradentro–Montelíbano Córdoba* (tesis de maestría, Universidad de Cartagena). Repositorio Institucional UC.

<https://repositorio.unicartagena.edu.co/handle/11227/15813>

- Merlano, D. L., Valbuena, S. y Conde, R. (2022). Conocimiento de Contenido Tecnológico y Pedagógico (TPACK) y creencias sobre las TIC de profesores de matemáticas en formación inicial. *HAMUT'AY*, 9(1), 12-23. <http://doi.org/10.21503/hamu.v9i1.2372>
- Mitchell, J. V. (1986). Measurement in the larger context: Critical current issues. *Professional Psychology: Research and Practice*, 17(6), 544–550. <https://doi.org/10.1037/0735-7028.17.6.544>
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1998). *Serie Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2006). *Estándares Básicos de Competencias Matemáticas*. http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2013). *Sistema Colombiano de Formación de Educadores*. https://mineducacion.gov.co/1621/articles-345822_ANEXO_19.pdf
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje Matemáticas. https://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/files_public/2022-06/DBA_Matematicas-min.pdf
- Mishra, P. y Koehler, M. J. (2008). Introducing technological pedagogical content knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017–1054.
- Molina, P., Valenciano, J. y Valencia-Peris, A. (2015). Los blogs como entornos virtuales de enseñanza y aprendizaje en Educación Superior. *Revista Complutense de Educación*, 26 (Esp.), 15–31.
- Moreira, P. (2019). El aprendizaje significativo y su rol en el desarrollo social y cognitivo de los adolescentes. *Rehuso*, 4(2), 1-12.

- Monereo, C. (1997). La construcción de conocimiento estratégico en el aula. En M. L. Pérez (coord.), *La enseñanza y el aprendizaje de estrategias desde el currículo* (pp. 21-34). Horsori.
- Moreno-Guerrero, A. J., Aznar-Díaz, I., Cáceres-Reche, P. y Alonso-García, S. (2020). E-learning in the teaching of mathematics: An educational experience in adult high school. *Mathematics*, 8(5), 840.
- Olmedo, P. J. (2010). Implicaciones del desarrollo Cognitivo en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje en el alumnado de 6 a 16 años. *Psicología y psiquiatría en el niño y el adolescente*, 9(1), 1-10.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2003). *The PISA 2003 assessment framework. Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. OECD.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. OECD.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2010). *Resultados de PISA 2009: tendencias de aprendizaje: cambios en el desempeño de los estudiantes desde 2000 (Vol. V)*. OCDE. <https://www.voced.edu.au/content/ngv:47159>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2013). *Resultados de PISA 2012: Excelencia a través de la equidad: Dar a cada estudiante la oportunidad de tener éxito (Volumen II)*. OCDE. <https://www.voced.edu.au/content/ngv:59831>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2016). *PISA 2015. Resultados clave*. OECD. <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>

- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2019). *PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do*. OECD.
<https://www.oecd.org/publications/pisa-2018-results-volume-i-5f07c754-en.htm>
- Ortega Páez, E., & Arias, M. (2021). Pruebas no paramétricas. [Pruebas no paramétricas - Evidencias en pediatría \(evidenciasenpediatria.es\)](https://evidenciasenpediatria.es)
- Osorio, D. M. (2020). *La argumentación en el aprendizaje de la factorización de polinomios cuadráticos* (tesis de maestría, Universidad Autónoma de Manizales). Repositorio Institucional UAM.
https://repositorio.autonoma.edu.co/bitstream/11182/1136/1/Argumentaci%C3%B3n_aprendizaje_factorizaci%C3%B3n_polinomios_cuadr%C3%A1ticos.pdf
- Padilla-Escorcía, I. A. y Acevedo-Rincón, J. P. (2021). Conocimiento especializado del profesor que enseña la reflexión de la función trigonométrica: mediaciones con tic. *Eco Matemático*, 12(1), 93–106. <https://doi.org/10.22463/17948231.3072>
- Palacios, L., García, L. y Carvalho, J. (2019). Análisis de Contingencias y Redes Asociativas Pathfinder: herramientas para un estudio cualitativo de las dificultades en la enseñanza del Álgebra. *Indagatio Didáctica*, 11(3), 197-218. <https://doi.org/10.34624/id.v11i3.4957>
- Palmer, M. A. (2019). *Las matemáticas de la vida cotidiana: La realidad como recurso de aprendizaje y las matemáticas como medio de comprensión*. Los libros de la Catarata.
- Palomino, J. O. (2018). *Aprendizaje significativo y las actitudes hacia las matemáticas en estudiantes del VII ciclo, en la Institución Educativa 1227-Ate 2018* (tesis de maestría, Universidad César Vallejo). Repositorio Institucional UCV.
<https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/17625>
- Piaget, J. (1980). *Psicología y pedagogía*. Ariel.

- Picón, G. A., González, G. K. y Paredes, J. N. (2021). Desempeño y formación docente en competencias digitales en clases no presenciales durante la pandemia COVID-19. *ARANDU UTIC*, 8(1), 139-153.
- Pozo, J. I. (1989). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Ed. Morata.
- Polya, G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas.
- Ramos, L. A., Guifarro, M. I. y Casas, L. M. (2021). Dificultades en el aprendizaje del álgebra, un estudio con pruebas estandarizadas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 35(70), 1016-1033.
- Reyes, G. D., Campana, A. R. y Mori, M. (2020). El Geogebra para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Big Bang Faustiniiano*, 9(1), 24-29.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 1(2), 47-66.
- Rodríguez, M. L. (2004). *La Teoría del Aprendizaje Significativo*. <http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-290.pdf>
- Rodríguez, M. F. y Acurio, S. A. (2021). Modelo TPACK y metodología activa, aplicaciones en el área de matemática. Un enfoque teórico. *Revista Científica UISRAE*, 8(2), 49-64.
- Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Aljibe.
- Ruiz, C. (1998). *Instrumentos de Investigación Educativa*. CIDEG.
- Salas, R. A., y Salas, J. A. (2018). Simulador Logic. ly; Herramienta tecnológica para facilitar el proceso enseñanza-aprendizaje sobre las Matemáticas?. *Dilemas contemporáneos: Educación, Política y Valores*, 5(3), 1-25.
- Salas-Rueda, R. A. (2018). Uso del modelo TPACK como herramienta de innovación para el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Perspectiva educacional*, 57(2), 3-26.

- Salazar, E. M. (2022). *Las tecnologías del aprendizaje y el conocimiento para el aprendizaje de la asignatura de matemática en los estudiantes de octavo grado de educación general básica de la Unidad Educativa "Atahualpa" de la ciudad de Ambato* (tesis de pregrado, Universidad Técnica de Ambato). <http://repositorio.uta.edu.ec/handle/123456789/35687>
- Sánchez, C. I. (2020). Herramientas tecnológicas en la enseñanza de las matemáticas durante la pandemia COVID-19. *Hamut' ay*, 7(2), 46-57.
- Sánchez, C. M. (2022). *Ansiedad a las matemáticas* (tesis de pregrado, Universidad de Jaén). Repositorio Institucional UJA. <https://tauja.ujaen.es/handle/10953.1/17629>
- Santos, L. M. (2008). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho, L. Blanco (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 159-192). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Sarmiento, M. (2004). *La enseñanza de las matemáticas y las NTIC. Una estrategia de formación permanente* (tesis de doctoral, Universitat Rovira I Virgili). <https://www.tdx.cat/handle/10803/8927#page=1>
- Schoenfeld, H. (1989). Explorations of students' mathematical beliefs and behavior. *Journal for research in mathematics education*, 45(33), 338-355.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Simanca F. A., Abuchar, A. y Velazco, S. Y. (2017). Las TIC y el aprendizaje de los trinomios. *Redes De Ingeniería*, 199-207. <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/REDES/article/view/12492/13096>

- Thurm, D. y Barzel, B. (2020). Effects of a professional development program for teaching mathematics with technology on teachers' beliefs, self-efficacy and practices. *ZDM*, 52(7), 1411-1422.
- Torres, C. A. (2018). *Las TIC como mediadoras en el proceso de aprendizaje de resolución de problemas con expresiones algebraicas en estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Camilo Daza de la ciudad de Cúcuta* (tesis de maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga). Repositorio Institucional UNAB. <https://repository.unab.edu.co/handle/20.500.12749/2666>
- Trigo, L. M. S. (2008). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. In Investigación en educación matemática XII (p. 8). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2748785>
- Viberg, O., Grönlund, Å. y Andersson, A. (2020). Integrating digital technology in mathematics education: a Swedish case study. *Interactive Learning Environments*, 1-12. <https://doi.org/10.1080/10494820.2020.1770801>
- Vigotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Grijalbo.
- Vilca, C. (2019). Resolución de problemas como estrategia en el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de secundaria. *Revista de Investigaciones de la Escuela de Posgrado de la UNA PUNO*, 8(2), 1028-1036. <https://doi.org/10.26788/riepg.v8i2.887>
- Villamizar, F. Y., Rincón, O. L. y Vergel, M. (2018). Diseño de escenarios virtuales para problemas de optimización en software de geometría dinámica. *Revista Logos, Ciencia y Tecnología*, 10(2), 67-75.

Williamson, S. y Kaput, J. (1999). Mathematics and virtual culture: an evolutionary perspective on technology and mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (21), 265-281.

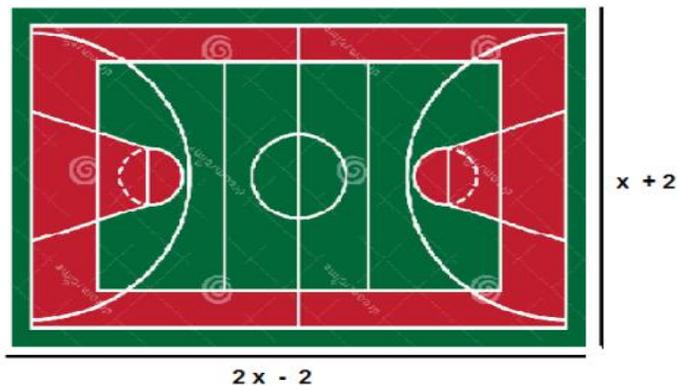
Anexos

Anexo 1. Prueba Pretest.

	REPUBLICA DE COLOMBIA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JOSE AQUILINO DURÁN EVALUACION PRUEBA PRETEST			
NOMBRES:			APELLIDOS:	
CURSO:	9	FECHA:	TEMA:	FACTORIZACION
ASIGNATURA:	MATEMÁTICAS	EDAD	DOCENTE:	RAUL FONSECA

COMUNICACIÓN

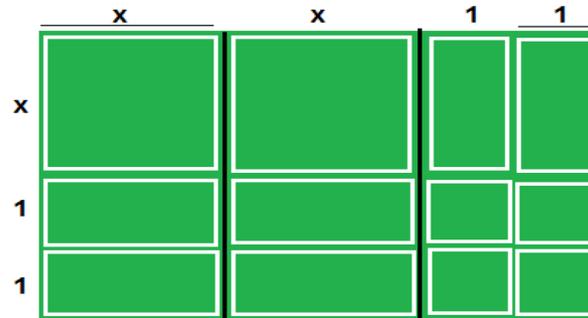
- En el siguiente gráfico se observan los factores que representan las dimensiones de la cancha múltiple del barrio donde vive Felipe. Él quiere saber; ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el área de la cancha? Y si la variable x toma el valor de 17 m. ¿Cuál es el área de la cancha?



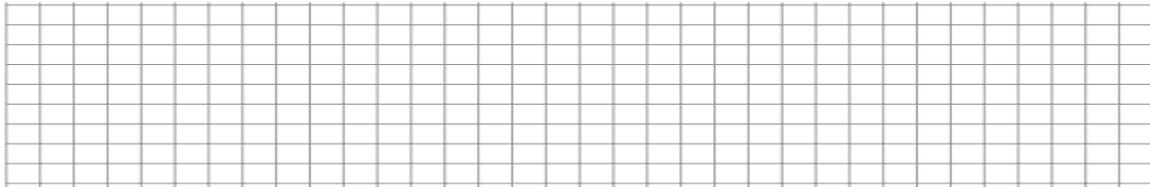
--

Respuesta:

2. Las dimensiones correspondientes a la cancha de voleibol en el escenario múltiple están indicadas con los siguientes cuadrados y rectángulos. A partir de esta información escribe la expresión que representa el área de la cancha

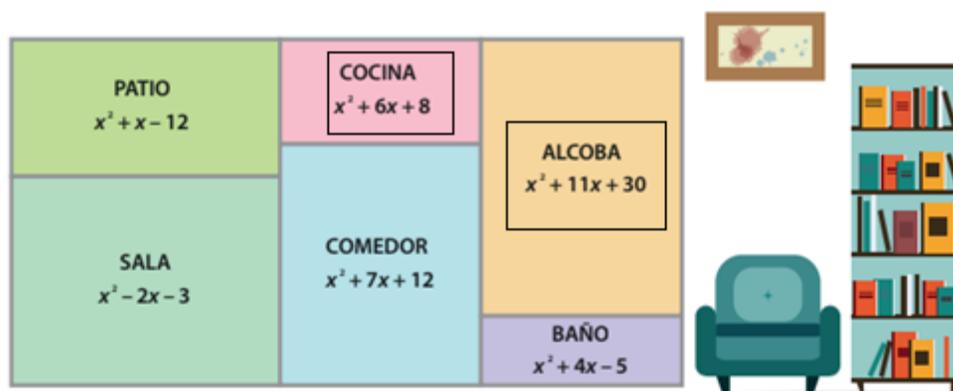


Respuesta

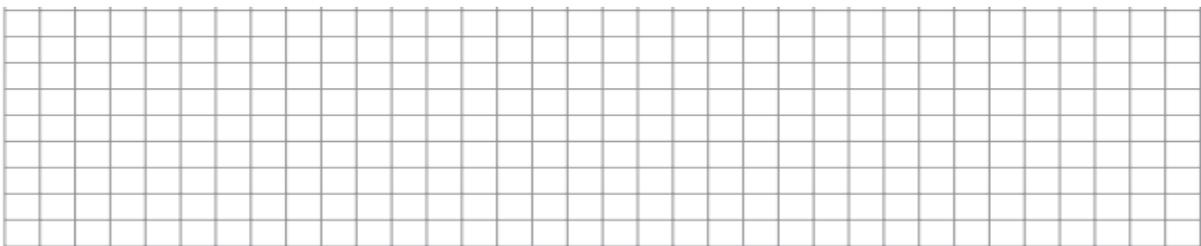


RAZONAMIENTO

3. El siguiente plano muestra la distribución de un apartamento diseñado por el Arquitecto Yarur Contreras. Se presenta el área correspondiente a cada uno de los espacios del apartamento. Determine las expresiones algebraicas de las dimensiones (largo y ancho) de la cocina y de la alcoba, utilizando como medio la factorización.

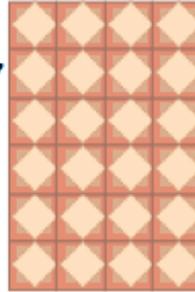


Respuesta:

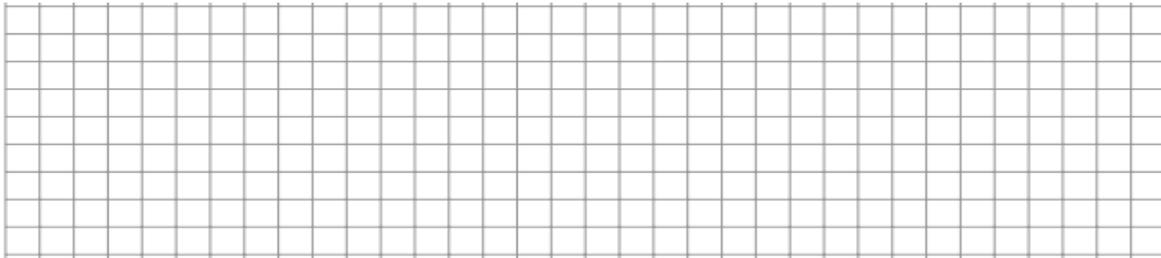


4. La figura muestra el área de una habitación recubierta con un piso de madera. Encuentre las expresiones algebraicas que representan las dimensiones de la habitación

$$A = x^2 + 12x + 27$$



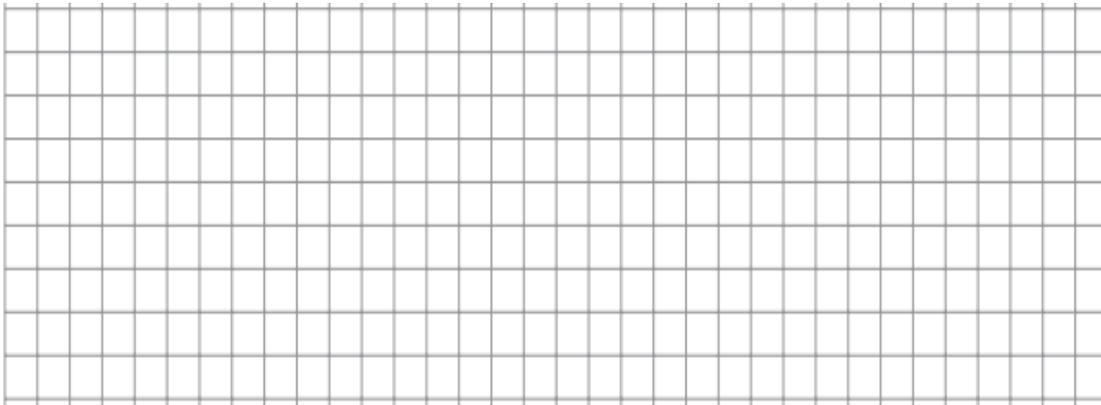
Respuesta:



RESOLUCION DE PROBLEMAS

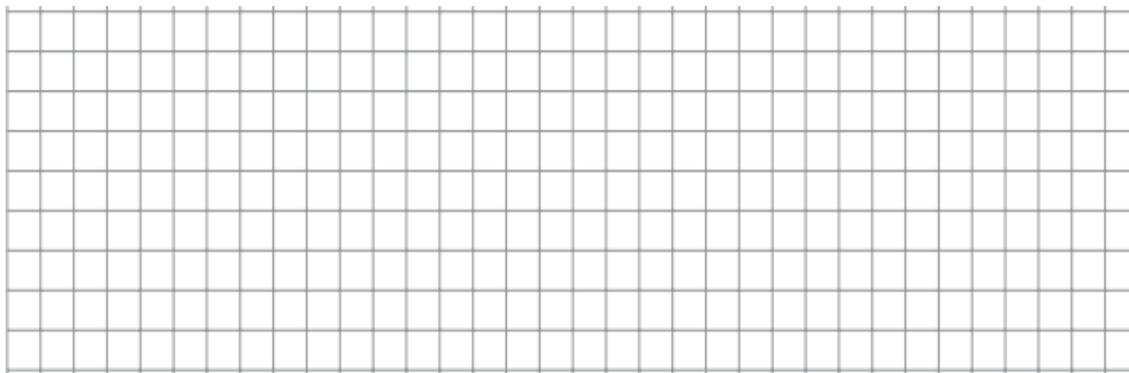
5. Las ganancias de una empresa ensambladora de motos en Colombia de gama alta, se determinan a partir de la expresión algebraica $G(x) = x^2 - 3x - 10$, donde x representa la cantidad de motos ensambladas. ¿Para qué valor o valores de la variable x , la empresa no presenta ganancias?

Respuesta:

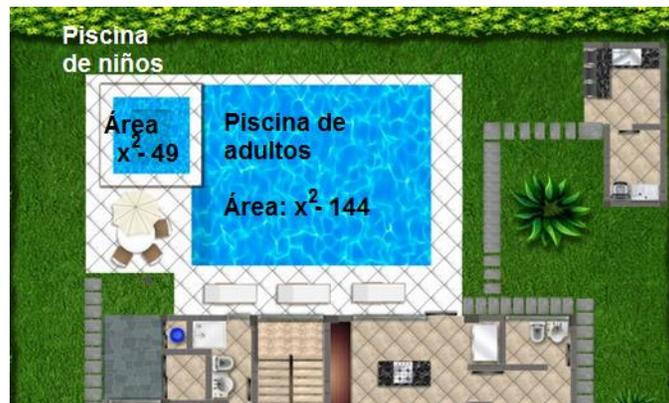


6. La posición de un franco tirador con respecto al objetivo está dada por la expresión $y = x^2 - 6x + 9$, en donde x representa el tiempo en segundos que tarda al proyectil en dar en el blanco. ¿Cuáles es el tiempo que tarda el proyectil en impactar en el blanco?

Respuesta:

A large grid for writing the answer, consisting of 20 columns and 10 rows of small squares.

Anexo 2. Prueba Post test.

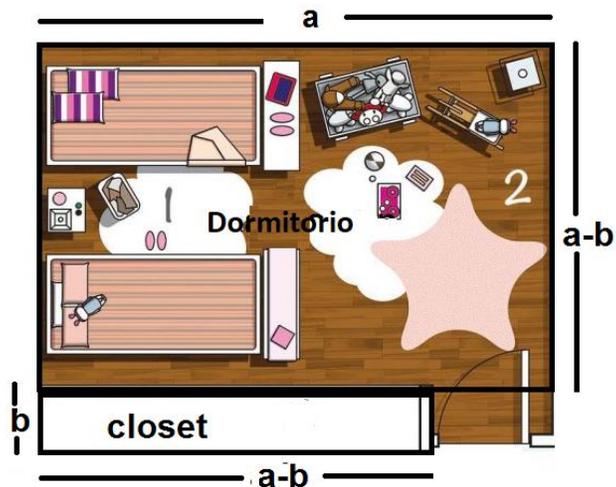


¿Cuáles son las expresiones algebraicas que determinan las dimensiones de cada una de las piscinas que debe construir el ingeniero?

Respuesta:

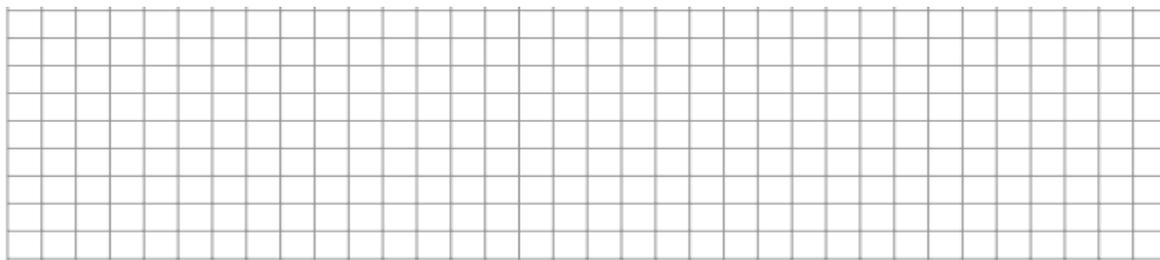


10. Del mismo modo, el ingeniero necesita construir una habitación para uno de los niños de esta casa y el plano muestra el área que se determinó para el dormitorio y el closet. Según la información presente:



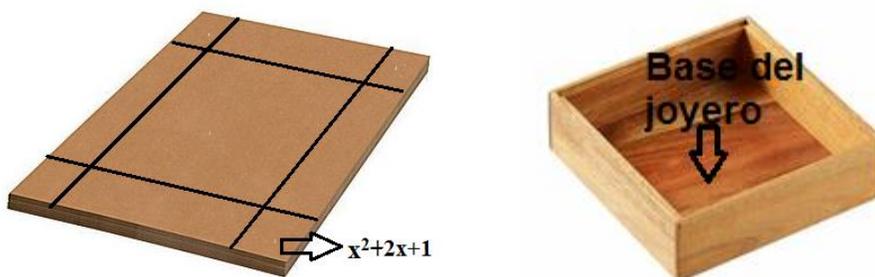
¿Cuál es la expresión algebraica que determina el área total de la habitación?

Respuesta:



RESOLUCION DE PROBLEMAS

11. Para construir un joyero de base cuadrada sin tapa, se utilizó una lámina de triplex cuya área es $9x^2+18x+9$. Se recortaron cuadrados en las esquinas como se muestra en la figura:



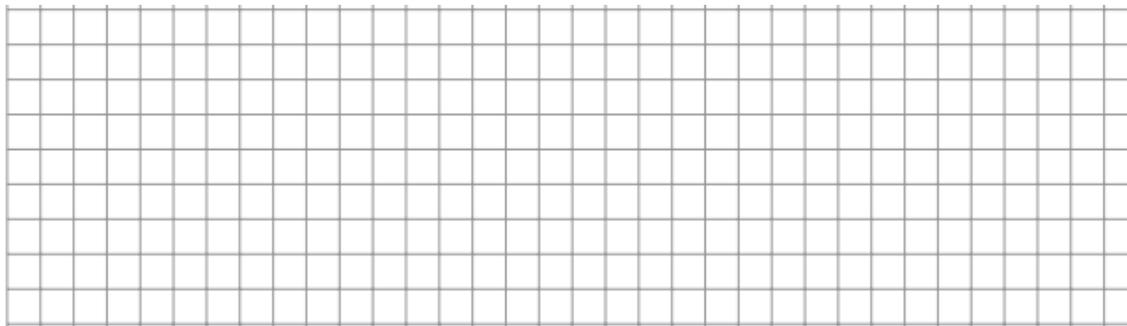
¿Cuál es la expresión algebraica que representa el lado de la base del joyero?

Respuesta:

12. Una empresa que fabrica muebles, ha calculado que los costos de producción diarios en miles de pesos están determinados por la expresión algebraica $C(x) = x^2 - 5x - 14$, donde x

representa la cantidad de muebles que produce. ¿Cuál es el número mínimo de muebles que debe producir la empresa para empezar a tener costos?

Respuesta:

A large empty grid for writing the answer, consisting of 20 columns and 10 rows of small squares.

AREA :	Matemáticas
ASIGNATURA :	Matemáticas
GRADO :	Noveno(9)
PENSAMIENTO:	Numérico - Variacional
EJE TEMÁTICO	Factorización
CONTENIDO	Factorización de expresiones algebraicas: Trinomio cuadrado perfecto Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$ Diferencia de cuadrados
TÍTULO:	Exploremos distintos contextos en la factorización
OBJETIVO:	Descubrir cómo los jóvenes relacionan los conceptos de la factorización e interpretan situaciones diarias en la que se evidencia el uso de la factorización con propósitos definidos, para la toma de decisiones y estrategias, que permitan llegar a la solución de problemas, mediante el modelo TPACK, llevados a estructuras de algoritmos matemáticos.
COMPETENCIA COMUNICATIVA (Que intervienen en el aprendizaje de La factorización)	DERECHO BASICO DE APRENDIZAJE: Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones. Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación.
	APREDIZAJES: Identificar expresiones numéricas y algebraicas equivalentes Establecer relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las expresiones algebraicas Reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos
	EVIDENCIAS: Reconocer cuando una expresión algebraica y numérica

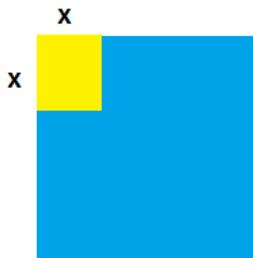
	<p>representa lo mismo.</p> <p>Identificar equivalencia entre expresiones algebraicas y entre expresiones numéricas.</p> <p>Construir graficas a partir de tablas, expresiones algebraicas o enunciados verbales.</p> <p>Establece relaciones de comparación entre diferentes gráficas</p>
<p>COMPETENCIA RAZONAMIENTO (Que intervienen en el aprendizaje de La factorización)</p>	<p>DERECHO BASICO DE APRENDIZAJE: Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.</p> <p>Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación.</p> <p>APREDIZAJES:</p> <p>Interpreta y usa expresiones algebraicas equivalentes.</p> <p>Interpreta tendencias que se presentan en una situación de variación.</p> <p>Verifica conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico.</p> <p>EVIDENCIAS:</p> <p>Reconoce procesos necesarios en la resolución de ecuaciones.</p> <p>Determina condiciones para que dos expresiones algebraicas sean equivalentes.</p> <p>Establece conjetura sobre propiedades y relaciones numéricas usando expresiones algebraicas.</p>
<p>COMPETENCIA RESOLUCION DE PROBLEMAS (Que intervienen en el aprendizaje de La factorización)</p>	<p>DERECHO BASICO DE APRENDIZAJE: Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.</p>

	<p>Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación.</p> <p>APREDIZAJES:</p> <p>Resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.</p> <p>EVIDENCIAS:</p> <p>Plantea y resuelve problemas en otras áreas, relativos a situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales.</p>
DESCRIPCIÓN.	<p>El taller consiste en aplicar una experiencia didáctica donde los estudiantes comprendan de manera natural los conceptos y procesos relacionados con los casos de factorización (Trinomio cuadrado perfecto, trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ y trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$ y diferencia de cuadrados), mediante objetos concretos o físicos y tecnológicos; y a partir de este aprendizaje logre relacionarlos en gráficos o dibujos y finalmente lo consolide con símbolos y signos matemáticos.</p>
ESTRATEGIAS	<p>Inicio:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introducción al taller • Objetivo del taller (se expresa claramente y se aclara inquietudes) • Actividad de motivación <p>(Juego de Marco de Regine Douady)</p> <p>Desarrollo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se socializa las competencias matemáticas (comunicación, razonamiento y resolución de problemas) a trabajar en la factorización de trinomios y se da las orientaciones para trabajar en grupos y su respectivo material. • Se tiene presente la temática a trabajar casos de factorización de trinomios, conceptos y estrategias (conocimiento) • Se realiza la explicación y las reglas, sobre el juego

	<p>Marcos de Regine Douady mediante una diapositiva (pedagogía)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se da la introducción al manejo de GeoGebra (https://www.geogebra.org/m/rnhkc5qr) y se realizan algunos ejercicios propuestos (tecnología) • Revisar los pasos que se presentan en la resolución de problemas Identificar los datos y la pregunta del problema. Representar la información utilizando esquemas o gráficos. (Utilización material concreto y aplicación de GeoGebra). Asociar las operaciones que se debe realizar y calcular lo pedido. Responder la pregunta. • Orientar los ejercicios y problemas que se relacionan con cada una de las competencias en el área de matemáticas, correspondientes a los numerales 1, 2, 3, 4, 5 y 6; dar material respectivo y revisar los pasos que se presentan en la resolución de estos problemas. (100 min) <p>Conclusiones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conversatorio retomando aspectos del objetivo por parte de los estudiantes. (manejo del modelo TPACK, conceptos, estrategias para la resolución de problemas, (GeoGebra). • Se indaga sobre dudas, dificultades, fortalezas y oportunidades adquiridas por los estudiantes, frente a lo trabajado en el taller. (15 minutos)
TIEMPO	3 horas clase (150 minutos)
MATERIALES	Material concreto (fichas de madera) Software matemático GeoGebra Tablet, celular o computador
TIPO DE EVALUACIÓN	Evaluación formativa
INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN	Evaluación escrita
TIEMPO EVALUACION	60 minutos

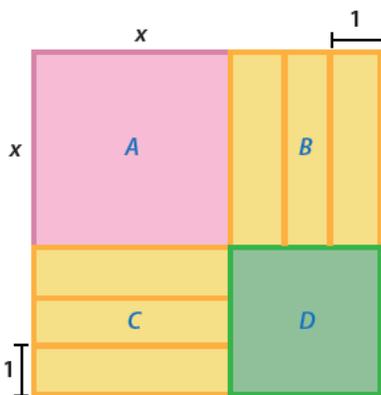
COMUNICACIÓN

1. A un cuadrado de 10 cm de lado se le recorta una esquina con forma de cuadrado de lado x , como se muestra en la figura:

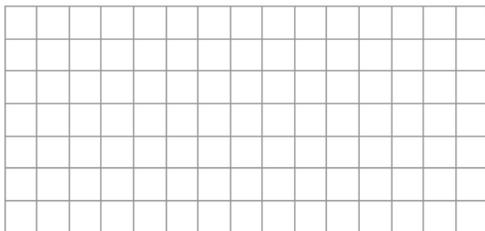


Escriba la expresión que representa el área de la figura que se obtiene.
¿Cuáles serían las dimensiones de un rectángulo con esa área?

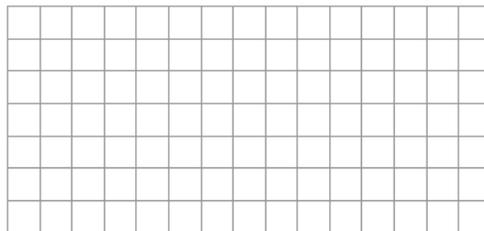
2. Basándose en la gráfica dada, escriba la expresión algebraica que representa cada una de las áreas de las regiones que se dan a continuación.



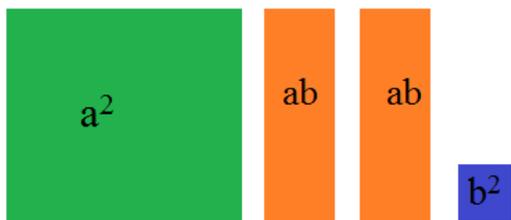
$A+(B+C)+D$



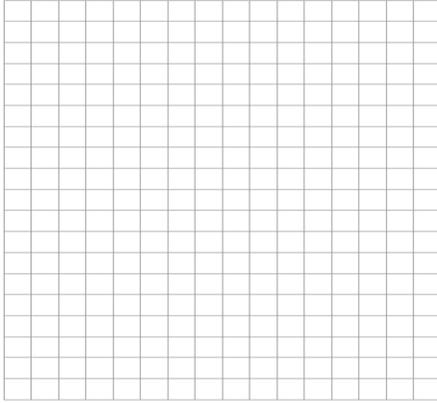
$A + B$



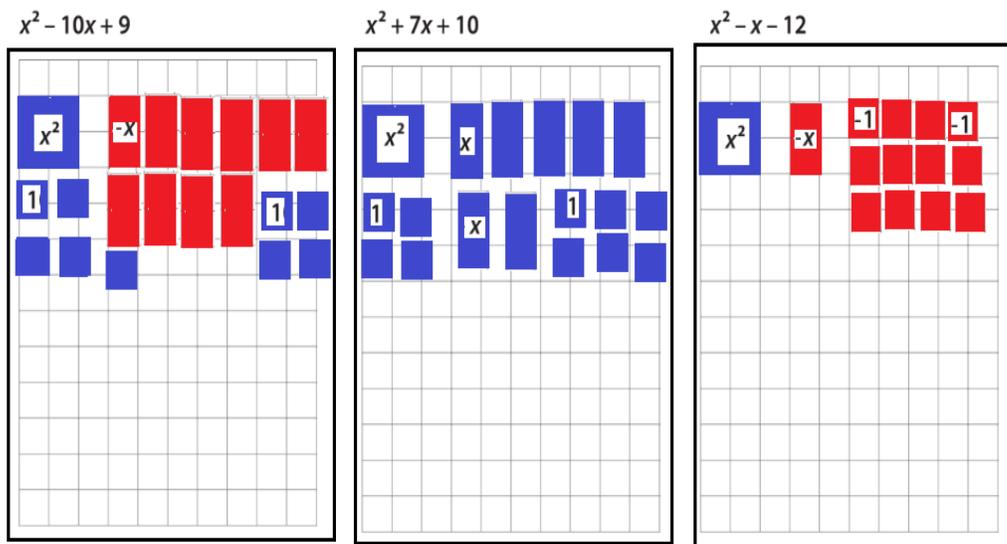
3. Organice los rectángulos y los cuadrados dados en la imagen de forma que puede demostrado que $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$.



RAZONAMIENTO

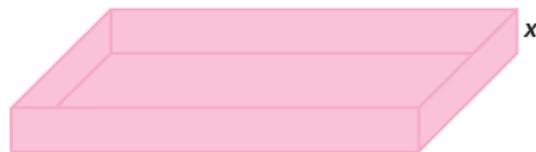
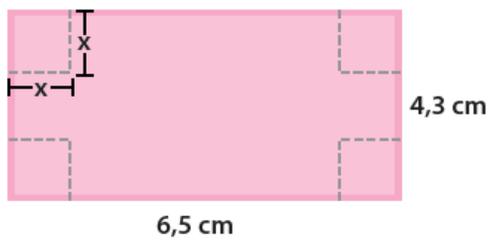


6. Utilizando la aplicación en Geogebra responda las siguientes ejercicios :



RESOLUCION DE PROBLEMAS

7. Una fábrica de empaques construyó cajas rectangulares a partir de láminas de cartón. De cada esquina se retiró un cuadrado de lado x . Luego se unió por las esquinas para formar la caja, como se ve en la figura. Calcule el área de la lámina



PASO 1 (Identifica los datos y la pregunta del problema)

PASO 2 (Representa en un esquema o gráfico los datos utilizando el software GeoGebra)

PASO 3 (Escribe los cálculos para obtener la respuesta)

PASO 4 (Responde la pregunta)

8. Se lanza una pelota hacia arriba con una velocidad inicial de 80 pies por segundo. La altura h (en pies) recorrida en t segundos está dada por la ecuación $h = 80t - 16t^2$. ¿Después de cuantos segundos la pelota alcanzara una altura de 64 pies?

Ten presente que la ecuación cuadrática toma la siguiente forma $-16t^2 + 80t = 64$ se pueden pasar los valores al otro lado del igual quedando $16t^2 - 80t + 64 = 0$, de igual forma puede dividir toda la expresión en 16 lo cual obtendría $t^2 - 5t + 4 = 0$

PENSAMIENTO:	Numérico - Variacional
EJE TEMÁTICO	Factorización
CONTENIDO	Factorización de expresiones algebraicas: Trinomio cuadrado perfecto Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$ Diferencia de cuadrados
TÍTULO:	Exploremos distintos contextos en la factorización
OBJETIVO:	Descubrir cómo los jóvenes relacionan los conceptos de la factorización e interpretan situaciones diarias en la que se evidencia el uso de la factorización con propósitos definidos, para la toma de decisiones y estrategias, que permitan llegar a la solución de problemas, mediante el modelo TPACK, llevados a estructuras de algoritmos matemáticos.
COMPETENCIA COMUNICATIVA (Que intervienen en el aprendizaje de La factorización)	DERECHO BASICO DE APRENDIZAJE: Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.
	Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación.
	APREDIZAJES: Identificar expresiones numéricas y algebraicas equivalentes Establecer relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las expresiones algebraicas Reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos
	EVIDENCIAS: Reconocer cuando una expresión algebraica y numérica representa lo mismo. Identificar equivalencia entre expresiones algebraicas y entre expresiones numéricas. Construir graficas a partir de tablas, expresiones algebraicas o

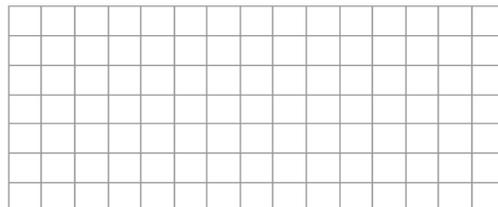
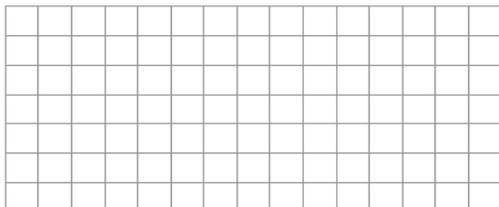
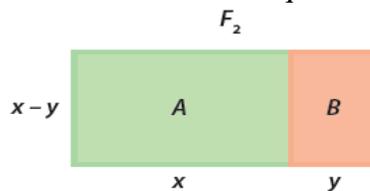
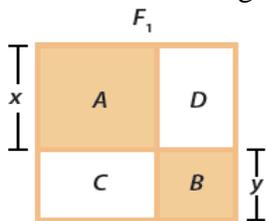
	<p>enunciados verbales.</p> <p>Establece relaciones de comparación entre diferentes gráficas</p>
<p>COMPETENCIA RAZONAMIENTO (Que intervienen en el aprendizaje de La factorización)</p>	<p>DERECHO BASICO DE APRENDIZAJE: Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.</p> <p>Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación.</p>
	<p>APREDIZAJES:</p> <p>Interpreta y usa expresiones algebraicas equivalentes.</p> <p>Interpreta tendencias que se presentan en una situación de variación.</p> <p>Verifica conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico.</p>
	<p>EVIDENCIAS:</p> <p>Reconoce procesos necesarios en la resolución de ecuaciones.</p> <p>Determina condiciones para que dos expresiones algebraicas sean equivalentes.</p> <p>Establece conjetura sobre propiedades y relaciones numéricas usando expresiones algebraicas.</p>
<p>COMPETENCIA RESOLUCION DE PROBLEMAS (Que intervienen en el aprendizaje de La factorización)</p>	<p>DERECHO BASICO DE APRENDIZAJE: Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.</p> <p>Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de</p>

	modelación.
	APREDIZAJES: Resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.
	EVIDENCIAS: Plantea y resuelve problemas en otras áreas, relativos a situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales.
DESCRIPCIÓN.	El taller consiste en aplicar una experiencia didáctica donde los estudiantes comprendan de manera natural los conceptos y procesos relacionados con los casos de factorización (Trinomio cuadrado perfecto, trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ y trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$ y diferencia de cuadrados), mediante objetos concretos o físicos y tecnológicos; y a partir de este aprendizaje logre relacionarlos en gráficos o dibujos y finalmente lo consolide con símbolos y signos matemáticos.
ESTRATEGIAS	Inicio: <ul style="list-style-type: none"> • Introducción al taller • Objetivo del taller (se expresa claramente y se aclara inquietudes) • Actividad de motivación Desarrollo: <ul style="list-style-type: none"> • Se socializa las competencias matemáticas (comunicación, razonamiento y resolución de problemas) a trabajar en la factorización de trinomios y se da las orientaciones para trabajar en grupos y su respectivo material. • Se tiene presente la temática a trabajar casos de factorización de trinomios, conceptos y estrategias (conocimiento) • Se realiza la explicación y las reglas, sobre el trabajo de algunos casos de factorización • Se da la introducción al manejo de GeoGebra para que se observe la realización de algunos ejercicios mediante este programa • Revisar los pasos que se presentan en la resolución de problemas Identificar los datos y la pregunta del problema.

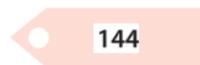
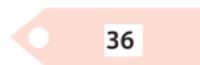
	<p>Representar la información utilizando esquemas o gráficos. (Utilización material concreto y aplicación de GeoGebra).</p> <p>Asociar las operaciones que se debe realizar y calcula lo pedido.</p> <p>Responder la pregunta.</p> <ul style="list-style-type: none"> Orientar los ejercicios y problemas que se relacionan con cada una de las competencias en el área de matemáticas, correspondientes a los numerales 1, 2, 3, 4 5 y 6; dar material respectivo y revisar los pasos que se presentan en la resolución de estos problemas. (100 min) <p>Conclusiones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Conversatorio retomando aspectos del objetivo por parte de los estudiantes. (conceptos, estrategias para la resolución de problemas, manejo del modelo TPACK (GeoGebra). Se indaga sobre dudas, dificultades, fortalezas y oportunidades adquiridas por los estudiantes, frente a lo trabajado en el taller. (15 minutos)
TIEMPO	3 horas clase (150 minutos)
MATERIALES	Material concreto (fichas de madera) Software matemático GeoGebra Tablet, celular o computador
TIPO DE EVALUACIÓN	Evaluación formativa
INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN	Evaluación escrita
TIEMPO EVALUACION	60 minutos

COMUNICACIÓN

9. Calcule el área de cada figura como la suma de las áreas que lo conforman.



10. En tu cuaderno escribe y une con líneas los términos que forman los tres trinomios cuadrados perfectos. Luego, escríbalos en forma factorizada.



11. Escriba en la tabla los números p y q que cumplan las condiciones.

12.

p	q	$p + q$	pq
		5	6
		3	-40
		-4	-21
		-6	-40
		-5	-24
		18	32

RAZONAMIENTO

Anexo 5. Imágenes representativas de la aplicación Prueba Pre Test- Estrategia didáctica - Post test del modelo TPACK.





Anexo 6. Imágenes representativas de la aplicación Prueba Pre Test-Estrategia didáctica - Post test del modelo Conceptual –Aprendizaje Significativo.





Anexo 7. Validación por juicio de expertos del Pre Test y Post Test.

TITULO:

EL USO DEL CONOCIMIENTO TECNOLÓGICO, PEDAGÓGICO Y DE CONTENIDO
COMO UNA ESTRATEGIA EN EL APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN DE
EXPRESIONES ALGEBRAICAS

AUTOR

RAUL ALEXANDER FONSECA PALACIOS

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

SAN JOSE DE CUCUTA, COLOMBIA

2022

San José de Cúcuta, 25 de julio de 2022

Doctor:

GUSTAVO ADOLFO OVALLES RODRIGUEZ

Magister en Educación

San José de Cúcuta.

Cordial saludo.

Solicito muy respetuosamente su colaboración, como juez, para realizar la validación, por juicio de expertos, de los instrumentos a ser utilizados en la investigación titulada. “El uso del conocimiento tecnológico pedagógico del contenido como una estrategia en el aprendizaje de la factorización de expresiones algebraicas.”, la cual se desarrolla para optar al título de Magíster en Educación Matemática. Su participación será una contribución para el desarrollo del conocimiento a favor de la educación.

Quedaré muy agradecido por su valiosa colaboración en este proceso de validación.

Atentamente,



RAUL ALEXANDER FONSECA PALACIOS

IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO

Nombres y apellidos: GUSTAVO ADOLFO OVALLES RODRÍGUEZ

Formación académica de pregrado: Ingeniero Químico

Título(s) de posgrado:
Especialista en Estadística Aplicada
Magister en Práctica Pedagógica

Áreas de experiencia profesional:

Matemática aplicada

Institución donde trabaja: Universidad Francisco de Paula Santander

Correo electrónico: gustavoadolfo@ufps.edu.co

VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

Otorgue a cada uno de los ítems una calificación de 1 a 4 teniendo en cuenta la siguiente tabla de indicadores.

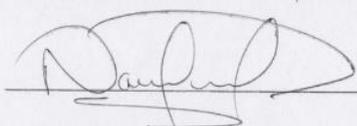
ÍTEMS	CALIFICACIÓN	INDICADOR
<i>CLARIDAD:</i> El ítem se comprende fácilmente, es decir, su sintáctica y semántica son adecuadas.	1	El ítem no es claro
	2	El ítem requiere bastantes modificaciones o una modificación muy grande en el uso de las palabras de acuerdo con su significado o por la ordenación de las mismas.
	3	Se requiere una modificación muy específica de algunos de los términos del ítem.
	4	El ítem es claro, tiene semántica y sintaxis adecuada.
<i>COHERENCIA:</i> El ítem tiene relación lógica con los objetivos	1	El ítem no tiene relación lógica con los objetivos
	2	El ítem tiene una relación tangencial con los objetivos
	3	El ítem tiene una relación moderada con los objetivos
	4	El ítem se encuentra completamente relacionado con los objetivos
<i>PERTINENCIA:</i> El ítem es adecuado u oportuno por lo que debe ser incluido	1	El ítem puede ser eliminado sin que se vea afectada la categorización
	2	El ítem tiene alguna relevancia, pero otro ítem puede estar incluyendo lo que mide éste.
	3	El ítem es relativamente importante.
	4	El ítem es muy relevante y debe ser incluido.

Variable	Dimensiones	Indicadores	Ítem del prueba a PRE TEST y POST TEST
Competencia Comunicación	Conceptos matemáticos	Identificar expresiones numéricas y algebraicas equivalentes	Preguntas : 1,2,7 y8
	Lenguaje matemático	Establecer relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las expresiones algebraicas	
	Interpretación de modelos matemáticos (gráficos)	Determina el valor numérico de una expresión algebraica	
Competencia Razonamiento	Comprensión conceptual de las nociones, propiedades y relaciones.	Interpreta y usa expresiones algebraicas equivalentes.	Preguntas : 3,4,9 y 10
		Interpreta tendencias que se presentan en una situación de variación.	
	Destrezas procedimentales Formular, representar y resolver problemas	Verifica conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico.	
Competencia Resolución de problemas	Comprender el problema. (Paso 1).	Identifica las principales partes del problema: la incógnita, los datos, la condición y la pregunta	6,7,11 y 12
		Advierte si la condición es suficiente para determinar la solución.	

Avenida Gran Colombia No. 12E-96 Barrio Colsag
Teléfono (057)(7) 5776655 - www.ufps.edu.co
oficinadeprensa@ufps.edu.co San José de Cúcuta - Colombia
Creada mediante decreto 323 de 1970

Paso 2. Concepción de un plan.	Ordena los pasos de una estrategia para solucionar un problema.	
	Representa gráficamente el problema.	
	Crea un plan de solución para un problema dado.	
Paso 3. Ejecución del plan.	Reemplaza correctamente datos en fórmulas.	
	Reconoce errores en procedimientos de operaciones.	
	Ejecuta con precisión procedimientos de cálculo.	
Paso 4. Examinar la solución obtenida.	Verifica que el resultado obtenido responde al ítem.	
	Escoge entre varios enunciados el que corresponde a una respuesta dada.	

Se presenta la validación de los instrumentos prueba Pretest y Postest, realizados los ajustes necesarios y se da la aprobación para que sea aplicada en el estudio investigativo denominado: EL USO DEL CONOCIMIENTO TECNOLÓGICO PEDAGÓGICO DEL CONTENIDO COMO UNA ESTRATEGIA EN EL APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS y que tiene como Objetivo General: Analizar el conocimiento tecnológico, pedagógico y del contenido (TPACK) como estrategias didácticas en las competencias matemáticas hacia el aprendizaje de la factorización en comparación con el modelo pedagogía conceptual y aprendizaje significativo.

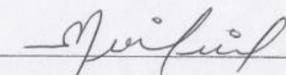


NANCY VELASQUEZ GARCIA
nancyvelasquez@ufps.edu.co

Avenida Gran Colombia No. 12E-96 Barrio Colsag
Teléfono (057)(7) 5776655 - www.ufps.edu.co
oficinadeprensa@ufps.edu.co San José de Cúcuta - Colombia
Creada mediante decreto 323 de 1970

Paso 2. Concepción de un plan.	Ordena los pasos de una estrategia para solucionar un problema.
	Representa gráficamente el problema.
	Crea un plan de solución para un problema dado.
Paso 3. Ejecución del plan.	Reemplaza correctamente datos en fórmulas.
	Reconoce errores en procedimientos de operaciones.
	Ejecuta con precisión procedimientos de cálculo.
Paso 4. Examinar la solución obtenida.	Verifica que el resultado obtenido responde al ítem.
	Escoge entre varios enunciados el que corresponde a una respuesta dada.

Se presenta la validación de los instrumentos prueba Pretest y Postest, realizados los ajustes necesarios y se da la aprobación para que sea aplicada en el estudio investigativo denominado: EL USO DEL CONOCIMIENTO TECNOLÓGICO PEDAGÓGICO DEL CONTENIDO COMO UNA ESTRATEGIA EN EL APRENDIZAJE DE LA FACTORIZACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS y que tiene como Objetivo General: Analizar el conocimiento tecnológico, pedagógico y del contenido (TPACK) como estrategias didácticas en las competencias matemáticas hacia el aprendizaje de la factorización en comparación con el modelo pedagogía conceptual y aprendizaje significativo.



MILDREN YANETH USCATEGUI BLANCO
mildrenusategui@ufps.edu.co

Avenida Gran Colombia No. 12E-96 Barrio Colsag
Teléfono (057)(7) 5776655 - www.ufps.edu.co
oficinadeprensa@ufps.edu.co San José de Cúcuta - Colombia

Creada mediante decreto 323 de 1970