	GESTIÓN DE SERVICIOS ACADÉMICOS Y BIBLIOTECARIOS		CÓDIGO	FO-GS-15
			VERSIÓN	02
	ESQUEMA HOJA DE RESUMEN		FECHA	03/04/2017
			PÁGINA	1 de 1
ELABORÓ		REVISÓ		APROBÓ
Jefe División de Biblioteca		Equipo Operativo de Calidad		Líder de Calidad

RESUMEN TRABAJO DE GRADO

AUTOR(ES): NOMBRES Y APELLIDOS COMPLETOS

NOMBRE(S): CÉSAR AUGUSTO APELLIDOS: DÁVILA CARRILLO

FACULTAD: CIENCIAS BÁSICAS

PLAN DE ESTUDIOS: MAESTRIA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

DIRECTOR:

NOMBRE(S): HENRY DE JESÚS APELLIDOS: GALLARDO PÉREZ

CO-DIRECTOR:

NOMBRE(S): MARLING CAROLINA APELLIDOS: CORDERO DÍAZ

TÍTULO DEL TRABAJO (TESIS): CAJATRI-ESTRATEGIA DIDÁCTICA HACIA LA COMPRENSIÓN LECTORA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS TRIGONOMÉTRICOS A TRAVÉS DEL MÉTODO HEURÍSTICO DE POLYA.

Esta investigación tiene como objetivo diseñar la estrategia didáctica Cajatri asumiendo para su implementación, el denominado Método de Pólya, que permite, la consolidación de estas competencias; particularmente para la resolución de problemas trigonométricos con los estudiantes del primer semestre de la UFPS para la carrera de Licenciatura en Matemáticas. El estudio fue descriptivo de tipo experimental y de campo, bajo un enfoque mixto, junto con la aplicación de un test diagnóstico. Los resultados revelaron que el 51.62% de los estudiantes no logra comprender y resolver los problemas propuestos, el 3.23% tiene baja comprensión y presenta un nivel medio de resolución, el 3.32% no logra comprender el problema pero tiene alta capacidad de para solucionar, el 12.91% comprende y soluciona medianamente, el 9.67% comprende medianamente pero demuestra una alta resolución de problemas, el 9.67% logra comprender con facilidad pero logran resolver con cierta dificultad la situación planteada, el 9.67% comprende adecuadamente, pero no logra solucionar la situación planteada, no habiendo aquellos que comprendan y respondan con facilidad el problema. Esto permitió la elaboración de un cuadernillo que incorpora aspectos puntuales que deben ser reforzados con la estrategia de la Cajatri, para la resolución de los problemas trigonométricos.

PALABRAS CLAVE: Comprensión lectora, estrategia didáctica, Método Heurístico de Pólya, Resolución de problemas trigonométricos.

CARACTERÍSTICAS:

PÁGINAS: 125 PLANOS: ILUSTRACIONES: CD ROOM: 1

**Copia No Controlada

CAJATRI-ESTRATEGIA DIDÁCTICA HACIA LA COMPRENSIÓN LECTORA Y
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS TRIGONOMÉTRICOS A TRAVÉS DEL MÉTODO
HEURÍSTICO DE POLYA

CÉSAR AUGUSTO DÁVILA CARRILLO

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
CÚCUTA
2022

CAJATRI-ESTRATEGIA DIDÁCTICA HACIA LA COMPRESIÓN LECTORA Y
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS TRIGONOMÉTRICOS A TRAVÉS DEL MÉTODO
HEURÍSTICO DE POLYA

CÉSAR AUGUSTO DÁVILA CARRILLO

Trabajo de grado para optar al título de Magister en Educación Matemática.

Director

HENRY DE JESÚS GALLARDO PÉREZ

Doctor en Educación

Codirector

MARLING CAROLINA CORDERO DÍAZ

Mg. En Gerencia de Empresas

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

CÚCUTA

2022



MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Fecha: jueves, 3 de noviembre del 2022

Hora: 7:00 AM

Lugar: Salón 303, edificio de postgrados

TÍTULO: "CAJATRI-ESTRATEGIA DIDÁCTICA HACIA LA COMPRENSIÓN LECTORA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS TRIGONOMÉTRICOS A TRAVÉS DEL MÉTODO HEURÍSTICO DE POLYA."

CÉSAR AUGUSTO DÁVILA CARRILLO	2390256	4.4 cuatro cuatro	APROBADA
----------------------------------	---------	-------------------	----------

NOMBRE DEL ESTUDIANTE	CÓDIGO	CALIFICACIÓN
-----------------------	--------	--------------

Dr. HENRY DE JESÚS GALLARDO PÉREZ
DIRECTOR

Mg. MARLING CAROLINA CORDERO DÍAZ
CODIRECTOR (A)

JURADOS:

Dr. HENRY DE JESÚS GALLARDO PÉREZ

Mg. JORGE LUÍS ORJUELA ABRIL

Mg. RAÚL PRADA NÚÑEZ

Sonia Mariza Mendoza Liçano
Directora de Programa
Maestría en Educación Matemática

Laura Yolima Moreno Rozo
Decana Facultad de Ciencias Básicas

Dedicatoria

Este trabajo final está dedicado a las personas más importantes en mi vida,
quienes han permanecido a mi lado en las buenas y en las malas,
dándome su apoyo y su amor incondicional.
Sin ellas, seguramente me hubiera dado por vencido en los momentos más difíciles. Este
esfuerzo no solo es la culminación de una meta,
sino también la prueba fehaciente del poder que hay en la voluntad y el amor.

César Augusto Dávila Carrillo

Agradecimientos

En primer lugar, a Dios por su infinita misericordia, por la vida, la salud, la familia y la oportunidad de proseguir mi formación profesional.

A mis seres queridos por su presencia, su apoyo y amor incondicional, por creer en mí siempre, ante cualquier circunstancia.

A mi Alma Máter la Universidad Francisco de Paula Santander, donde laboro como docente y me he seguido formando como un profesional íntegro y competente.

A mi director, el PhD. Henry de Jesús Gallardo Pérez y Co-directora la MSc Marling Carolina Cordero Díaz por su apoyo y orientación, por su paciencia y dedicación.

A mis estudiantes de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander.

Muchas gracias y que Dios los bendiga.

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo diseñar la estrategia didáctica Cajatri asumiendo para su implementación, el denominado Método de Pólya, que permite, la consolidación de estas competencias; particularmente para la resolución de problemas trigonométricos con los estudiantes del primer semestre de la UFPS para la carrera de Licenciatura en Matemáticas. El estudio fue descriptivo de tipo experimental y de campo, bajo un enfoque mixto, junto con la aplicación de un test diagnóstico. Los resultados revelaron que el 51.62% de los estudiantes no logra comprender y resolver los problemas propuestos, el 3.23% tiene baja comprensión y presenta un nivel medio de resolución, el 3.32% no logra comprender el problema pero tiene alta capacidad de para solucionar, el 12.91% comprende y soluciona medianamente, el 9.67% comprende medianamente pero demuestra una alta resolución de problemas, el 9.67% logra comprender con facilidad pero logran resolver con cierta dificultad la situación planteada, el 9.67% comprende adecuadamente, pero no logra solucionar la situación planteada, no habiendo aquellos que comprendan y respondan con facilidad el problema. Esto permitió la elaboración de un cuadernillo que incorpora aspectos puntuales que deben ser reforzados con la estrategia de la Cajatri, para la resolución de los problemas trigonométricos.

Palabras clave: Comprensión lectora, estrategia didáctica, Método Heurístico de Pólya, Resolución de problemas trigonométricos.

Summary

The aim of this research is to design the Cajatri didactic strategy, using the so-called Pólya Method for its implementation, which allows the consolidation of these competences, particularly for the resolution of trigonometric problems with first semester students of the UFPS for the Bachelor's Degree in Mathematics. The study was descriptive, experimental and field-based, under a mixed approach, together with the application of a diagnostic test. The results revealed that 51.62% of the students fail to understand and solve the proposed problems, 3.23% have low understanding and present an average level of resolution, 3.32% fail to understand the problem but have a high ability to solve it, 12.91% understand and solve it moderately, 9.67% understand moderately but demonstrate a high level of problem solving, 9.67% manage to understand easily but manage to solve the situation posed with some difficulty, 9.67% understand adequately but do not manage to solve the situation posed, and there are no students who understand and respond easily to the problem. This allowed the development of a booklet that incorporates specific aspects that should be reinforced with the Cajatri strategy for the resolution of trigonometric problems.

Keywords: Reading comprehension, didactic strategy, Pólya's Heuristic Method, Trigonometric problem solvin.

Tabla de Contenido

	Pág.
Introducción	15
1. El Problema	17
1.1 Título	17
1.2 Planteamiento del problema	17
1.3 Objetivos	25
1.3.1 Objetivo general	25
1.3.2 Objetivos específicos	25
1.4 Formulación del Problema	26
1.5 Sistematización del problema	26
1.6 Justificación	27
1.7 Alcances y delimitaciones	28
2. Referentes Teóricos	30
2.1 Antecedentes	30
2.1.1 En el ámbito internacional	30
2.1.2 En el ámbito nacional	32
2.1.3 En el ámbito regional	34

2.2 Marco teórico	36
2.2.1 Enfoque epistemológico	36
2.2.2 La comprensión lectora en la resolución de problemas	39
2.1.3 El método Pólya	43
2.3 Marco contextual	46
2.3.1 Descripción del Programa Licenciatura en Matemáticas	47
2.4 Marco legal	49
2.5 Descripción de las categorías	51
3. Metodología	54
3.1 Paradigma y enfoque de investigación	54
3.2 Diseño de la investigación	55
3.3 Sujetos de estudio	58
3.4 Técnicas e instrumentos de recolección de información	59
3.5 Procedimiento para el manejo de los datos	60
4. Resultados	61
4.1 Habilidades de la comprensión lectora en la resolución de problemas	61
4.2 Identificación de las deficiencias de comprensión lectora y resolución de problemas trigonométricos	80

4.3 Estrategia CAJATRI bajo el método heurístico Pólya para la comprensión lectora en la resolución de problemas trigonométricos	90
5. Conclusiones	108
6. Recomendaciones	110
Referencias Bibliográficas	111
Anexos	120

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Categorización de las unidades de análisis	53
Tabla 2. Habilidades de comprensión lectora y resolución de problemas necesarios para resolver ejercicios trigonométricos	79
Tabla 3. Niveles percibidos o identificados de la comprensión lectora que poseen los estudiantes	85
Tabla 4. Niveles percibidos o identificados para la Resolución de Problemas que poseen los estudiantes	87
Tabla 5. Matriz comparación de resultados entre las categorías	88
Tabla 6. Comparativo entre la comprensión y la solución de problemas trigonométricos de los estudiantes del 1er semestre del Programa de Licenciatura en Matemáticas	89

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. Etapas para la resolución de un problema	44
Figura 2. Los momentos de la investigación-acción (Kemmis, 1989)	56
Figura 3. Matriz de Análisis Documental	71
Figura 4. Malla del currículo para el área de Matemáticas a nivel nacional	75
Figura 5. Consideraciones sobre la práctica pedagógica de las matemáticas	76
Figura 6. Visualización del proceso para la resolución de problemas matemáticos	77
Figura 7. Estudiantes por género	80
Figura 8. Estudiantes por estrato	81
Figura 9. Estudiantes provenientes de instituciones públicas o privadas	82
Figura 10. Nivel de comprensión lectora que mostraron los estudiantes en el test	86
Figura 11. Nivel de Resolución de Problemas que mostraron los estudiantes en el test	87
Figura 12. Estrategia CAJATRI bajo el método heurístico Pólya para la comprensión lectora en la resolución de problemas trigonométricos	107

Lista de Anexos

	Pág.
Anexo 1. Prueba test.	121

Introducción

En la actualidad el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas dentro de los currículos educativos de primaria y secundaria no solo es fundamental, sino que ha adquirido preponderancia en su integración con otras ciencias o disciplinas; así pues, las competencias matemáticas como el razonamiento, la resolución de problemas y la difusión o socialización de estos resultados a través del lenguaje y la comunicación, no son suficientes sin el apoyo de otras competencias básicas y transversales como la comprensión lectora y el pensamiento creativo.

Por consiguiente, el paso o la articulación de la educación secundaria a la educación superior o universitaria, exige del estudiante el manejo o la consolidación de dichas competencias matemáticas, las cuales son promovidas o fortalecidas por otras competencias como la comprensión lectora. Sin embargo, los jóvenes llegan a la universidad sin estas habilidades, lo cual les conlleva a tener un bajo rendimiento académico, como ha sido la situación observada en el contexto particular de los estudiantes del primer semestre de la carrera de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander (en adelante UFPS), en Cúcuta.

Por consiguiente, se buscó superar la débil fundamentación en la competencia lectora, aprovechando el método heurístico de Pólya, mediante la modelación de una herramienta didáctica denominada CAJATRI (por su alusión a Caja Trigonométrica), fortaleciendo con ello la competencia resolución de problemas y la comprensión lectora; en este sentido, se desarrolló un estudio descriptivo, bajo un diseño de campo y experimental, contando con la participación de los 31 estudiantes matriculados en el curso Fundamentos de Geometría y Trigonometría en el primer semestre de 2022, a quienes se les aplicó un test adaptado con el método de Pólya para la

evaluación inicial, combinando técnicas cualitativas como la categorización y cuantitativas como el análisis y las gráficas estadísticas.

1. Problema

1.1 Título

Cajatri-estrategia didáctica hacia la comprensión lectora y resolución de problemas trigonométricos a través del método heurístico de Pólya.

1.2 Planteamiento del problema

A nivel internacional, las matemáticas siempre han sido consideradas valiosas o fundamentales para alcanzar, como para sostener el desarrollo de una sociedad, lo mismo que indispensables dentro de la formación académica de los estudiantes en todos los niveles de educación, reconociendo especial valor o importancia en la llamada resolución de problemas, una de las competencias matemáticas que exige la consolidación de habilidades como el razonamiento, la comprensión lectora y la creatividad (Villamizar et al., 2016). En este sentido, se trata de encontrar o mejor, utilizar un método organizado que permita a través de una serie de pasos (generalmente fórmulas, reglas o axiomas), encontrar el resultado de la incógnita, es decir la respuesta (Friedman, 1933).

Mientras que Schoenfeld (1985) considera que la resolución de problemas es un modelo de enseñanza que les permite a los estudiantes aprender a pensar matemáticamente y para Pólya (1945), más allá de lo que estos autores afirman, resolver un problema no es otra cosa que descubrir por sus propios medios, la solución. Sin embargo, numerosos estudios como el de Andrade y Narváez (2017) dan muestra de lo contrario, es decir de la incapacidad que muestran los estudiantes para resolver problemas matemáticos. Como lo revelan los resultados de las pruebas realizadas a los estudiantes tanto a nivel nacional como internacional.

De esta manera se hace evidente que los estudiantes no solo no entienden lo que leen, sino que esta incapacidad les impide resolver los problemas de índole matemática; sobre el tema, Rodríguez (2018), afirma que los resultados de las evaluaciones en el área de matemáticas no superan un 50% del nivel de logro, es decir, que solo la mitad de los estudiantes aprueban esta área. Llevando a la conclusión de que aún es muy incipiente el nivel alcanzado en todos los niveles del sistema educativo en estas competencias. En ambos casos, se afirma que los estudiantes apenas si alcanzan un nivel de lectura literal, pero no logran identificar qué les está pidiendo el problema y mucho menos cómo resolverlo.

En consecuencia, no saben cómo proponer un plan, no reconocen un método ni una fórmula, lo cual les impide formular una ecuación o encontrar una solución al problema; dejando claro con ello que la comprensión lectora es la primera competencia que deben poseer los educandos para proseguir con éxito el proceso de resolución de problemas (Achaerandio, 2009). En consecuencia, si el estudiante no puede comprender el enunciado del problema, es muy difícil que encuentre cómo solucionarlo. Por esa razón, atendiendo a los fundamentos pedagógicos de la enseñanza de la matemática, particularmente a los denominados Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), elaborados por el Ministerio de Educación Nacional (Mineducación), que referencian los conocimientos, las habilidades y los valores que deben impartirse en el sistema educativo colombiano.

Siendo el propósito de estos criterios, garantizar que una persona reciba una formación integral (Mineducación, 2016, p. 5); además, explica que cada institución tiene unas características propias como su organización y su estructura curricular, pero que, en definitiva, todos y cada uno de los estudiantes deben consolidar estas competencias para que se garantice

que reciban no solo una educación de calidad sino también una ventaja frente a otros en el campo laboral. Como se puede inferir hasta aquí, dicha ventaja se centra en la capacidad que estos egresados puedan tener al momento de resolver cualquier tipo de problema matemático en el campo laboral, frente a unas condiciones de competitividad muy fuertes como consecuencia de la globalización en todos los ámbitos.

De allí que leer y comprender lo que se lee, sean cada vez dos habilidades fundamentales para cualquier persona, sobre todo para quien se está formando como profesional, siendo la resolución de problemas una de las competencias más valoradas en la actualidad por el sistema educativo, pues el estudiante no solo adquiere la capacidad de resolver con exactitud o certeza los problemas, sino que además logra explicar los procedimientos implementados y razonar en un lenguaje claro y conciso cómo fue que llegó a su solución. Por esta razón, se han creado métodos de evaluación de los aprendizajes a nivel internacional, como son las pruebas PISA y las pruebas SABER que se aplican cada año en Colombia.

Sin embargo, los resultados de dichas pruebas en el país no son nada halagadores. Por el contrario, dan muestra de las debilidades que existen en el sistema educativo, especialmente en las áreas de lenguaje y matemáticas, las cuales tienen los desempeños académicos más bajos por parte de los estudiantes que participan en dichas evaluaciones (Mineducación 2018). Por su parte, el informe de la OCDE (2021) difundió los resultados del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA), señalando que entre los 79 países que participaron para el 2018 en esta prueba, Colombia alcanzó el puesto 58 para el área de lectura con un puntaje de 412, mientras que en matemáticas alcanzó los 391 puntos, los cuales le permitieron ubicarse en el puesto 70.

Como resultado de esta situación, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), manifestó su preocupación por el alto índice de incumplimiento hacia los objetivos de desarrollo que tienen que ver con el desempeño del nivel educativo bajo los estándares de calidad exigidos, los cuales se encuentran muy por debajo de la media regional, es decir, en comparación con otros países de América Latina. De modo que, al buscar la razón de esta situación, se observa que el problema sigue siendo el método memorístico y mecánico implementado por los docentes para el aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles educativos, el cual cercena la creatividad o incluso el deseo de aprender de los estudiantes.

En este sentido, como explica Ferrer (2017), el proceso que implica resolver los problemas matemáticos pese a ser una actividad básica del pensamiento, ha sido relegada por la imposición de métodos repetitivos, el uso de fórmulas mecánicas sin razonamiento lógico o deductivo, lo que en definitiva desmejora la calidad de la enseñanza de esta ciencia; por eso la mayoría de los educandos presentan dificultades en el rendimiento académico de esta área, demostrando falencias también en habilidades como en su capacidad de comprender lo que lee, siendo incapaz de procesar o analizar de forma rápida o simple los datos que se le suministran en los enunciados.

Como explica Romo (2019), no logran establecer una comunicación efectiva entre lo que leen y lo que deben hacer para resolver el problema, simplemente porque su mente no es capaz de comprender lo que les dice el texto. En otras palabras, son incapaces de comprender lo que leen, entender lo que se les pide o establecer con claridad los pasos a seguir para resolver el problema propuesto, tal y como afirma Pólya (1989); quedando nuevamente en evidencia que los estudiantes son promovidos de un grado a otro sin haber alcanzado o consolidado realmente las

competencias, en este caso las del área de matemática.

Como detalle a resaltar, en cada una de estas pruebas como en sus métodos, la comprensión de textos o comprensión lectora es una habilidad fundamental denominada competencia lectora. En cualquier caso, la comprensión lectora como lo indica el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés) implica las habilidades para comprender, utilizar y reflexionar sobre textos escritos, lo cual en definitiva permite no solo alcanzar los objetivos inmediatos, sino también propicia la consolidación del conocimiento, especialmente en el alcance racional de las soluciones a muchos problemas. Lo cual es aún más importante si se trata de la comprensión lectora en el campo de las matemáticas, pues les ayuda a relacionar lo que aprende con las situaciones cotidianas que vive, lo cual le dan un sentido de utilidad a lo que aprende (Mineducación, 2003).

Sin embargo, de acuerdo con el informe de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) del 2021, la vinculación didáctica entre las matemáticas y la comprensión lectora no ha sido valorada en su justa dimensión, por lo cual, los resultados de dicho programa PISA, en Colombia, evidencian una calificación muy deficiente en comparación con países de Latinoamérica como Chile y México (OCDE, 2021); otros autores como Orrantía, (2006) afirman que los estudiantes muestran desmotivación hacia áreas de estudio como las matemáticas, simplemente porque no se les ha enseñado a través de métodos innovadores o creativos que les permitan aprender de forma autónoma.

En este orden de ideas, el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES, 2020), presentó ese año su informe sobre los resultados de las pruebas SABER 11, evidenciando una vez más que existen grandes debilidades en las áreas de Matemáticas y

Lenguaje, particularmente porque los jóvenes no alcanzan a comprender lo que leen; por ello, es conveniente que se actualicen no solo los contenidos curriculares, sino los métodos didácticos y las herramientas pedagógicas utilizadas por los docentes, por no mencionar que hasta su actitud o el enfoque de enseñanza que éstos tienen, de manera que se cumplan con los estándares de calidad exigidos por el Mineducación, para todos los niveles y modalidades del sistema educativo colombiano.

Ahora bien, ya adentrados en el diagnóstico del problema en cuestión que ocupa el interés de esta investigación, sigue siendo notorio que el área de matemáticas causa apatía entre los estudiantes, especialmente en la resolución de problemas trigonométricos, a tal punto que los estudios demuestran que los estudiantes que salen de secundaria o se gradúan como bachilleres, no poseen la habilidad para comprender y resolver los problemas que le son planteados; es decir que no pueden entender lo que están leyendo ni tampoco interpretar lo que se les pide en un razonamiento lógico matemático, que le permita hallar una solución al problema (Meneses & Peñaloza, 2019). Como explica Echenique, (2006):

Dichas dificultades están relacionadas en algunos casos con la falta de asimilación de contenidos propios de los diferentes bloques del área; en otras ocasiones se basan en la comprensión lectora, en el uso del lenguaje o en el desconocimiento de conceptos propios de otras disciplinas que intervienen en la situación planteada. (p. 19)

Situación que ha venido siendo observada en el contexto particular de los estudiantes que entran al primer semestre de universidad, como es en este caso a la Licenciatura en Matemáticas de la UFPS, en especial con los problemas que tienen que ver con geometría y trigonometría. Estos estudiantes al parecer tienen unas bases insuficientes en su manejo de la comprensión lectora, pues les resulta difícil entender los términos utilizados, razonar sobre los datos y relacionarlos con las fórmulas, así como tampoco suelen reconocer los procedimientos que deben

llevarse a cabo para su resolución; además tienen el hábito de preguntar qué hacer sin tener idea de cómo empezar a resolver el problema, siendo precisamente la lectura comprensiva del problema matemático una de las fases más complicadas.

Es ahí cuando el docente se da cuenta que el estudiante presenta dificultades de aprendizaje en lengua (vocabulario pobre, reducida capacidad de expresión, bajo nivel de comprensión lectora), aún en la etapa universitaria, limitando que éstos entiendan el enunciado del problema, sin dejar de mencionar que incluso la apatía y el disgusto por la lectura les impide dedicar el tiempo suficiente para leerlo una o más veces. Aparentemente una de las causas como ya se mencionó, es el paso del nivel de secundaria al universitario sin haber consolidado las competencias matemáticas de Resolución de Problemas, dentro de las cuales se encuentra la comprensión lectora.

En segundo lugar, es posible que los docentes enfrenten la falta de recursos y estrategias que faciliten el proceso de enseñanza-aprendizaje en los temas relacionados con la resolución de problemas, desde un enfoque didáctico que supere el modelo de enseñanza tradicional memorístico y repetitivo, o bien que no conozcan las ventajas de éstos y por ello no hayan optado por implementarlos. Así pues, como docente en ejercicio de la UFPS se ha podido percibir a lo largo de la experiencia profesional que a los estudiantes que inician el primer semestre en carreras que exigen un alto conocimiento en la resolución de problemas como lo es la trigonometría.

En consecuencia, les resulta más difícil manejar estos vacíos, ocasionando que el desgaste motivacional como el rendimiento académico se vea progresivamente desmejorado, hasta el punto que muchos de estos jóvenes terminan por desertar de la universidad, quedando inconcluso

su proyecto de vida y por ende, la posibilidad de acceder al mundo laboral con un perfil profesional. Por consiguiente, es importante nivelar dichos conocimientos, aptitudes o competencias, superando la débil fundamentación en la competencia lectora desde los niveles de primaria como de secundaria.

Por esa razón, el control de pronóstico ofrecido por el autor es el diseño de una herramienta didáctica denominada CAJATRI (por su alusión a Caja Trigonométrica), para fortalecer la competencia en resolución de problemas y la comprensión lectora de esta población sujeto de estudio, la cual ya ha sido lo suficientemente explicada. Es por ello que para lograr este propósito se aprovecha el método heurístico de Pólya (1965) el cual sigue siendo un referente, a pesar de su antigüedad en el campo de las teorías educativas.

La razón es que desde entonces este pedagogo fue capaz de ver que la enseñanza de la matemática no depende única e irremediamente de las fórmulas o los pasos sistemáticos de un axioma; sino que es necesario el razonamiento lógico, como el pensamiento creativo o lateral, que incluya el análisis de otras situaciones previas ya vividas o experimentadas, para reflexionar sobre lo aprendido y encontrar la solución más factible. Sin embargo, para que este razonamiento pueda llevarse a cabo, es necesario que primero se alcance la comprensión de lo que se lee, en palabras de Pólya (1965):

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo.
(p. 7)

Asimismo, Pólya (1965) expone ideas sobre cómo ayudar a los alumnos para que sean capaces de resolver por ellos mismos los problemas que se les planteen, considerando ciertos

pasos como comprender lo que dice el texto, concebir un plan y tener una visión retrospectiva para reconsiderar de ser necesario el proceso que lleva a la solución; cada uno de estos pasos requieren de la formulación y respuesta a ciertas preguntas, a través de las cuales el docente pone a prueba la curiosidad del estudiante, su interés por aprender, su habilidad para el razonamiento lógico-deductivo, el nivel de comprensión lectora que maneja y su capacidad para solucionar el problema.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general. Diseñar la estrategia didáctica CAJATRI basada en el método heurístico de Pólya para el fortalecimiento de la comprensión lectora y la resolución de problemas trigonométricos en los estudiantes de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander en Cúcuta.

1.3.2 Objetivos específicos. Definir las habilidades de comprensión lectora y de resolución de problemas trigonométricos, que fortalezcan la capacidad de interpretación en los estudiantes del curso Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander en Cúcuta para su aplicación tanto en el contexto universitario como en su vida profesional.

Identificar las deficiencias de comprensión lectora y de resolución de problemas trigonométricos que revelan los estudiantes de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander.

Determinar las estrategias y recursos que se requieren bajo el método heurístico Pólya para

la comprensión lectora y la resolución de problemas trigonométricos en los estudiantes de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander.

1.4 Formulación del Problema

¿Cómo diseñar la estrategia didáctica CAJATRI basada en el método heurístico de Pólya para el fortalecimiento de la comprensión lectora y la resolución de problemas trigonométricos en los estudiantes de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander en Cúcuta?

1.5 Sistematización del problema

¿Cuáles son las habilidades de comprensión lectora y de resolución de problemas necesarias para solucionar ejercicios trigonométricos de la cátedra Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander en Cúcuta?

¿Cuáles son las deficiencias de comprensión lectora y resolución de problemas trigonométricos que revelan los estudiantes de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander?

¿Qué estrategias y recursos se requieren bajo el método heurístico Pólya para la comprensión lectora y la resolución de problemas trigonométricos en los estudiantes de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander?

1.6 Justificación

La importancia de este estudio se centra en su aporte a la didáctica de las matemáticas, una vez que se reconoce el valor de habilidades como la comprensión lectora para facilitar y consolidar su aprendizaje, particularmente en el primer semestre de licenciatura en Matemáticas. Como indica Sánchez (1986), la comprensión y la creatividad se estimulan a través de la lectura; es decir, que en la medida en que un estudiante entienda o comprenda lo que lee, le será más fácil resolver cualquier tipo de problema; en este caso, los enunciados relacionados con la resolución de problemas trigonométricos. Lo cual en definitiva podrá ser replicado en otras áreas y niveles educativos.

Desde la justificación teórica, se acude al modelo de Pólya, para quien la resolución de problemas de razonamiento lógico es una forma de desarrollar el pensamiento crítico, de promover el trabajo colaborativo, pero sobre todo, de garantizar la formación integral de los estudiantes; dejando claro que el docente ejerce el rol de mediador y facilitador, por lo cual debe buscar y encontrar la manera de impartir los contenidos, estimulando ante todo la curiosidad, despertando en sus discentes la creatividad, sin imponer los métodos memorísticos y repetitivos, que desmotivan y aburren al estudiante (Pólya, 1989).

Asimismo, se atiende al enfoque pedagógico de Pólya (1989), para quien la enseñanza de la matemática y en particular la resolución de problemas debe ser impartidas a través de estrategias didácticas que le faciliten al estudiante sus operaciones y razonamientos, sin hacerlo aún más complejo o difícil. Al mismo tiempo, Monereo (1998), afirma que la mejor forma de enseñar a los estudiantes a resolver un problema matemático, es situarlo o contextualizarlo en un ambiente real, donde le encuentre sentido a lo que se le enseña. Por otra parte, desde lo social

este estudio beneficia de forma directa a los estudiantes y docentes de la carrera de Licenciatura en Matemáticas de la prestigiosa UFPS, quienes serán impactados con la ejecución de este estudio.

Es decir, con los hallazgos y los resultados de esta investigación, una vez que no solo se les enseña un contenido curricular, sino que se les forma como docentes ejemplares, con un gran sentido de pertenencia, respeto y amor por su profesión. En el aspecto práctico, el autor de este estudio reafirma su compromiso con la vocación docente, actualizando a su vez su conocimiento en el campo de la didáctica, superando así ese modelo tradicional de enseñanza basado en la mecanización y repetición memorística de fórmulas, despejes y cálculos matemáticos, que no propician la reflexión, comprensión y análisis en el razonamiento de problemas trigonométricos, los cuales pueden ser frecuentes en el ámbito cotidiano donde los estudiantes se desenvuelven o bien en la misma actividad que habrán de desarrollar como docentes.

1.7 Alcances y delimitaciones

Por tratarse de un estudio descriptivo a nivel educativo, culmina con la exposición y el análisis de los enunciados asumidos como estrategia didáctica a través del método Pólya, que fortalecen la comprensión lectora para favorecer a su vez la resolución de problemas trigonométricos, luego de su aplicación, evaluación y seguimiento a los resultados. Dejando como aporte la elaboración de un cuadernillo con dicho proceso, el cual puede ser adaptado para otros niveles educativos e incluso ser aplicado en otras cátedras o carreras de pregrado dentro de esta u otras universidades.

De esta forma se deja abierta la puerta para nuevas investigaciones sobre el diseño o adaptación de las herramientas matemáticas y otras estrategias metodológicas como la

CAJATRI, la cual contiene no solo actividades dinámicas conjuntas para el desarrollo de los temas de estudio de trigonometría, sino que pueden ser adaptados a otros contenidos, como a otros niveles educativos, manteniendo el propósito de afianzar la comprensión, el análisis y el pensamiento creativo como lógico en áreas como la matemáticas, gracias al fortalecimiento de la comprensión lectora.

2. Referentes Teóricos

2.1 Antecedentes

Los antecedentes de un estudio hacen referencia a la revisión exhaustiva y detallada de otras investigaciones relacionadas con el tema, teniendo como criterios de búsqueda que sean extraídos de fuentes confiables como índices de revistas científicas y repositorios de universidades, tanto a nivel internacional, como nacional, regional y en lo posible local. Todos ellos con una antigüedad no mayor a cinco (5) años.

2.1.1 En el ámbito internacional. Guzmán & Espichán, (2017) en su investigación buscaron establecer el tipo de relación que se presenta entre la comprensión lectora y la resolución de problemas, aplicado en particular con los estudiantes del primer ciclo de la carrera de Medicina Humana de la Universidad Privada TELESUP. Sede Huachipa”, en México, por esa razón, a través de un diseño no experimental y de tipo descriptivo, se aplicó una prueba escrita a una muestra aleatoria de 164 estudiantes de esta institución. Los resultados permitieron inferir que existe una relación directa entre los niveles de comprensión: literal, inferencial y crítico, con la solución de los planteamientos matemáticos, es decir, que en la medida en que los estudiantes logran comprender realmente lo que leen, les es más fácil saber qué hacer para resolver los problemas que les son planteados. De modo que estos hallazgos como las conclusiones y recomendaciones de este estudio, resultan pertinentes para la presente investigación, pues comparten un mismo propósito: fortalecer la comprensión lectora mediante estrategias didácticas para la resolución de problemas en el área de las matemáticas.

Por su parte, Gutarra (2018), llevó a cabo un estudio titulado: “*Análisis de la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del segundo grado de*

primaria”, como Maestría en Educación de la Universidad César Vallejo en Perú, con el mismo propósito de establecer la relación entre ambas variables: la comprensión lectora y la resolución de problemas; para lo cual se aplicó una investigación descriptiva y de campo, bajo un enfoque cuantitativo, aplicando una prueba de complejidad lingüística progresiva del segundo grado tipo A (CLP-2 A), para establecer en qué nivel de comprensión lectora se encuentran los estudiantes del plantel educativo RED N° 25 UGEL 01. Los resultados revelaron que existe una relación directa entre ambas variables, de manera que aquellos estudiantes que tienen mayores habilidades para la comprensión crítica e inferencial, pueden resolver los problemas matemáticos con mayor facilidad, pero sobre todo con éxito. Siendo un valioso antecedente para esta investigación, al presentar un aporte teórico y metodológico que sirve de modelo a seguir.

Por su parte, Rodríguez (2019) realizó un estudio como Maestría en Educación y Docencia Universitaria, para la Universidad Nacional Mayor de San Marcos en Lima, Perú, “Aplicación del método Pólya en el desempeño académico de los estudiantes de la Escuela Profesional de Educación Física de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos 2017-I”; bajo el método de investigación aplicada, cuasi experimental que ayudó a establecer la asociación causal entre las variables, tomando como muestra a un grupo de 67 estudiantes, repartidos en dos grupos: uno de control con 32 individuos y otro experimental con los 35 restantes.

Los resultados observados en el grupo experimental con el método Pólya, una vez aplicado el examen escrito pre y post test, evidencian que su desempeño académico mejoró significativamente, aunque se debe seguir reforzando la motivación para despertar el interés de los estudiantes por la lectura. Por eso la recomendación es continuar de forma periódica implementando aquellas estrategias que permitan mediar el método Pólya, pero que a su vez

incentiven el amor por la lectura para que los jóvenes logren crear un hábito efectivo. Quedando demostrado con ello que la aplicabilidad del método Pólya es replicable en cualquier área del conocimiento, es decir, que resulta eficaz para la enseñanza como para el aprendizaje de las matemáticas, no solo en el campo de las carreras afines a ella.

Finalmente, Panta (2020) llevó a cabo el estudio “Comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa La Inmaculada, Talara”, como Maestría en Educación con mención en Docencia y Gestión Educativa, de la Universidad César Vallejo en Piura, Perú; bajo un enfoque cuantitativo se ejecutó una investigación de corte transversal no experimental, la cual arrojó datos estadísticos precisos sobre la relación que existe entre ambas variables, siendo el nivel de significancia de $p=0,219 > 0,05$. Lo cual indica que, si bien el valor no es demasiado significativo en términos numéricos, si es representativo para los docentes en su labor pedagógica. Siendo un referente importante para la presente investigación pues describe de forma detallada muchas de las estrategias didácticas que pueden ser implementadas por los docentes para potenciar las habilidades y las competencias como la comprensión lectora, que los estudiantes requieren para la resolución de problemas, en especial aplicando los postulados de George Pólya.

2.1.2 En el ámbito nacional. Díaz & Rodríguez, (2021) llevaron a cabo un estudio titulado: “Discurso docente desde la metodología de Pólya en la resolución de problemas matemáticos”, como Maestría en Educación de la Universidad de La Costa, en Barranquilla, en esta oportunidad el objetivo fue comprender desde la perspectiva docente cuáles son los aportes que ofrece el método Pólya en la resolución de problemas matemáticos; para ello se aplicó un estudio cualitativo bajo el paradigma crítico-social, llevando a cabo una extensa revisión

documental, así como el manejo y la sistematización de los datos bajo técnicas como la entrevista semiestructurada, el grupo focal y la discusión. Dentro de los resultados se observó que el aprendizaje de la matemática suele ser impartido únicamente bajo métodos de razonamiento lógico, dejando de lado el pensamiento lateral o creativo. Lo que inhibe al estudiante de cualquier tipo de iniciativa o aporte para acceder a un aprendizaje autónomo; por lo cual las conclusiones indican que el aprendizaje de las matemáticas, en especial de la resolución de problemas, debe ser mediado por métodos como el de Pólya, permitiendo que los educandos busquen y se apropien de técnicas que les sean realmente útiles, lo cual es pertinente con esta investigación.

Por su parte, Sánchez-Cuastumal & Valverde-Riascos,(2020) en su artículo titulado: "Método heurístico de George Pólya en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de grado sexto", para la Universidad Mariana, San Juan de Pasto, Nariño, Colombia, llevó a cabo su investigación en la Institución Educativa San Luís Gonzaga del municipio de Túquerres; en este caso se desarrolló una metodología cualitativa de corte naturalista con la finalidad de establecer la relación entre el pensamiento numérico aplicado en la resolución de problemas y la comprensión lectora que deben poseer los estudiantes. A través de un enfoque constructivista, se utilizaron instrumentos como cuestionarios y talleres evaluativos que permitieron recolectar suficientes hallazgos para demostrar que el docente es un actor fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo cual debe mediar entre los contenidos que imparte y el método que utiliza para que sus estudiantes aprendan; siendo algunos de estos lineamientos la introducción de metodologías innovadoras, que propicien el aprendizaje autónomo y no mecánico. Solo si el docente logra atraer la atención y el interés de sus educandos, éstos tendrán la posibilidad de

aprender y darle una utilidad a lo que aprenden, en este caso, aplicado a la resolución de problemas mediante el método Pólya.

Finalmente, Marriaga & Páez, (2019) realizaron un estudio titulado: *“La Resolución de Problemas a través de la Comprensión Lectora: una herramienta en básica primaria”*, como Maestría en Educación para la Universidad de la Costa (CUC), con el objetivo de establecer el efecto de la comprensión lectora dentro de la resolución de problemas matemáticos; a través de una metodología empírico-analítica, un diseño cuasi-experimental y un enfoque cuantitativo, los autores desarrollaron una pre-prueba en dos grupos para determinar el nivel en que los estudiantes se desempeñaban ante los procesos de comprensión lectora en la resolución de problemas.

Una vez implementada la estrategia didáctica en el grupo experimental, se volvió a aplicar un pos-test a los dos grupos, evidenciando el avance significativo en aquel que recibió la metodología innovadora; lo cual demuestra que en la enseñanza de la matemática es igual de importante utilizar otro tipo de recursos, más allá de los tradicionales como el pizarrón y las evaluaciones o talleres. Estos resultados permitieron concluir a su vez, que la estrategia metodológica utilizada puede adaptarse en otras instituciones educativas de acuerdo con su contexto, lo cual es un aporte importante para esta investigación.

2.1.3 En el ámbito regional. Meneses & Peñaloza, (2019) llevaron a cabo un estudio titulado: *“Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas”*, como artículo de investigación para la Revista Zona Próxima, por docentes del Colegio Municipal Aeropuerto en la ciudad de Cúcuta, centrada en las ventajas del método de Pólya en las prácticas pedagógicas con

estudiantes de primaria. En cuanto a los aspectos metodológicos, se llevó a cabo un estudio cualitativo bajo el diseño de Investigación-Acción-Participación (IAP), con los docentes y estudiantes de los grados 3ero y 4to de este plantel educativo; los resultados arrojaron que los educandos no logran llegar sino a un nivel mínimo de lectura literal, lo cual les hace aún más difícil la comprensión de los problemas matemáticos y sus enunciados.

Por eso se implementó una guía o secuencia didáctica utilizando el método Pólya, de manera que siguiendo cada uno de los pasos de este método los educandos con la orientación de los docentes mejorasen su desempeño. Como se puede observar, dicha investigación ha sido de gran importancia para el autor de este estudio, interesado en fortalecer la comprensión lectora en la resolución de problemas trigonométricos con los estudiantes a través del método Pólya; tanto por su descripción teórica como por sus resultados, demostrando finalmente la utilidad de dicho proceso para estructurar el pensamiento matemático de las operaciones básicas en los estudiantes, como parte de su rutina de trabajo.

Asimismo, Meneses et al. (2020) llevaron a cabo el estudio “*Metodología Pólya en el desarrollo de la competencia interpretación en la juventud*”, como Maestría en Educación Matemática de la Universidad Francisco de Paula Santander, en Cúcuta, con el objetivo de mediar este método a través de una estrategia pedagógica, utilizando como modelo el problema de Solomon; de esta forma los estudiantes fueron desarrollando guías de manera individual. Los resultados revelaron que este método contribuye a la construcción de estructuras mentales en los estudiantes, más allá del pensamiento lógico, para propiciar el pensamiento creativo. Lo cual es perfectamente replicable en el contexto de esta investigación con los estudiantes del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander en Cúcuta.

Finalmente, se cita el trabajo de Manzano & Esteves, (2021): “*Análisis de la incidencia de las TIC en las prácticas pedagógicas del área de matemáticas*”, como parte del proceso de evaluación, en el grado undécimo, de la Institución Educativa Carlos Ramírez París, Cúcuta, realizado como Maestría en Educación de la Universidad Simón Bolívar de Cúcuta, en el cual se abordó el estudio de la problemática encontrada en esta institución con respecto al acceso, uso y apropiación que muestran los docentes ante las TICs para la mediación de los aprendizajes.

Siendo importante señalar que más allá de la estrategia didáctica que se utilice para el fortalecimiento de la comprensión lectora y la resolución de los problemas matemáticos, el docente debe manejar con propiedad todos los recursos que tenga a su alcance, por lo tanto, las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) son parte fundamental de este proceso; sobre todo después del aislamiento obligatorio generado por la pandemia del Covid-19. Lo cual hizo notoria la poca apropiación de los docentes en las competencias tecnológicas, las cuales resultan favorecidas con la implementación de estudios o investigaciones como la presente.

2.2 Marco teórico

2.2.1 Enfoque epistemológico. El presente estudio de investigación educativa tiene su sustento epistemológico en el constructivismo, el aprendizaje significativo y la transdisciplinariedad. Así entonces, atendiendo a la perspectiva pedagógica del docente se referencia a Giménez (2014) para quien el constructivismo es un enfoque pedagógico que pone énfasis en la forma como el mismo estudiante va construyendo poco a poco su conocimiento, con la intervención y la orientación del docente, como también con la mediación o implementación de las TICs; es decir, que cada estudiante aprende a su propio ritmo y le da su propio significado

o utilidad a lo aprendido a través de la experiencia, lo que se conoce como aprendizaje autónomo y aprendizaje significativo.

En consecuencia, cada educando tiene la posibilidad de apropiarse de la información que se le brinda, transformando en conocimiento útil los contenidos que se le imparten. Como explica Flórez, (2006) cada individuo alcanza de forma progresiva y secuencial el desarrollo intelectual que lo lleva a madurar sus habilidades, alcanzando el conocimiento; o como dice Colom (2003) sentando las bases previas para articular los nuevos aprendizajes que vienen. En tanto que para Ausubel (citado por De Zubiria, 2011) el estudiante aprende fortaleciendo o sustentando el conocimiento nuevo sobre las bases de lo que ya sabe.

Esto es lo que se conoce como aprendizaje significativo, el cual afirma que sólo en la medida en que se logre integrar lo que ya se conoce con lo que se está descubriendo, se podrá aprender de forma significativa, es decir, útil o aprovechable en la experiencia. Lo cual sin lugar a dudas es posible en la medida en que el docente tenga una metodología efectiva, pero sobre todo capaz de motivar el aprendizaje autónomo. Asimismo, el docente es el indicado para reconocer cuáles son esos conocimientos previos que tiene cada uno de sus educandos, estableciendo un método efectivo para que desde ese inicio se llegue a una interacción didáctica y una comunicación efectiva, propiciando el interés, la creatividad y la construcción de los conocimientos por parte de cada uno de sus discentes.

Así pues, desde su rol de orientador, mediador y facilitador del proceso de enseñanza-aprendizaje, el docente es quien logra que su estudiante alcance o no un verdadero aprendizaje significativo. Siendo valioso el aporte de otras disciplinas como la psicología en el diseño e implementación de las estrategias didácticas. Para Morín (2011), se hace indispensable la

transdisciplinariedad en los contextos educativos, lo cual implica que el docente no solo sepa matemáticas, sino que tenga conocimientos sobre el manejo de las TICs, las metodologías emergentes como los Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA) y los Recursos Educativos Digitales (RED), entre otros.

Lo cual da origen a lo que él denomina una relación dialéctica y de comprensión, que no es otra cosa que la relación que existe entre lo que el docente enseña y lo que el estudiante realmente aprende. En este sentido, Vilorio y Godoy (2010) expresan que en la medida en que el docente consolide estas competencias, dispondrá de un amplio repertorio de herramientas y metodologías para impartir los contenidos de forma novedosa, creativa, pero, sobre todo, motivante. De esta forma hace referencia a todas esas situaciones en las que el docente debe sortear la apatía, el desinterés y hasta la aversión o el rechazo que los discentes sienten por el área de estudio, especialmente por la matemática.

Siendo importantes en este sentido, alcanzar o cumplir con los estándares básicos de competencias matemáticas, precisando que se entiende por competencia al conjunto no solo de conocimientos, sino también de habilidades y destrezas que facilitan o aseguran el desempeño académico de los estudiantes, dentro de los niveles establecidos para su avance a la siguiente etapa (Mineducación, 2006, p. 49); sin embargo, de ninguna forma se considera una habilidad innata o un aprendizaje completo, sino por el contrario permanente. En el caso de las competencias matemáticas, se las considera condiciones que requieren de un ambiente real o vivencial para ser alcanzadas, es decir, no basta con la teoría sino se propicia la práctica, con métodos comprensivos y didáctico (MEN, 2006).

Todo lo anterior implica el acondicionamiento de un contexto o ambiente educativo que

propicie el aprendizaje significativo, en el caso de la resolución de problemas, una vez que cada uno de los estudiantes les encuentra la aplicabilidad a los contenidos impartidos por el docente, comprendiendo los pasos a seguir en la resolución de problemas, como es el caso del método de Pólya. En síntesis, estos fundamentos epistemológicos serán tenidos en cuenta por el autor de este estudio a la hora de definir qué tipo de estrategias y recursos se requieren en la implementación del método Pólya para el fortalecimiento de la comprensión lectora en la resolución de problemas trigonométricos.

2.2.2 La comprensión lectora en la resolución de problemas. El proceso de leer tiene sus orígenes desde el inicio de la historia de la humanidad, pues es a través del lenguaje que el hombre logra expresar sus ideas. Inicialmente grafías o símbolos, para luego adquirir un código formal, como son las letras que forman palabras (Lizzi, 2009).

Una vez que se escribe surge la imperiosa necesidad de leer o interpretar los textos escritos, lo que poco a poco se va perfeccionando en diferentes formas de entender o apreciar lo que se lee; especialmente en los campos de las ciencias como las matemáticas y no solo en el área de Lenguaje. Así, la lectura trasciende desde lo literal hasta lo inferencial y crítico, permitiendo que el lector muestre la capacidad de analizar y comprender lo que lee, hasta adquirir un verdadero conocimiento. Como explican Abello-Cruz & Montaña-Calines, (2013):

(...) Una parte importante de las dificultades de los estudiantes ante la resolución de problemas se debe a que no pueden dar el primer salto: el de la lectura inteligente y la comprensión cabal, profunda, del enunciado del problema, su interpretación acabada, que es la base sobre la cual debe constituirse la posterior resolución; sobre todo, si se parte de un postulado que los autores abrazan: leer es comprender. (p. 62)

Asimismo, complementa la OECD (2014) que la resolución de problemas es la capacidad de mostrar una habilidad cognitiva superior que le permite comprender un texto, interpretar un

planteamiento y darle solución de ser necesario al problema que plantea. Como se puede inferir, la comprensión lectora se convierte así en una competencia del contexto educativo, la cual debe ser evaluada para garantizar que todos los estudiantes de los distintos niveles educativos y modalidades, puedan alcanzar un nivel de comprensión lectora suficiente para desenvolverse en las áreas de aprendizaje. Al respecto, Solé (2000), afirma que las estrategias son ciertos pasos o procedimientos que le facilitan al estudiante alcanzar el aprendizaje esperado.

En este sentido, se ha comprado que la comprensión lectora es igual de indispensable en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas que en otras áreas como el lenguaje, debido a que ésta le permite al educando comprender los enunciados que le son planteados, como sucede en la resolución de problemas; muchos discentes terminan odiando la matemática, aborreciendo la trigonometría y otras especialidades porque simplemente no han sido capaces de entender lo que están leyendo o cómo aprovechar este conocimiento. Al respecto el Mineducación (2006) señala:

La formulación, tratamiento y resolución de problemas es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problemas proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. (p. 52)

En consecuencia, el primer paso es definir el propósito de la lectura que se va a realizar y buscar en los conocimientos previos cualquier tipo de información que permita afianzar el nuevo conocimiento, hacerlo más simple o entendible. Esto es lo que se conoce como las estrategias lectoras, las cuales pueden ser perfectamente aplicadas al contexto de las matemáticas, como explican Newell y Simón (citado en Nápoles, 2005), es algo así como llamar a la memoria un recuerdo de lo ya aprendido para facilitar que lo nuevo resulte algo conocido o mucho más fácil

de comprender, en especial si parece muy complejo.

Por su parte, Taha (2007) explica que el nombre o la denominación de “Resolución de problemas” expone textualmente que se trata de un proceso sistemático y coherente para darle solución a un planteamiento o enunciado. En este caso, de la trigonometría para los estudiantes que cursan el primer semestre de Licenciatura en Matemáticas en la UFPS; mientras que para el ICFES (2019) se trata de cualquier situación (sea en el ámbito de las matemáticas o no) que exija llevar a cabo un razonamiento lógico deductivo para identificar, seleccionar e implementar estrategias que conlleven a la solución efectiva de un problema.

Por lo tanto, si se atiende al ámbito de las matemáticas, resolver un problema implica aplicar una serie de pasos que han sido establecidos previamente por otros como principios, axiomas, teoremas, reglas o fórmulas. Las cuales en definitiva resultan útiles para llegar a la solución y responder apropiadamente al planteamiento expuesto (Friedman, 1933). Por su parte, Schoenfeld (1985) considera la resolución de problemas como un proyecto que implica aprender a pensar matemáticamente, por lo cual es necesario que desde edad temprana se estimule al niño para que busque de forma creativa e innovadora soluciones a situaciones que exijan un razonamiento matemático.

Ahora bien, para la competencia del pensamiento matemático la comprensión lectora debe ser una habilidad que se fortalece cada día con la apreciación de métodos como el de Pólya, que le permiten a los docentes mediar en el aprendizaje de sus discentes, dejando que ellos por sí mismos adquieran un aprendizaje autónomo; para lo cual es importante que se les brinden herramientas y recursos más allá de los tradicionales, como las TIC, los acertijos, las simulaciones y demás estrategias que promuevan la creatividad y la innovación. (López, 2014).

Para Norton (1990, como se citó en Barroso, 2007) resolver un problema implica el uso de ciertas técnicas y procedimientos que le permiten al estudiante aprovechar lo que ya aprendió para aprender algo nuevo, analizando cómo y con qué método resolverlo.

Por consiguiente, la resolución del problema no debe considerarse un acto o proceso único del contexto académico del estudiante, sino que por el contrario, está presente en todos los aspectos de su vida diaria, cuando de una u otra forma, se enfrenta a la decisión de resolver un problema o una situación que no necesariamente se da en el aula de clase; en estos contextos la comprensión lectora le permite tomar decisiones de forma razonada, pero sobre todo vivencial o sustentadas por la propia experiencia, más allá de los contenidos impartidos en clase (Godino, 2002); al mismo tiempo le ofrece al docente la posibilidad de reflexionar sobre su método de enseñanza, para que valore de ser necesario, la actualización de sus prácticas pedagógicas.

Es así como, en definitiva, lo que se busca con esta estrategia bajo el método de Pólya en la resolución de problemas trigonométricos con estudiantes universitarios, es que el docente planifique, implemente y evalúe los contenidos, estableciendo de antemano un propósito o una intencionalidad concreta, para facilitar el aprendizaje de sus discentes más allá del aula de clase. Resumiendo, en la resolución de problemas es común que el docente aplique el razonamiento lógico y que estimule el trabajo individual, olvidando la importancia de promover el pensamiento lateral o creativo, así como el trabajo colaborativo, para el aprendizaje autónomo y colectivo. Resumiendo, en la resolución de problemas es común que el docente aplique el razonamiento lógico y que estimule el trabajo individual, olvidando la importancia de promover el pensamiento lateral o creativo, así como el trabajo colaborativo, para el aprendizaje autónomo y colectivo.

Por consiguiente, la comprensión lectora consiste básicamente en la habilidad para

identificar de forma clara lo que se lee, sino también para saber de qué trata lo que se está leyendo, qué datos o información se recibe y cómo interpretarla para encontrar un camino seguro a seguir en la solución del problema; por esa razón, solo en la medida en que cada educando alcance un nivel de comprensión lectora inferencial y crítico sólido, podrá llegar a resolver de forma más ágil y eficaz los problemas matemáticos. Siendo útil las recomendaciones de otros autores como Moreno (2000), quien afirma que se debe leer al menos dos veces el planteamiento, formularse los enunciados como preguntas y concretar cuáles son los procedimientos posibles de llevar a cabo.

2.1.3 El método Pólya. Ahora bien, ya en su momento Pólya (1989) expresó que los docentes debían incentivar o motivar a los estudiantes a amar las matemáticas, no a aborrecerlas, indicando que deben superarse los métodos tradicionales como la memorización de fórmulas y la mecanización de pasos. También Pólya (1989), expone que es importante realizar la comprobación de los resultados. (p.145); por eso, al finalizar la clase debe reafirmarse la metacognición, es decir, una evaluación que reafirme lo que se ha expuesto, dejando espacio para que el alumno presente su solución de forma autónoma, sin imponer un método o procedimiento preconcebido.

Solo de esta manera se asegura que el estudiante adquiera la habilidad de resolver cualquier tipo de situación que se le presente en su vida diaria, más allá de los problemas matemáticos que se le imparten en su contexto académico. En este sentido, Gil y De Guzmán (2005) expresan que para que un estudiante aprenda matemáticas debe aprender primero que nada a resolver un problema, es decir a razonar a través del pensamiento matemático, hasta hallar la solución acertada del mismo. Lo que implica también una actitud que dé muestras de

curiosidad, interés y deseo por aprender, esforzarse y encontrar respuestas.

Ahora bien, en la medida en que los estudiantes desarrollan dichas habilidades van fortaleciendo a su vez otras aptitudes como la confianza en sí mismos, la comunicación asertiva, el lenguaje matemático y el pensamiento lateral o creativo. Poco a poco se le ha ido reconociendo al método Pólya su efectividad en el campo de las matemáticas, pues facilita una intervención didáctica para la resolución de problemas siguiendo una serie de pasos sistemáticamente, hasta llegar a la solución de éstos (ver figura 1). Además de despertar el interés y el amor por esta ciencia que ha sido desde la etapa de educación primaria tan polémica o contradictoria para los estudiantes.

Comprender el problema
<ul style="list-style-type: none"> • Cuál es la incógnita?; cuáles son los datos?
Concebir un plan
<ul style="list-style-type: none"> • ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?. • He aquí un problema relacionado al suyo y que se ha resuelto ya. ¿Podría usted utilizarlo?; ¿podría utilizar su resultado?; ¿podría emplear se método?;¿le haría a usted falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo? • ¿Podría enunciar el problema en otra forma? • ¿Ha empleado todos los datos?; ¿ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?
Ejecutar el plan
<ul style="list-style-type: none"> • Al ejecutar el plan de solución, compruebe cada uno de los pasos. • ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿puede usted demostrarlo?
Visión retrospectiva
<ul style="list-style-type: none"> • ¿Puede usted verificar el resultado? ¿puede verificar el razonamiento? • ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿puede usted emplear el resultado el método en algún otro problema?

Figura 1. Etapas para la resolución de un problema.

Fuente: Tomado de Tárraga (2008) adaptado de Pólya (1986, p. 19).

Para Pólya (1974) la resolución de un problema parte primordialmente de una actitud positiva del estudiante que lo lleva a sentir interés por encontrar la solución, que, si bien no está a

su alcance de forma inmediata, si puede ser encontrada con un poco de esfuerzo, pero sobre todo utilizando recursos como conocimientos previos que ya han sido adquiridos por éstos. Este modelo propone como se puede ver en la figura 1., una metodología simple compuesta por 4 etapas o fases, que van respondiendo a ciertas preguntas: (a) ¿se comprende el problema con exactitud?; (b) ¿Son suficientes los datos suministrados para concebir un plan?; (c) ¿Es posible ejecutar el plan y encontrar la solución del problema? y (d) ¿Se revisan y comprueban los procedimientos constatando que la solución es la correcta?

En la medida en que se responde cada una de estas interrogantes, el estudiante logra pasar de una etapa a otra, continuando con éxito el proceso de resolver el problema. Para ello se han dado en él los razonamientos lógico-deductivos, la reformulación del problema de diversas formas, la introducción de otros elementos que puedan complementar el análisis e incluso gráficos o dibujos que le permitan hallar la solución al problema; como explica Pólya (1945) consiste en encontrar un camino que antes no se sabía que existía, escapar de una situación difícil, superar un obstáculo, alcanzar o conseguir un fin con los medios al alcance. Reconociendo ante todo que no es algo fácil ni mucho menos inmediato.

Para este autor, el conocimiento de las matemáticas como ciencia y su pedagogía o enseñanza, están sujetos a la práctica. Es decir, que no se puede aprender la matemática sin darle un sentido práctico o realmente útil a cada fórmula, teorema o regla que en la teoría existe; pues la matemática es una ciencia heurística que exige como el propio vocablo lo indica, la capacidad de hallar, inventar o descubrir un conocimiento; por tal motivo, las estrategias del método Pólya para la resolución de problemas plantean precisamente los pasos para encontrar la respuesta o la solución al problema propuesto de la siguiente manera:

En primer lugar, se debe comprender el problema y responder a la pregunta: ¿qué es lo que se busca o se solicita?, así como reconocer cuáles son los datos suministrados y cuáles las condiciones que están planteadas de antemano, pudiendo establecer si estos datos son relevantes o no. Seguidamente se plantea si existe la posibilidad de satisfacer dichas condiciones y si dichos postulados o datos son suficientes para hallar el valor de la incógnita.

El segundo paso o etapa consiste en diseñar un plan, para ello es necesario pensar si ya hemos resuelto algún problema similar o si es necesario o pertinente replantear el problema para hacerlo un poco más simple, introduciendo de ser posible otros datos adicionales que no estaban presentes de forma expresa pero que son útiles para resolverlo; la tercera fase consiste en ejecutar el plan, es decir llevar a cabo la fórmula o aplicar el Teorema, comprobando que se han llevado a cabo de forma correcta los procedimientos y cálculos. Siendo el último paso mirar en retrospectiva y comprobar desde el inicio si se concibió el plan correcto y si se aplicaron los procedimientos que realmente llevaron a la solución correcta.

Una vez llegados a este punto, cada estudiante está en la capacidad de entender qué hizo y cómo lo hizo, de argumentar de forma razonada el proceso llevado a cabo, junto con la motivación de cada una de sus actuaciones, llegando incluso a encontrar nuevas opciones, otras formas de alcanzar los mismos resultados, por métodos diferentes; de esta manera, el educando aprende no solo a resolver con éxito los problemas, sino también a seguir un razonamiento sistemático y un modelo creativo de pensamiento para resolver cualquier tipo de problema que se le presente, dentro o fuera del aula de clase.

2.3 Marco contextual

Este proyecto investigativo se llevó a cabo en la UFPS, la cual fue fundada como una

institución de carácter privado desde el 5 de julio de 1962, en este mismo año alcanza su personería jurídica; el objetivo principal de esta institución fue la de aportar soluciones concretas a bachilleres que no poseían los recursos necesarios para estudiar fuera de la región, para el año 1968 se inicia la construcción en la urbanización quinta oriental, lugar donde se encuentra funcionando hasta el día de hoy la sede principal de esta alma mater; solo hasta 1970 se convirtió en una universidad pública, de carácter regional y descentralizada, con su personería jurídica (UFPS, s.f.)

Con el paso de los años la Universidad Francisco de Paula Santander ha crecido en cuanto al número de estudiantes y su oferta académica, la cual a través de convenios nacionales e internacionales ha respaldado la calidad y exigencia de sus programas; a la fecha cuenta con programas profesionales, tecnológicos, técnicos y demás en áreas concernientes a la ingeniería, salud, ciencias básicas, ciencias empresariales, ciencias agrarias, ciencias del medio ambiente, educación, artes y humanidades. (Universidad Francisco de Paula Santander, s.f.). Siendo tomado como estudio de caso los estudiantes que cursan la cátedra de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre del programa académico de Licenciatura en Matemáticas de la UFPS.

2.3.1 Descripción del Programa Licenciatura en Matemáticas. Es un Programa académico en modalidad: Presencial diurna con Código SNIES 101318 cuya información institucional se relaciona a continuación.

Misión. Formar docentes que participen de forma comprometida en la construcción de saberes matemáticos, para la formación integral de sus educandos, de acuerdo con las necesidades de enseñanza a nivel regional, nacional e internacional; que abarquen todos los

ámbitos educativos, articulando los saberes de otras disciplinas para complementar su proyección, particularmente en el ámbito investigativo, con la generación de conocimiento matemático (UFPS, s.f.).

Visión. La Universidad Francisco de Paula Santander (UFPS) espera que este programa sea reconocido a nivel regional por su alta calidad académica, como por la formación de profesionales competentes con conocimientos en otras áreas o disciplinas, actualizados en el manejo de estrategias didácticas novedosas como las TICs, comprometidos en la generación de conocimientos a través de la investigación educativa, con valores y principios éticos sólidos, así como una capacidad de liderazgo social dentro y fuera de la institución (UFPS, s.f.).

Perfil Profesional. El egresado en Licenciatura en Matemáticas de la UFPS tendrá la capacidad de responder con éxito a todas y cada una de las funciones que le sean impartidas en su campo de acción, bien sea como docentes, directivos o investigadores; con la capacidad de ser líder como de integrar equipos de trabajo colaborativo, para el desarrollo y la generación de nuevos conocimientos, en la búsqueda de soluciones para el mejoramiento continuo de su profesión, tanto en instituciones privadas como públicas. Pero, sobre todo, con una calidad e integridad humana incuestionable, que puede abordar su labor pedagógica con una perspectiva crítica, flexible e incluyente que le ayude a perfeccionar cada día sus métodos de enseñanza (UFPS, s.f.).

Modelo pedagógico y desempeño docente. Se asume el modelo pedagógico dialógico – crítico en la formación de docentes en Matemáticas para los niveles de educación básica y medio que labore en entornos tanto urbanos como rurales, instituciones públicas o privadas; así como para quienes ejerzan la labor de investigadores, o integren equipos de trabajo multidisciplinarios,

como gestores de procesos sociales o culturales; así como para aquellos que desarrollan cargos directivos, todos y cada uno de ellos tendrán las capacidades para aportar de forma efectiva a la construcción de una sociedad más justa e igualitaria, donde el saber matemático sea una herramienta de enseñanza-aprendizaje para superar problemas o situaciones reales. En consecuencia, se busca formar un profesional competente para el ejercicio de la docencia en matemática que no solo maneje con propiedad los conocimientos de esta ciencia, sino que sea capaz de aprovecharlos en función de un cambio y de un crecimiento gradual del modelo metodológico asumido en todos y cada uno de los niveles y modalidades educativas, en coherencia con los principios y fines de la Universidad Francisco de Paula Santander (UFPS, 2021).

Características de los estudiantes del programa. Para el primer semestre del 2022 el programa cuenta con un total de 370 estudiantes matriculados, compuesto en un 56% por hombres y un 44% por mujeres. La mayoría de ellos pertenecen al estrato 2 y 3, pero existen casos de población vulnerable, en especial desplazados por la violencia por los grupos armados en zonas rurales de Norte de Santander. La mayoría terminó sus estudios de secundaria en instituciones públicas, mientras que su edad se encuentra entre los 19 y 22 años (Oficina de Planeación UFPS, 2022).

2.4 Marco legal

Como lo indica la jerarquía establecida por Kelsen, en primera instancia se cita la Constitución Política de la República de Colombia (1991):

Artículo 67: La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los

demás bienes y valores de la cultura (...) formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente. El Estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación, que será obligatoria entre los cinco y los quince años de edad y que comprenderá como mínimo, un año de preescolar y nueve de educación básica.

En este artículo se reconoce la prioridad que debe darse en la formación integral del educando en el manejo de las habilidades como la comprensión lectora y la resolución de problemas, como herramientas de apoyo para salir adelante en su formación académica como profesional. Es decir, desde la primaria hasta la secundaria, con las bases suficientes para continuar de ser su deseo con la educación universitaria, técnica o media.

Continuando con la Ley General de Educación, Ley 115 (1994), resume en su Artículo 76 el concepto como la importancia del currículo educativo, estableciendo que hacen parte del mismo los programas y planes de estudio, así como las metodologías asumidas por los docentes para las prácticas pedagógicas impartidas; explica a su vez que existe un componente cultural y ético en la enseñanza y que el propósito fundamental de la educación debe ser la formación integral del educando para que éste logre convertirse en un ciudadano ejemplar. Para hacer seguimiento a las necesidades de cada contexto educativo, en su artículo 23 explica que se debe llevar a cabo el Proyecto Educativo Institucional (PEI).

Como se puede observar, el propósito del sistema educativo en Colombia es alcanzar el desarrollo integral de los educandos, durante cada uno de los niveles que éstos cursan, de acuerdo a su edad y a sus condiciones. Para ello, es indispensable que se les brinden herramientas que les permitan fortalecer sus habilidades comunicativas básicas como leer,

escribir, hablar e interpretar correctamente cualquier tipo de información que se les presente, como es el caso de los planteamientos matemáticos para la resolución de problemas; el docente debe enseñarles a resolver operaciones simples, aplicando cálculos y procedimientos lógicos, sin que se vuelvan mecánicos ni repetitivos, de manera que no se pierda el interés por aprender o descubrir el conocimiento.

Finalmente, se busca consolidar en el estudiante las competencias básicas, en este caso del pensamiento matemático, lo que exige necesariamente habilidades como la comprensión lectora, para que éste logre resolver con éxito el planteamiento que se le expone en un texto; como es el caso de los Estándares Básicos de Competencias (EBC) en Matemáticas, definidos por el Mineducación (2014) como aquellos criterios que permiten juzgar si un estudiante y la institución educativa en general logran las metas establecidas para cada nivel de aprendizaje. En este caso se trata de los criterios que tienen que ver con la formulación y resolución de problemas matemáticos.

2.5 Descripción de las categorías

Las categorías son los diferentes aspectos conceptuales y contextuales que deben ser observados y analizados por el investigador para comprender a profundidad el problema de investigación. Según Strauss y Corbin (como se citó en Torres, 2002):

La categorización consiste en la asignación de conceptos a un nivel más abstracto... las categorías tienen un poder conceptual puesto que tienen la capacidad de reunir grupos de conceptos o subcategorías. En el momento en el que el investigador empieza a agrupar los conceptos, también inicia el proceso de establecer posibles relaciones entre conceptos sobre el mismo fenómeno. (p. 110)

En este caso, con los estudiantes de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander en

Cúcuta. Como se muestra a continuación con la categorización de las tres unidades de análisis que son el eje central de este estudio: la comprensión lectora, la resolución de problemas y el método Pólya. Siendo representadas en la tabla 1 para su posterior manejo en la etapa metodológica.

Tabla 1. Categorización de las unidades de análisis.

Categoría	Subcategoría	Unidad de Análisis
Comprensión lectora	Actitud ante la lectura Conocimientos previos Habilidades metacognitivas	Para definir las habilidades de comprensión lectora y matemáticas necesarias en la resolución de problemas: La formulación y resolución de problemas matemáticos posibilitan desarrollar una actitud mental donde se utiliza una serie de habilidades para resolver, descubrir resultados, verificar, modificar y generar otros problemas que permita encontrar varias soluciones en un entorno dado. Al respecto González (2019) plantea: “La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces” (p. 11).
Resolución de problemas	de Razonamiento lógico-matemático Metodología del docente Estrategias didácticas y pedagógicas	Para identificar las deficiencias de comprensión lectora presentes en la resolución de problemas trigonométricos que revelan los estudiantes: Fragoso (2014), afirma que existen etapas como la literalidad, en la cual se aproxima el conocimiento; la retención, cuando se capta y se logra percibir lo que se lee; la organización, en la que se ordena y se estructura mentalmente las ideas; la inferencia, a través de la cual se descubren otros aspectos del texto; la valoración, cuando se forman los juicios basados en experiencias previas; y la creación cuando finalmente el estudiante contrasta y argumenta de manera lógica las ideas que han sido aprendidas.
Método Pólya	Comprensión del problema Concepción de un plan Ejecución del plan Visión retrospectiva	Para Pólya (1945) “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados” (p. 19). Para este autor las fases esenciales son: Entender el problema, configurar un plan, ejecutar un plan y examinar la respuesta. Usando: talleres durante un tiempo establecido, conceptos previos necesarios para abordar la temática en estudio, temas específicos y aplicaciones sobre el mismo. Todo lo anteriormente mencionado estará articulado al trabajo colaborativo, utilizando algunas plataformas del internet, la guía de trabajo, todo enmarcado en la enseñanza a través de la resolución de problemas.

3. Metodología

3.1 Paradigma y enfoque de investigación

Este estudio se sustentó en el Paradigma Socio crítico, que propicia la autorreflexión constante, así como la conciencia del rol que les corresponde dentro del grupo a los investigadores, para de esta forma situar a cada individuo en la acción necesaria para el cambio a través de la crítica. (Arnal, 1992). Desde esta perspectiva el conocimiento fue desarrollado de forma coherente y sistemático no solo con la aplicación teórica sino también práctica; citando a Casilimas, (2002): “Se busca hacer un esfuerzo para la comprensión e interpretación de una realidad, en este caso dentro de un contexto educativo” (p, 56).

Desde esta perspectiva, según Álvarez-Gayou (2006) se trató de una investigación en el campo educativo, la cual consiste en la indagación sistemática y planificada bajo un enfoque autocrítico como reflexivo, por lo cual se halla sometida a la verificación empírica de sus hallazgos. Por su parte, Echeverría (1994), la considera “una reflexión diagnóstica sobre la propia práctica”, por lo cual su finalidad no es necesariamente explicar la causa de los problemas en el ámbito educativo, sino aportar soluciones a los mismos. Atendiendo a estas realidades el autor de esta investigación asume un enfoque mixto o cuali-cuantitativo.

Asimismo, atendiendo a Sandoval-Casilimas, (2004) el enfoque mixto permite la flexibilidad de las técnicas aplicadas en el trabajo de campo, para que no se conviertan en procesos rígidos ni mecanizados, sino que por el contrario sean abiertos a la diversidad del pensamiento como a las realidades particulares de cada contexto; así por ejemplo, aplicando técnicas cuantitativas como cualitativas dentro del aula de clase, que representó el contexto natural del objeto de estudio, es decir el desempeño de los estudiantes en la resolución de

problemas trigonométricos, aplicados desde un contexto real y no solo dentro del aula de clase. De manera que cada estudiante tenga la posibilidad de buscar desde sus aprendizajes previos, las herramientas del pensamiento matemático para hallar la solución del problema.

Lo anterior conlleva a la reflexión hecha por Elliott (1990) para quien el docente como investigador debe involucrarse e involucrar a los miembros de la comunidad educativa en la que lleva a cabo su estudio. En este caso, el interés del estudio fue fortalecer la comprensión lectora en la resolución de problemas trigonométricos de los estudiantes sujeto de estudio, para lo cual se llevó a cabo un diseño flexible que permitió el alcance de cada uno de los objetivos específicos propuestos, tal y como se explica a continuación.

3.2 Diseño de la investigación

El término diseño en la investigación se refiere al abordaje general de las técnicas, métodos y procedimientos que fueron seguidos para dar alcance a cada uno de los objetivos propuestos. En este caso se trata de un diseño de Investigación-Acción-Participación (IAP), como parte de un trabajo de campo, el cual se genera por el interés de mejorar el bajo desempeño de los estudiantes de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander en Cúcuta, en particular en el manejo competente de situaciones problemáticas. Al respecto, Kemmis (1989), citado por Latorre (2003) la exponen como:

Un proceso que se organiza sobre dos ejes: uno estratégico, constituido por la acción y la reflexión; y otro organizativo, constituido por la planificación y la observación. (...) el proceso está integrado por cuatro fases o momentos interrelacionadas: planificación, acción, observación y reflexión. Cada uno de los momentos implica una mirada retrospectiva, y una intención prospectiva de conocimiento y acción. (p. 35)

Según Latorre (2003), el modelo de Kemmis se representa en una espiral de ciclos, cada ciclo lo componen cuatro momentos, los cuales se exponen en la figura 2., siendo seguidos en

esta investigación.

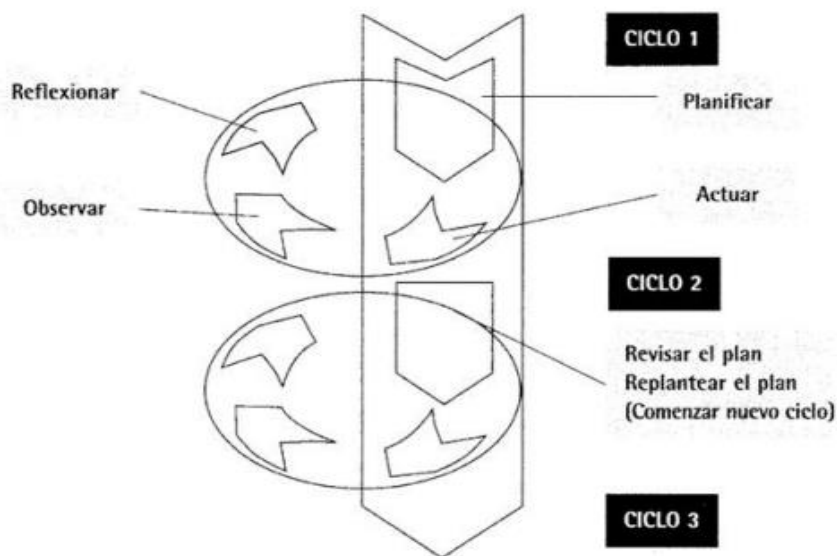


Figura 2. Los momentos de la investigación-acción (Kemmis, 1989).

Fuente: Tomado de Latorre, Investigación acción. (2003, p. 35).

Asimismo, se trató de un estudio descriptivo, que se ocupó de puntualizar las características de la población estudiada bajo las categorías definidas como base del análisis, (Arnal, 1992); en este caso se buscó fundamentar la comprensión lectora en la resolución de problemas trigonométricos de los estudiantes del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander en Cúcuta y para ello se sistematizaron tres objetivos o pasos:

Fase 1. Definir las habilidades de comprensión lectora en matemáticas necesarias para la resolución de problemas trigonométricos en la cátedra Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la UFPS en Cúcuta.

Como primer paso en la ejecución de este estudio se continuó con la revisión documental exhaustiva, que permitió definir las habilidades tanto en comprensión lectora como en la competencia resolución de problemas, que se deben afianzar en los estudiantes objeto de estudio; para lo cual se aplicaron herramientas como la matriz documental y el análisis de contenido.

Fase 2. Identificar las deficiencias de comprensión lectora y en la resolución de problemas trigonométricos que revelan los estudiantes de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la UFPS.

La 2da etapa consistió en la aplicación de un test diagnóstico a los estudiantes mencionados, con el propósito de identificar las deficiencias que presentan al momento de leer los enunciados y en la resolución de problemas. De esta forma, mediante la observación, como el análisis inductivo y deductivo, se realizó un diagnóstico que permitió determinar más a fondo sus conocimientos sobre la resolución de problemas, así como sus habilidades en la comprensión lectora.

Fase 3. Determinar las estrategias y recursos que se requieren bajo el método heurístico Pólya para la comprensión lectora y la resolución de problemas trigonométricos en los estudiantes de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la UFPS.

Una vez que se identificaron las falencias de la comprensión lectora y la resolución de problemas en los estudiantes, el siguiente paso fue definir qué tipo de estrategias son las más adecuadas para implementar el método Pólya en sus cuatro etapas; estableciendo cuáles son los recursos técnicos, materiales, institucionales y humanos requeridos para ello. En este caso, se

planificó la intervención dentro del aula para fortalecer la comprensión lectora y a su vez, ayudarlos a resolver más fácilmente los problemas trigonométricos, haciendo uso del método de George Pólya.

Es decir, se organizaron las diferentes intervenciones indicando los métodos de evaluación y seguimiento para percibir si el grupo de estudiantes participantes realmente asimilan los pasos del método, si lo llevan a cabo de manera rigurosa o si tienen algún tipo de dificultad con dicho proceso; para que de ser necesario se pudieran reformular o replantear las preguntas de los problemas, los problemas en sí mismos o las condiciones en las que se imparten las clases. De esta manera se formularon las estrategias más convenientes para desarrollar pensamiento lógico y el pensamiento creativo o lateral, con la formulación de problemas de la vida diaria.

Por último, se formalizó en un instructivo o cartilla bajo el nombre de CAJATRI, con los enunciados modelo para la práctica didáctica con los estudiantes, que ejemplifiquen los pasos del método Pólya. Para ello se utilizó como material guía los DBA, elaborando a su vez la planificación con aspectos como el tiempo, los recursos y los contenidos a desarrollar de forma individual y grupal.

3.3 Sujetos de estudio

Asumiendo que el problema afecta a la totalidad de los estudiantes de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander, para el momento de llevar a cabo el estudio; se tomó como referencia el muestreo propositivo, esto significa que para seleccionar los sujetos que hicieron parte de la muestra se acudió a la identificación de los individuos que presentaban las características descritas en el planteamiento del problema.

Esto permitió que los resultados se pudiesen generalizar a todo el grupo, una vez que fueron analizados los resultados tanto desde el enfoque cuantitativo con el manejo estadístico de los datos y el cualitativo que implicó la discusión de los mismos bajo la perspectiva teórica. Como lo explican Hernández, et al. (2010) no solo se busca mostrar los hallazgos sino profundizar en aspectos como las categorías emergentes que pueden brindar una mayor comprensión del problema, sus causas y sobre todo la solución del fenómeno que se viene presentando.

Siendo entonces tomados sujetos del estudio 31 estudiantes del curso de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander, quienes aceptaron de forma voluntaria participar en este estudio bajo los siguientes criterios de inclusión: (a) Ser mayores de edad; (b) Tener disponibilidad de tiempo para atender al investigador; (c) Mostrar interés y disposición por participar activamente en el proceso para la ejecución del estudio.

3.4 Técnicas e instrumentos de recolección de información

Partiendo de la necesidad que se tiene como docente de comprender, pero sobre todo de solucionar los problemas en el contexto educativo, se aplicaron un conjunto de técnicas e instrumentos de corte cuantitativo como cualitativo, para recopilar y describir información que permita el alcance de cada uno de los objetivos propuestos. Se consideraron las siguientes técnicas con sus respectivos instrumentos y protocolos para la sistematización de los datos:

- ***Análisis de contenido:*** para la revisión teórico-documental a través de la matriz documental y la matriz de categorías.
- ***Observación directa participativa:*** a través de los diarios de campo, las rúbricas y el

trabajo colaborativo.

- **Test Diagnóstico:** compuesto por una serie de ejercicios de trigonometría para aplicar el método Pólya e identificar las falencias que tienen los estudiantes en los distintos niveles de comprensión lectora y resolución de problemas

3.5 Procedimiento para el manejo de los datos

De acuerdo con Rojas y Méndez, (2013), el propósito de la sistematización y el manejo de los datos, no es otro que procesar de forma sistemática y rigurosa los resultados de la información obtenida con la aplicación de los instrumentos. En este sentido, se establecieron las categorías las cuales se consignaron en los diferentes protocolos como la Tabla de frecuencias y la discusión de los resultados, utilizando las etapas que recomiendan Taylor y Bogdan (1990), se tuvieron presentes las categorías: Comprensión Lectora y Resolución de Problemas, para finalmente elaborar las conclusiones y recomendaciones respectivas de dichos resultados.

4. Resultados

4.1 Habilidades de la comprensión lectora en la resolución de problemas

Cumpliendo con el alcance del primer objetivo específico se ejecutó la primera fase de esta investigación con el propósito de definir las habilidades de comprensión lectora y de resolución de problemas necesarios para resolver ejercicios trigonométricos, que propicien la aprobación de la cátedra Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander en Cúcuta; para ello se utilizó la técnica del análisis de contenido a la revisión documental exhaustiva, implementando como herramienta la matriz de análisis documental que se muestra en la figura 3.

Objetivo N° 1: Definir las habilidades de comprensión lectora y de resolución de problemas necesarios para resolver ejercicios trigonométricos, que propician la aprobación de la cátedra Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander en Cúcuta.

MATRIZ DE REVISIÓN DOCUMENTAL Y ANÁLISIS DE CONTENIDO							
No.	TIPO DE DOCUMENTO	TITULO	AUTOR	AÑO	PÁGINA	FRAGMENTO DE ANALISIS	INFERENCIA
1	Documento Base emitido por el Ministerio de Educación Nacional	Estándares Básicos de competencias	Ministerio de Educación Nacional	2006	13	Se puede hablar del aprendizaje por competencias como un aprendizaje significativo y comprensivo. En la enseñanza enfocada a lograr este tipo de aprendizaje no se puede valorar apropiadamente el progreso en los niveles de una competencia si se piensa en ella en un sentido dicotómico (se tiene o no se tiene), sino que tal valoración debe entenderse como la posibilidad de determinar el nivel de desarrollo de cada competencia, en progresivo crecimiento y en forma relativa a los contextos institucionales en donde se desarrolla. Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y	No se pueden separar la comprensión lectora de la resolución de problemas, simplemente porque son dos actividades cognitivas y procedimentales que exigen la presencia de ciertas habilidades como el razonamiento deductivo, la inferencia, el manejo de teoremas y fórmulas desde la comprensión de su aplicación en cada contexto o problema, incluso destrezas en el manejo de cálculos matemáticos como en de los equipos o implementos como la calculadora científica.

MATRIZ DE REVISIÓN DOCUMENTAL Y ANÁLISIS DE CONTENIDO							
No.	TIPO DE DOCUMENTO	TITULO	AUTOR	AÑO	PÁGINA	FRAGMENTO DE ANALISIS	INFERENCIA
						comprendivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos.	
					15	Todas las formas de clasificación de las competencias comprenden al menos dos grandes grupos: las competencias básicas y las competencias específicas y uno adicional que generalmente recibe el nombre de competencias transversales pues están presentes en casi todas las profesiones y ocupaciones.	La comprensión lectora es sin duda alguna una competencia transversal, porque es necesaria para consolidar las competencias de otras áreas y no sólo la del lenguaje. Entendiendo que las matemáticas son un tipo de lenguaje que en el caso de la resolución de problemas es expuesto a través de enunciados muchas veces complejos.
					17	Las competencias genéricas o transversales son competencias requeridas en un amplio campo de profesiones y ocupaciones y aportan las herramientas requeridas por un trabajador profesional para analizar los problemas, evaluar las estrategias a utilizar y aportar soluciones pertinentes en situaciones nuevas. Están presentes por lo general en la mayoría de las labores que se le presentan a un sujeto en los distintos campos profesionales.	

MATRIZ DE REVISIÓN DOCUMENTAL Y ANÁLISIS DE CONTENIDO							
No.	TIPO DE DOCUMENTO	TITULO	AUTOR	AÑO	PÁGINA	FRAGMENTO DE ANALISIS	INFERENCIA
					35	<p>Para constituir esta idea, los Estándares Básicos de competencia (MEN, 2006) introdujeron la noción de “ser matemáticamente competente” con la cual se vinculan procesos y contextos propios de la actividad matemática, aunque tampoco presenta una estructura para el proceso de resolución de problemas en donde interactúen y se articulen procesos matemáticos, pensamientos y contextos que permitan dinamizar el proceso de resolución de problemas. Posteriormente se presentan los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA, 2016), con el propósito de promover una enseñanza y un aprendizaje de las matemáticas en la que los conocimientos, los procesos y los contextos se desarrollen de manera articulada.</p>	<p>Derechos básicos de aprendizaje se presenta una estructura en la que cada DBA demarca líneas de progresión que sugieren, por un lado, estructurar los planes de estudio a la luz de unos conocimientos fundamentales en cada uno de los tipos de pensamiento matemático, y por otro lado, ilustrar la complejidad con la cual se propone desarrollar esos conocimientos articulados a los procesos desde el nivel de Educación Básica Primaria hasta un nivel de Educación Media</p>
					42	<p>En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar</p>	

MATRIZ DE REVISIÓN DOCUMENTAL Y ANÁLISIS DE CONTENIDO							
No.	TIPO DE DOCUMENTO	TITULO	AUTOR	AÑO	PÁGINA	FRAGMENTO DE ANALISIS	INFERENCIA
						procesos de pensamiento de más alto nivel.	
2	Documento Base emitido por el Ministerio de Educación Nacional	Estándares Básicos de Competencias	Ministerio de Educación Nacional	2006	50	En el conocimiento matemático también se han distinguido dos tipos básicos: el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental. El primero está más cercano a la reflexión y se caracteriza por ser un conocimiento teórico, producido por la actividad cognitiva, muy rico en relaciones entre sus componentes y con otros conocimientos; tiene un carácter declarativo y se asocia con el saber qué y el saber por qué. Por su parte, el procedimental está más cercano a la acción y se relaciona con las técnicas y las estrategias para representar conceptos y para transformar dichas representaciones; con las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y para argumentar convincentemente. El conocimiento procedimental ayuda a la construcción y refinamiento del conocimiento conceptual y permite el uso eficaz, flexible y en contexto de los conceptos, proposiciones,	

MATRIZ DE REVISIÓN DOCUMENTAL Y ANÁLISIS DE CONTENIDO							
No.	TIPO DE DOCUMENTO	TITULO	AUTOR	AÑO	PÁGINA	FRAGMENTO DE ANALISIS	INFERENCIA
						teorías y modelos matemáticos; por tanto, está asociado con el saber cómo.	
3	Documento Base emitido por el Ministerio de Educación Nacional	Estándares Básicos de Competencias	Ministerio de Educación Nacional	2006	59	Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación. Estas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen	

MATRIZ DE REVISIÓN DOCUMENTAL Y ANÁLISIS DE CONTENIDO							
No.	TIPO DE DOCUMENTO	TITULO	AUTOR	AÑO	PÁGINA	FRAGMENTO DE ANALISIS	INFERENCIA
						formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas.	
4	Documento Base emitido por el Ministerio de Educación Nacional	Revolución Educativa: Colombia Aprende	Ministerio de Educación Nacional	2016	64	Partiendo desde la perspectiva del ministerio de educación nacional, teniendo en cuenta los lineamientos curriculares (1998) y estándares básicos de competencia (2006), que tienen como finalidad desarrollar el pensamiento matemático, se establecen cinco procesos matemáticos generales que son: la formulación, tratamiento y resolución de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación y la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.	Para describir esta panorámica sobre el proceso de resolución de problemas, se tienen en cuenta tres perspectivas, la perspectiva del ministerio de educación Nacional, la perspectiva de las pruebas PISA (2012) y la perspectiva de la investigación realizada teniendo como referencia autores como Polya (1965) , Boscan y Klever (2012) , Iriarte (2011) , Schoenfeld (1985) y Frola (2011) .
5	Assensus . Revista de investigación educativa y pedagógica. Sistema de Universidades Estatales del Caribe Colombiano.	Competencias de resolución de problemas matemáticos mediadas por estrategias de comprensión lectora en estudiantes de educación básica	Enrique Alexander Andrade Payares y Lina María Narváez Cruz	2017	11	La enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. Se trata de considerar como lo más	

MATRIZ DE REVISIÓN DOCUMENTAL Y ANÁLISIS DE CONTENIDO							
No.	TIPO DE DOCUMENTO	TITULO	AUTOR	AÑO	PÁGINA	FRAGMENTO DE ANALISIS	INFERENCIA
						<p>importante: – que el alumno manipule los objetos matemáticos; – que active su propia capacidad mental; – que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente; – que, de ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental; – que adquiera confianza en sí mismo; – que se divierta con su propia actividad mental; – que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana; – que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.</p>	

MATRIZ DE REVISIÓN DOCUMENTAL Y ANÁLISIS DE CONTENIDO							
No.	TIPO DE DOCUMENTO	TITULO	AUTOR	AÑO	PÁGINA	FRAGMENTO DE ANALISIS	INFERENCIA
6	Revista Atlante. Cuadernos de Educación y Desarrollo. Universidad de Sancti Spiritus José Martí, Cuba Edumet.net	EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD RESOLVER PROBLEMAS QUE CONDUCEN A ECUACIONES LINEALES EN SÉPTIMO GRADO	Ana Argelia Pérez Solano, <u>Mavuli Conesa Santos</u> , <u>Ivon Castillo Suárez</u> , Jorge Daniel Cáceres Ortiz	2020	23	<p>El desarrollo de habilidades es un proceso (cognoscitivo) generalizador que transcurre de la misma forma para las diferentes habilidades particulares. En este sentido, las Habilidades para resolver problemas matemáticos: son la construcción y dominio, por el alumno, de los modos de actuar y métodos de solución de problemas utilizando los conceptos, teoremas y procedimientos matemáticos, en calidad de instrumentos y las estrategias de trabajo heurístico para la sistematización de esos instrumentos en una o varias vías de solución. (Silvestre, 2000, p. 35).</p> <p>La habilidad para resolver problemas matemáticos incluye una serie de acciones y operaciones, cada una de las cuales hay que formarlas y desarrollarlas por separado e ir trabajando con ellas e integrarlas en un sistema que se completa y amplía cada vez más. Con la comprensión del texto del problema el alumno debe: identificar lo dado y lo buscado, reconocer palabras claves y términos desconocidos, reproducir</p>	

MATRIZ DE REVISIÓN DOCUMENTAL Y ANÁLISIS DE CONTENIDO							
No.	TIPO DE DOCUMENTO	TITULO	AUTOR	AÑO	PÁGINA	FRAGMENTO DE ANALISIS	INFERENCIA
						<p>el texto del problema con sus palabras y tratar de representar gráficamente la situación del problema planteado. Buscando la idea de solución el alumno debe:</p> <p>buscar problemas similares ya resueltos, su relación en la vía de solución, conceptos de las palabras claves y la relación con el texto del problema.</p> <p>Reflexionando sobre la vía de solución el alumno debe: analizar la principal vía de solución mediante fórmulas, ecuaciones o procedimientos matemáticos, determinar y ejecutar el plan de solución resolviendo las operaciones indicadas.</p> <p>Finalmente, para comprobar la solución obtenida el alumno debe: analizar si la solución es compatible con el texto del problema, redactar la respuesta y buscar otra vía de solución.</p>	
7	Tesis de Maestría en Educación de la Universidad de La Costa	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y SU RELACIÓN CON EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN	<u>Stefanía Pacheco Ochoa</u> Wendy Pacheco Aparicio	2021		Las competencias matemáticas, implican la intelección frente a una situación problema, el que se establezca un procedimiento para que se resuelva dicho problema, y el que haya una actitud humana y creativa capaz de resolverlo. La habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones	

MATRIZ DE REVISIÓN DOCUMENTAL Y ANÁLISIS DE CONTENIDO							
No.	TIPO DE DOCUMENTO	TITULO	AUTOR	AÑO	PÁGINA	FRAGMENTO DE ANALISIS	INFERENCIA
		ESTUDIANTES DE SECUNDARIA				básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.	

Figura 3. Matriz de Análisis Documental.

A través de esta herramienta se procuró el análisis hermenéutico de la información encontrada en las distintas fuentes documentales, con el fin de discernir de una forma más clara y sobre todo científica o fundamentada en los estudios de especialistas, cuáles son esas habilidades que deben estar presentes en los estudiantes a la hora de desarrollar o resolver los problemas matemáticos, en este caso de tipo trigonométrico. En tal sentido, se encontró que el concepto de habilidad tiene diversas interpretaciones; por ejemplo, en su origen etimológico proviene del latín *habilitas* que significa capacidad o disposición para lograr un propósito, mientras que autores como Petrovski (1981) consideran que tiene que ver con cierto tipo de acciones más complejas que se van desarrollando a lo largo de la vida.

Para Gallardo (2002), las habilidades representan el dominio de acciones (psíquicas y prácticas), que le permiten al individuo razonar de forma más eficaz ante un problema o cuestionamiento; de allí que sea necesario enseñar a los estudiantes el cómo adquirir estas habilidades durante cada una de las etapas o niveles educativos, para que vayan consolidando las competencias requeridas. Por consiguiente, la habilidad es lo que permite que la información se convierta en un conocimiento real, siendo una de las más valiosas o importantes la competencia lectora, considerada transversal porque está inmersa en todas las áreas del conocimiento. En palabras de Frago, (2014):

Conocemos las falencias de estas competencias cuando nuestros egresados inician sus estudios superiores, porque se expone con dureza la deficiencia en sus habilidades de lecto-escritura; por eso se debe reforzar la comprensión lectora durante su formación en el bachillerato, para que, al arribar a sus estudios profesionales haya desarrollado una competencia lectora que le permita avanzar en la complejidad temática que su formación profesional conlleva y exige. (p. 88)

De esta forma se fue infiriendo o deduciendo que la comprensión lectora hace parte fundamental de la competencia lectora, la cual es una competencia transversal, porque es

necesaria para consolidar las competencias de otras áreas y no sólo la del lenguaje. Entendiendo que las matemáticas son un tipo de lenguaje que en el caso de la resolución de problemas es expuesto a través de enunciados muchas veces complejos. Como lo indica el Mineducación (2006):

Las competencias genéricas o transversales son competencias requeridas en un amplio campo de profesiones y ocupaciones y aportan las herramientas requeridas por un trabajador profesional para analizar los problemas, evaluar las estrategias a utilizar y aportar soluciones pertinentes en situaciones nuevas. Están presentes por lo general en la mayoría de las labores que se le presentan a un sujeto en los distintos campos profesionales. (p. 17)

Es así como actualmente se ha venido reconociendo la importancia de la comprensión lectora en el alcance de las competencias matemáticas, especialmente en el caso de la resolución de problemas, no solo en los niveles de educación básica primaria y secundaria, sino también en la educación superior o universitaria. Por ejemplo, en el estudio realizado por González (2019), se le reconoce como una capacidad que va haciéndose más compleja con el paso del tiempo, lo cual indica que, si bien la tecnología determina en gran parte la metodología del docente, sigue siendo necesaria la lectura como medio para adquirir conocimientos.

En consecuencia, los ejercicios de razonamiento, análisis e interpretación de textos son tan importantes en el desarrollo de las competencias de áreas como la Lengua Castellana o la matemática. En ambos casos se requiere de las habilidades para comprender, abstraer y analizar los contenidos leídos, haciendo visibles la información relevante, discerniendo de los datos con instrucciones precisas de aquellos que no son tan explícitos (OCDE, 2004). Por eso, en la resolución de problemas matemáticos la comprensión lectora es considerada una habilidad fundamental a la hora de consolidar las competencias básicas en cada nivel educativo (Mineducación, 2006). Sobre estas bases teóricas se logró un acercamiento a esas habilidades

que deben ser consideradas al momento de implementar cualquier tipo de estrategia.

Estos aspectos considerados son en primer lugar la formulación concreta de una situación que puede ser visualizada tanto dentro como fuera del contexto áulico, referido en este caso al conocimiento matemático; asimismo, el desarrollo junto con el método para la aplicación de las técnicas efectivas para resolver dichos problemas; seguido de la verificación de los resultados con la interpretación y el análisis de los mismos; para luego generalizar las conclusiones de éstos sobre otros posibles casos o contextos. Finalmente, se logra que el estudiante adquiera confianza en el proceso y se sienta a gusto con la resolución de problemas matemáticos.

Desde este enfoque pedagógico como didáctico, la propuesta que se desarrolla en este estudio resulta valiosa, como el método heurístico de Pólya, el cual tiene un referente epistemológico riguroso que ha sido aceptado y validado por el Mineducación, por lo cual puede ser implementado en cualquiera de los niveles y modalidades del sistema educativo colombiano; desafortunadamente no se ha dado a conocer lo suficiente en todas las instituciones educativas del país, por lo cual los estudiantes ingresan a la universidad sin haber consolidado las competencias matemáticas básicas, como es el caso de la resolución de problemas.

Así entonces, se pudo ver que en los Estándares Básicos de Competencias (Mineducación, 2006) muchos de estos estudiantes no son matemáticamente competentes, pues no se han alcanzado en los niveles educativos previos los criterios establecidos por los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), específicamente en la malla curricular del área de matemáticas; evidenciando abiertamente que los procesos que articulan, estructuran y desarrollan cada competencia no han sido debidamente fundamentados a través de metodologías apropiadas como la modelación, simulación, análisis y razonamiento tanto lógico como lateral o creativo.

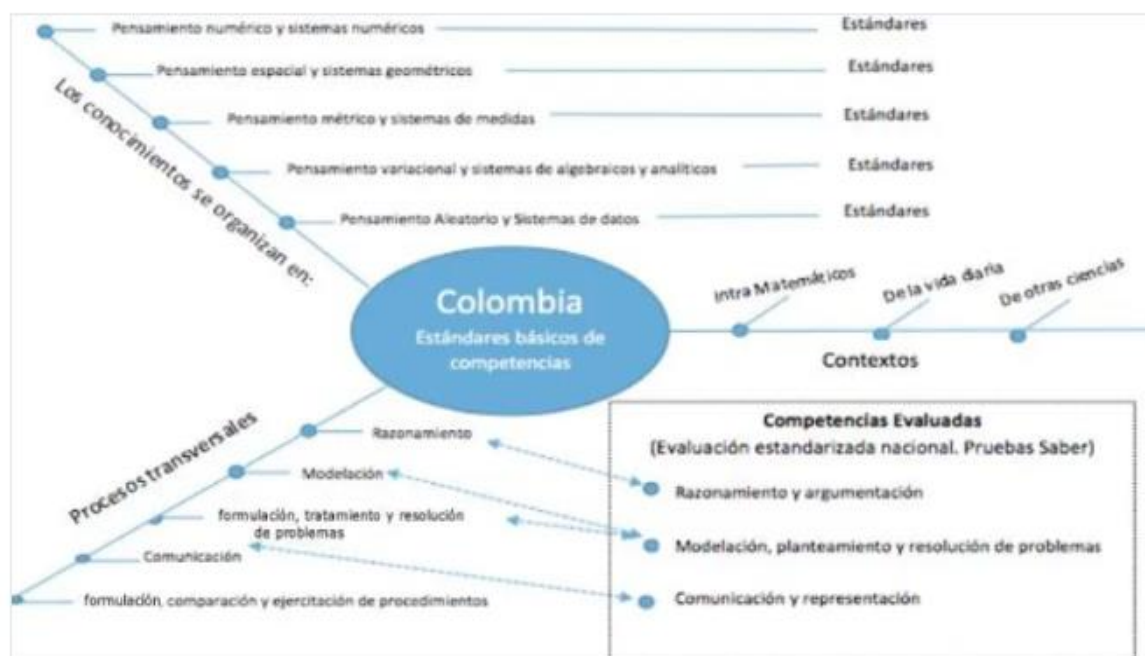


Figura 4. Malla del currículo para el área de Matemáticas a nivel nacional.

Fuentes: Tomado de Fundamentación teórica de los DBA para el área de Matemáticas (2016).

De acuerdo con lo anterior, si un estudiante es matemáticamente competente será capaz de resolver cualquier tipo de problema que se le plantea, siguiendo de forma sistemática y coherente una serie de pasos que estructuran su pensamiento matemático y le dan habilidades para consolidar las competencias matemáticas exigidas por el MEN (ver figura 4); en la imagen se representan los procesos transversales contemplados dentro de los llamados estándares básicos de competencias, mediante los cuales se evalúa el desempeño alcanzado por cada estudiante, en este caso para el área de las matemáticas (MEN, 2016). Asimismo, al visualizar el proceso que se sigue en la resolución de problemas se atiende a las indicaciones del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés), como se observa en la figura 5.



Figura 5. Consideraciones sobre la práctica pedagógica de las matemáticas.

Fuente: Tomado de PISA (2012).

Como se observa en la figura 5, el proceso inicia con el planteamiento de un problema que puede darse desde un contexto real o ficticio, para que el estudiante organice la información en forma de datos y formule una interrogante a la cual debe dar respuesta o solución una vez que encuentre o descifre el método apropiado para ello. En la medida en que sea capaz de entender lo que lee, le será más fácil o más difícil llegar a una solución, empleando los métodos y procedimientos matemáticos conocidos para finalmente hallar un resultado, interpretar o razonar su respuesta, argumentar sobre el cómo lo ha llevado a cabo y describir finalmente qué tan útil ha de ser este procedimiento en otros problemas o contextos. Lo cual se puede observar con mayor claridad en la figura 6., en la cual se identifican las habilidades matemáticas que son

fundamentales para alcanzar la resolución de los problemas.

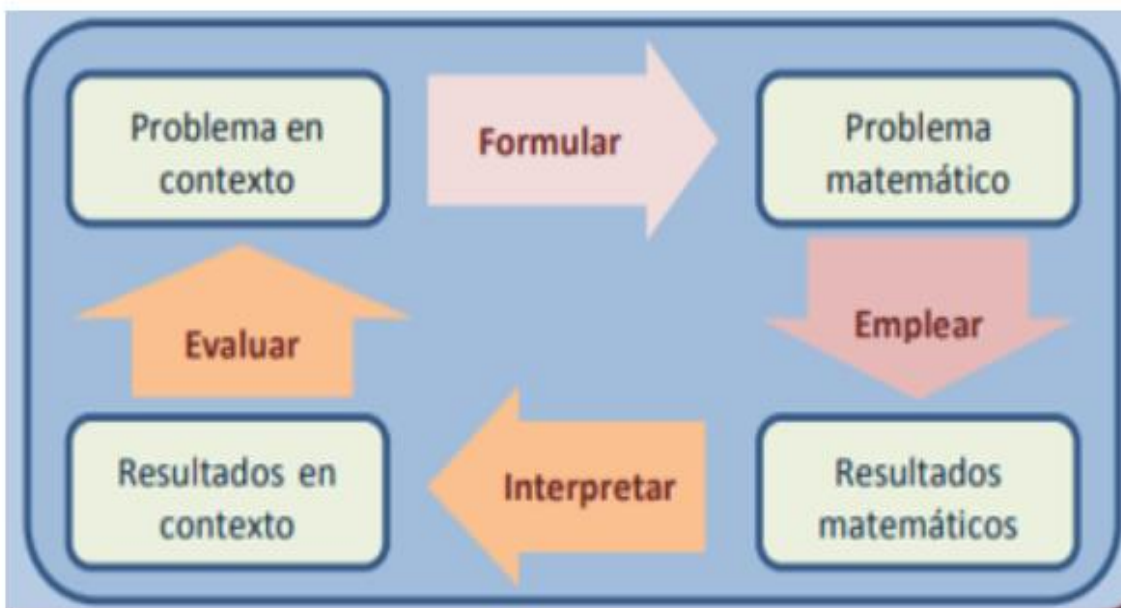


Figura 6. Visualización del proceso para la resolución de problemas matemáticos.

Fuente: Tomado de PISA (2012).

En este caso se trata de articular de manera sistemática los procesos para la resolución del problema, iniciando del problema en contexto, en el cual se describe mediante la redacción de un texto los datos junto con la información pertinente que luego permitirá formular de manera matemática dicho problema (generalmente mediante el uso de axiomas o teoremas); ahora se hace necesario reconocer con cierta certeza cuál de las fórmulas emplear para alcanzar resultados numéricos o matemáticos, que deben ser interpretados a través de cálculos y gráficos de ser necesario. En todo caso una vez interpretados estos resultados es necesario que sean evaluados dentro de dicho contexto para saber si es posible replicarlos en otros.

Esto es lo que Pólya denomina un método heurístico, porque propicia el descubrimiento o el hallazgo de soluciones que pueden ser útiles no solo para este problema en particular sino para

muchos otros que sean semejantes pero aplicados a otros contextos o situaciones; por eso recalca la importancia de la comprensión lectora como un primer paso para avanzar en el proceso de la resolución del problema, no importa si la información se encuentra redactada en párrafos o si es presentada mediante gráficos o imágenes como las infografías. Si es necesario se debe indagar para adquirir nueva información que complemente lo que describe el problema.

En este sentido, de acuerdo con Pólya (1965) la heurística es un método que permite utilizar en su conjunto todas las operaciones mentales que sean necesarias para resolver un problema, es decir no limita los métodos a uno en particular, sino a una secuencia lógica y razonada de pasos. Por eso, para este autor, la experiencia y las vivencias previas son indispensables para alcanzar el éxito en la aplicación de este método; mientras que para Boscán y Klever (2012), lo importante es comprender el enunciado para llegar a una formulación matemática que contenga los datos que existen y evidencie los datos que faltan.

Todo lo anterior sustenta la importancia del diagnóstico que permitió caracterizar las habilidades contempladas en la estrategia didáctica CAJATRI para el fortalecimiento de la comprensión lectora en la resolución de problemas, como lo expresa Tobón (2013) alcanzando un aprendizaje significativo una vez que se ha comprendido qué hacer y cómo llevarlo a cabo. Por lo tanto, a partir de los resultados encontrados se logró formular un comparativo entre las etapas de la comprensión lectora y la competencia resolución de problema matemático, teniendo en cuenta los procesos o las etapas que son requeridas para su estructuración mental y su posterior desarrollo, como se observa en la tabla 2.

Tabla 2. Habilidades de comprensión lectora y resolución de problemas necesarios para resolver ejercicios trigonométricos.

Habilidades de comprensión lectora	Resolución de problemas trigonométricos
Anticipación: el estudiante predice o infiere lo que se expone en el texto, desde el momento en que lee el título y observa las imágenes. Siendo capaz de formular las primeras hipótesis.	Comprensión del problema: en este caso el estudiante se cuestiona sobre qué tiene que hallar o qué hay que resolver, cuáles son los datos que se presentan y sobre qué condición o precepto matemático hay que trabajar; también se cuestiona sobre si los datos que tiene son suficientes, si son contradictorios o si necesita otros.
Auto-cuestionamiento: consiste en reconocer si ha sido entendida la lectura o si es necesario volver a leer el texto cuantas veces se requiera para llegar a entenderlo de forma clara y precisa.	Concebir un plan: en este caso, el estudiante es capaz de formular el problema de diversas formas, es decir de plantearlo de manera que sea para él más comprensible, pero manteniendo los datos preestablecidos.
Vocabulario: en este punto el estudiante maneja un léxico que le permite reconocer sinónimos o establecer analogías.	Traducción del problema: aquí el estudiante reconoce los términos tanto lingüísticos utilizados en la formulación del problema, como el significado de las fórmulas, símbolos y demás referentes que indican los datos como los procedimientos a seguir.
Esquemmatización: el estudiante es capaz de relacionar las ideas principales y las secundarias con el sentido o propósito de la lectura, es decir con la intención del autor.	Abordaje: el siguiente paso consiste en organizar y formular los datos en términos matemáticos, es decir, aplicando el teorema, el axioma o la fórmula que sea necesaria para hallar la incógnita o el resultado.
Sintetización: Una vez que se ha estructurado el tema mentalmente, se procede a sintetizar o resumir las ideas para expresar el sentido o el propósito del tema.	Análisis e integración del problema: Ya con la formulación matemática del problema a resolver, el siguiente paso es aplicar o proceder a su resolución, teniendo en cuenta cuál información fue relevante y cuál no. Solo así podrá llegarse al paso final.
Uso del conocimiento: finalmente el estudiante que adquiere la habilidad de comprensión lectora tiene la capacidad de comunicar o expresar de manera fluida lo que ha aprendido, hablar de esta experiencia con la certeza de lo que conoce o comprende. Así logra reproducir y aprovechar este conocimiento en otras circunstancias o situaciones futuras.	Concebir un plan: Del análisis anterior el estudiante ya tiene identificados los pasos seguidos, así como la utilidad de cada uno de los datos que le brindó el planteamiento inicial formulado. Es momento de argumentar hasta dónde dicho planteamiento fue claro y coherente, qué otros datos hubiesen sido más útiles, cómo podría utilizarse este procedimiento en otros problemas matemáticos, en fin, estructurar de manera lógica pero también creativa cómo de aquí en adelante podrían usarse estos pasos para resolver otro tipo de problemas matemáticos.

4.2 Identificación de las deficiencias de comprensión lectora y resolución de problemas trigonométricos

Llegados a este punto se aplicó el cuestionario o test a los 31 estudiantes matriculados en el curso Fundamentos de Geometría y Trigonometría en el primer semestre de 2022, asignatura que en pensum del Programa de Licenciatura en Matemáticas es del primer semestre. A continuación, se presentan resultados en dos fases, una primera que corresponde a la caracterización de los estudiantes y la segunda que está relacionada con los resultados específicos de la prueba.

Fase 1. Caracterización de los estudiantes participantes en el estudio

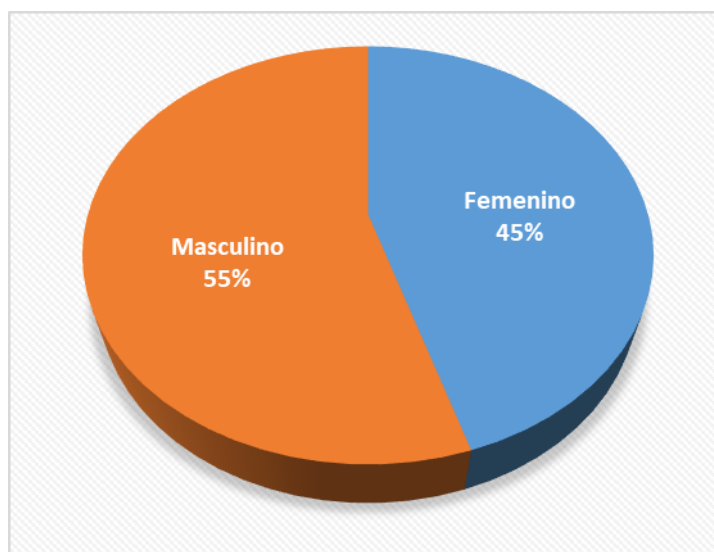


Figura 7. Estudiantes por género.

Como se puede observar en la figura 7, el 55% de los estudiantes matriculados son hombres, mientras que un 45% son mujeres. Esto indica que la mayoría de los docentes en formación de la UFPS son de sexo masculino, lo cual ha sido muy característico en América Latina; para Lyon (2019) la razón de ello se encuentra en el estereotipo que se mantiene entre lo que se espera de una mujer a diferencia de un hombre. No existe ningún estudio que demuestre

algún tipo de diferencia en las capacidades o habilidades mentales de ambos sexos hacia las matemáticas.

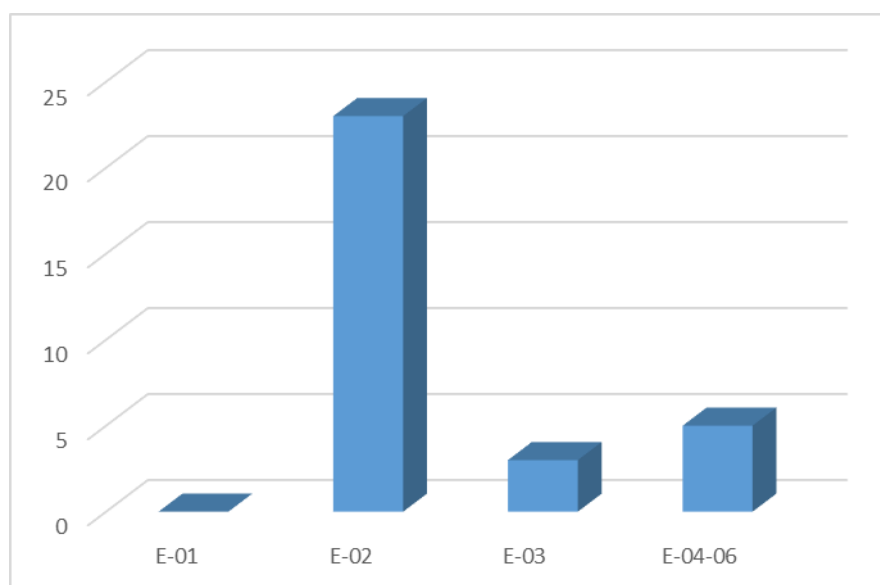


Figura 8. Estudiantes por estrato.

Ahora bien, el estrato socioeconómico si puede ser un factor a considerar en la elección de una carrera como la Licenciatura en Matemáticas, pues juega un papel fundamental el proyecto de vida que muchos de estos jóvenes buscan alcanzar y sobre todo mantener a largo plazo. Como se observa en el caso de la Licenciatura en Matemáticas del 1er semestre de la UFPS, el 74% de los estudiantes son estrato 2, 10% estrato 3 y 16% de los estratos 4 al 6. No existen estudiantes del estrato 1; de acuerdo con Skatova y Ferguson (2014) los estudiantes eligen su carrera universitaria siguiendo motivaciones como intereses personales o preferencias por alguna de las materias que estudiaron a lo largo de su educación primaria y secundaria.

Mientras que para Holmegaard (2015) la narrativa de los estudiantes de secundaria revela que éstos se inclinan por carreras que no tengan nada que ver con aquellas materias que les han sido difíciles o problemáticas como las matemáticas y la física, mientras que un estudio del

Laboratorio de Economía de la Educación (LEE) de la Universidad Javeriana, reseñado por el Tiempo el Periódico El Tiempo y publicado en la página web de la Universidad de Cundinamarca (UDEC) del 6 de agosto del 2020, revela que en su mayoría, los estudiantes del estrato 1 se inclinan por carreras como la Ingeniería de Sistemas o la Informática, así como la Contaduría.

En todo caso, la falta de recursos económicos no debería ser de ninguna forma una limitante para formarse en la carrera que realmente sea la vocación de cualquier joven; por eso sería conveniente analizar con mayor profundidad en otros estudios si existe algún tipo de limitación para esta población, que pueda convertirse en un factor de discriminación o de alienación a esta carrera u otras de su misma línea de formación.

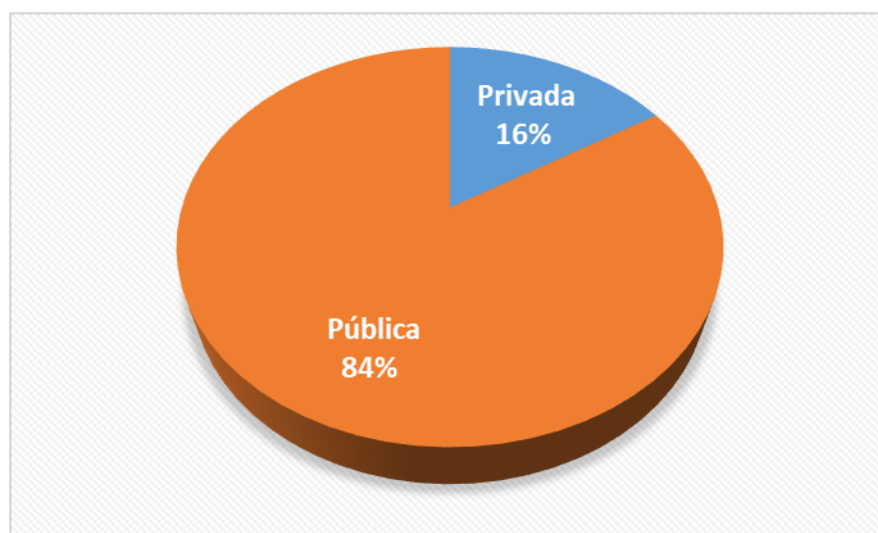


Figura 9. Estudiantes provenientes de instituciones públicas o privadas.

Como se observa en la figura 9., el 84% de los estudiantes culminaron sus estudios en instituciones educativas públicas y el 16% de privadas. Algo digno de resaltar para el caso de la carrera de Licenciatura en Matemáticas, si se tiene en cuenta que estudios como el de la

Universidad Javeriana y su Laboratorio de Economía de la Educación (LEE) resaltó que para el 2019 la diferencia en los resultados o puntajes de las pruebas Saber 11 entre los estudiantes de instituciones públicas y privadas, era de un promedio de 25 puntos a favor de éstos últimos; mientras que en el lapso del 2020 al 2021 esta brecha aumentó en 32 puntos, a favor como ya se indicó de los estudiantes de instituciones educativas privadas.

Este estudio dejó en claro que las áreas como el inglés y las matemáticas son las que muestran una mayor diferencia entre los puntajes alcanzados por los estudiantes de las instituciones educativas privadas frente a los de las públicas; la razón según estas investigaciones es que los jóvenes de las instituciones particulares tienen mayores ventajas a la hora de contar con dispositivos y recursos tanto dentro como fuera del aula de clase. Lo cual se vio aún más agravado durante el aislamiento obligatorio por la pandemia del Covid-19, en muchas instituciones públicas que no tuvieron los recursos tecnológicos ni el personal docente capacitado para impartir con eficacia las clases, especialmente el inglés y las matemáticas.

Por esta razón, es meritoria la participación de esta cantidad de estudiantes provenientes de instituciones públicas de Cúcuta y Norte de Santander, porque refleja una confianza en los programas de formación docente de esta universidad, pero también una vocación real por parte de aquellos jóvenes que sienten inclinación por esta dura tarea que es convertirse y desempeñarse como educador; lo cual podría tener a su vez una connotación emotiva y motivacional por el ejemplo o el gran impacto positivo que los docentes de sus colegios e instituciones han dejado marcado en su vida.

Estudiantes por etnia. Se encuentran 6 estudiantes que están catalogados como víctimas de la violencia; no existen estudiantes correspondientes a las etnias Comunidades Negras,

Afrocolombianas, Raizales y Palanqueras.

Estudiantes por discapacidad. De la totalidad de los estudiantes participantes en el estudio, se identifica un estudiante con autismo.

Estudiantes por estado civil. El 100% de los estudiantes se encuentran en estado civil solteros.

Edad de los estudiantes. Los estudiantes de primer semestre tienen una edad promedio de 18,29 años con desviación estándar de 1,51 años, presentando una diferencia significativa con respecto a las de la población de estudiantes del programa, siendo estas significativamente menores para los de primer semestre

No existe diferencia significativa en edades para hombres y mujeres ni por tipo de institución: para hombres la edad promedio es 18,35 años con desviación estándar de 1,46 y para mujeres 18,21 y 1,63, respectivamente; los estudiantes que terminaron bachillerato en instituciones públicas tienen una edad promedio de 18,31 años con desviación estándar de 1,57, mientras que los que provienen de instituciones privadas tienen edad promedio de 18,20 años con desviación estándar de 1,30 años.

Fase 2. Resultados comprensión lectora en la resolución de problemas trigonométricos.

Ahora bien, una vez aplicada la prueba o test (Ver Anexo A), se observó que los estudiantes presentaban falencias en el reconocimiento del lenguaje técnico relacionado con la geometría y trigonometría, así como en la realización de procedimientos aritméticos y algebraicos, los cuales se evidencian en el abordaje de los problemas propuestos durante la asignatura, donde los estudiantes mostraron aplicación errónea del teorema de Pitágoras, no se sabían ubicar en el

sistema de coordenadas rectangulares, no reconocían los elementos del triángulo rectángulo y no rectángulo, entre otros, los cuales están relacionados con el desconocimiento tanto del lenguaje técnico como mal manejo de procedimientos algebraicos y aritméticos generando manejo inadecuado de los datos proporcionados en un problema, lo cual conducía a una resolución errónea.

A nivel general se evidencia como principal problema que no reconocían la incógnita del problema, es decir no comprendía lo que se estaba preguntando o lo pedía el ejercicio y por ende les daban mal manejo a los datos proporcionados por el problema; para poder apreciar con mayor claridad estos resultados se parte del siguiente análisis estadístico y descriptivo, atendiendo a las categorías o variables estudiadas que fueron: la comprensión lectora y la habilidad para resolución de problemas. Los resultados obtenidos por los estudiantes en los diferentes ítems que conforman la prueba se ubicaron en la escala de calificación de la Universidad Francisco de Paula Santander que va de 0.0 a 5.0, siendo 0.0 la calificación más baja y 5.0 la máxima. A partir de ella se definieron tres niveles de comprensión lectora: alta (4.0 a 5.0), media (3.0-3.9), baja (0.0-2.9) y tres niveles de habilidad para resolución de problemas: (4.0 a 5.0), media (3.0-3.9), bajo (0.0-2.9) como se muestra en la tabla 3.

Tabla 3. Niveles percibidos o identificados de la comprensión lectora que poseen los estudiantes.

Nivel de Comprensión Lectora	Número de estudiantes	%
Alto	6	19%
Medio	7	23%
Bajo	18	58%
Total	31	100,0%

Estos resultados se muestran en la figura 10 para representar cada uno de los niveles de comprensión lectora alcanzados por los estudiantes que participaron en la prueba o test.

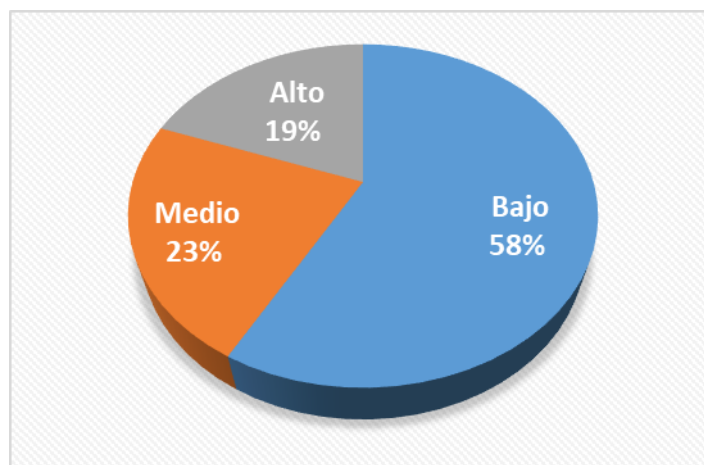


Figura 10. Nivel de comprensión lectora que mostraron los estudiantes en el test.

El 58% de los estudiantes demostró un nivel bajo en su comprensión lectora, al desconocer muchos de los términos técnicos presentados en la prueba, así como el desconocimiento del tema, el no leer varias veces el texto para buscar comprenderlo, ni apoyarse en los gráficos y las figuras mostradas para encontrar una idea o un concepto ya conocido que les ayudara a ubicarse con claridad en el tema, mientras que un 23% muestran cierto nivel de comprensión lectora como el literal y un restante 19% un nivel alto, siendo capaces de comprender lo que leen.

En este caso, atendiendo a la forma como los estudiantes fueron desarrollando los problemas propuestos en la prueba o test (Ver Anexo) se encontró que el 61% de los estudiantes demostró un nivel bajo en la Resolución de Problemas, pues al desconocer muchos de los términos técnicos (teodolito, ángulo de elevación, razones trigonométricas...), tuvieron la dificultad para identificar lo que se les estaba pidiendo que resolvieran, cuáles eran los datos que se les presentaron y cuál el procedimiento a seguir. Mientras que otro 26% mostró una habilidad

media y resolvieron algunos de los problemas con más facilidad, frente al 13% restante que halló acertadamente la solución a cada problema (tabla 4 y figura 11).

Tabla 4. Niveles percibidos o identificados para la Resolución de Problemas que poseen los estudiantes.

Habilidad para Resolución de problemas	Número de estudiantes	%
Alta	4	13%
Media	8	26%
Baja	19	61%
Total	31	100,0%

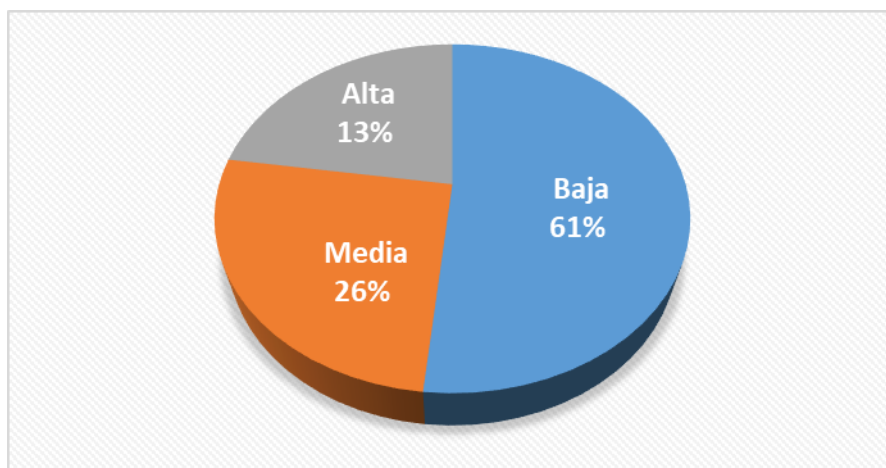


Figura 11. Nivel de Resolución de Problemas que mostraron los estudiantes en el test.

Por eso, para establecer una relación entre estas categorías se formula un comparativo entre ambas, analizando el desempeño de los estudiantes del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la UFPS en la resolución de problemas y la comprensión lectora, tal y como se muestra en la tabla 5.

Tabla 5. Matriz comparación de resultados entre las categorías.

Nivel de Comprensión Lectora	Habilidad para Resolución de problemas						Total	%
	Alta	%	Media	%	Baja	%		
Alto	0	0%	3	9.67%	3	9.67%	6	19.34%
Medio	3	9.67%	4	12.91%	0	0%	7	22.58%
Bajo	1	3.23%	1	3.23%	16	51.62%	18	58.08%
Total	4	12.9%	8	25.81%	19	61.29%	31	100%

Los datos presentados en la tabla 5 permiten inferir en primer lugar: que no existe un punto de encuentro o un nivel de aceptación alto que demuestre que alguno de los estudiantes pudo comprender y resolver el problema de forma fácil al mismo tiempo, porque ninguno de los estudiantes demostró tener ambas habilidades consolidadas. Es decir, que, si bien el promedio de la comprensión lectora es bajo en un 58,08%, la resolución de los problemas también es bajo para el 61,29% de los estudiantes. Solo un 25.81% de ellos muestran unas competencias medio y altas en la resolución de problemas 12.9%, lo que en definitiva indicaría que al fortalecer la comprensión lectora en los estudiantes se les estaría fortaleciendo una habilidad básica para que puedan resolver con mayor facilidad los problemas trigonométricos o cualquier otro tipo de problema en el ámbito matemático.

Asimismo, las observaciones encontradas por el investigador le permitieron organizar los resultados del desempeño en cuatro (4) subgrupos atendiendo a los siguientes criterios: en un primer subgrupo están los estudiantes que logran comprender con facilidad el problema y lo resuelven acertadamente; en un segundo subgrupo se encuentran aquellos estudiantes que aunque logran comprender el planteamiento no integran la información a conocimientos anteriores o pierden un eslabón de la cadena por lo cual no pueden resolver el problema.

En el tercer subgrupo se hallan aquellos que paradójicamente resuelven el problema, aunque no saben o no comprenden con certeza cómo lo hicieron y el último subgrupo está conformado por los estudiantes que definitivamente no logran comprender la formulación del problema y por ende tampoco pueden resolverlo. Aquí es muy importante recordar y sustentar estos hallazgos con el modelo heurístico formulado por Pólya y que es el enfoque asumido por el autor de este estudio; en el cual se explica como ya se desarrolló en el marco teórico, que deben darse cuatro (4) etapas en la resolución del problema: (a) comprender el problema para poder identificar la incógnita y los datos que se presentan,

En segundo lugar (b) concebir un plan, que implica la capacidad de integrar lo que ya se ha visto o se ha aprendido sobre el tema con lo que se tiene que hacer para poder estructurar mentalmente el procedimiento a seguir; (c) Ejecutar el teorema o el procedimiento para encontrar la solución, teniendo claridad de los pasos a seguir y su utilidad; (d) tener una visión retrospectiva de lo que se hizo, por qué se hizo y si es posible replicar este procedimiento en otros problemas, manteniendo las condiciones básicas semejantes. Pudiendo sintetizar estos aspectos en la siguiente tabla, estableciendo al mismo tiempo un comparativo entre la comprensión y la solución de problemas trigonométricos de los estudiantes del 1er semestre del Programa de Licenciatura en Matemáticas.

Tabla 6. Comparativo entre la comprensión y la solución de problemas trigonométricos de los estudiantes del 1er semestre del Programa de Licenciatura en Matemáticas.

Subgrupos	Análisis
Primer subgrupo: Comprenden y resuelven el problema	Fueron aquellos estudiantes que reconocieron la incógnita los datos proporcionados en el problema, es decir, que manejaron correctamente el lenguaje técnico y además dominaron los diferentes procedimientos aritméticos y algebraicos.
Segundo subgrupo Comprenden, pero no resuelven el problema	Se pudo observar que algunos de los estudiantes una vez que han comprendido el planteamiento, reconocen la incógnita y los datos proporcionados en el problema, es decir manejan correctamente el lenguaje

	técnico, pero no dominan los diferentes procedimientos aritméticos y algebraicos, por lo cual no logran resolver el problema.
Tercer subgrupo No comprenden, pero sí resuelven el problema	En este caso, otros de los estudiantes a pesar de leer el planteamiento no reconocen la incógnita ni los datos proporcionados en el problema, es decir que no tienen manejo del lenguaje técnico; sin embargo, demuestran habilidad en manejo de procedimientos aritméticos y algebraicos, hallando la solución al problema, aunque de una forma más lenta.
Cuarto subgrupo No comprenden y no resuelven el problema	Estos son los estudiantes no tienen una habilidad para comprender lo que leen, por eso no reconocen la incógnita ni los datos proporcionados en el problema, es decir que no tienen manejo del lenguaje técnico y por ende, tampoco demuestran habilidad en manejo de procedimientos aritméticos y algebraicos, por lo cual no pudieron resolver los problemas.

Atendiendo a estas características definidas en el desempeño que tuvo cada estudiante, se presenta a continuación la propuesta de intervención denominada “Cajatri”, bajo el método heurístico de Pólya, que afiance los niveles de comprensión lectora de los estudiantes del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la UFPS, así como la competencia resolución de problemas.

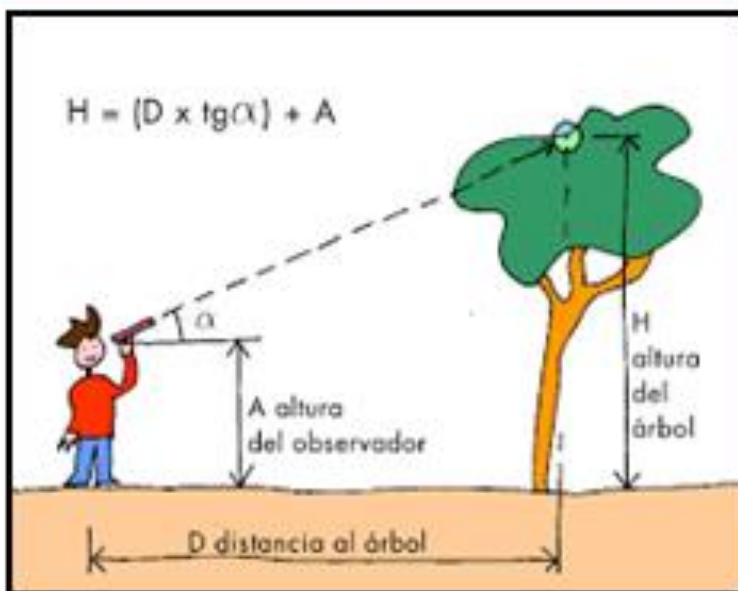
4.3 Estrategia CAJATRI bajo el método heurístico Pólya para la comprensión lectora en la resolución de problemas trigonométricos


CAJATRI: UNA EXPERIENCIA
DIDÁCTICA PARA LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
TRIGONOMÉTRICOS

¿Que es
trigonometria ?

Es una rama de la matemática, y más específicamente se refiere al estudio de los triángulos.

En términos generales, la trigonometría es el estudio de los triángulos trigonométricos, como: seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante. Interviene directamente en los temas de la matemática y se aplica en todos aquellos sectores donde se requieren medidas de precisión.



 <p>UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER UFPS</p>	<p>UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER UFPS 1ER SEMESTRE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS FUNDAMENTOS DE GEOMETRIA Y TRIGONOMETRIA</p>				
IDENTIFICACION DEL AMBIENTE DE APRENDIZAJE					
Area	Matemáticas	Semestre	I	N° de estudiantes	31
Autor	Cesar Augusto Davila Carrillo				
Tiempo	4 semanas (duración de cada actividad: 2 horas)				
ORIENTACIONES GENERALES					
Utilidad de la Estrategia Didáctica	<p>Partiendo del diagnostico ejecutado se busca fortalecer la comprension lectora como una habilidad fundamental para la consolidación de la competencia resolución de problemas, a través de la aplicación del método heurístico de Pólya. Asimismo, El profesor Juan Fernando Zambrano Acosta, docente investigador de la Universidad Pontificia Bolivariana es uno de los principales exponentes del Modelo pedagógico denominado "Escuela Nueva Activa", en su criterio, este modelo se adapta a las exigencias del mundo moderno, pues ofrece una educación de calidad que forma para la vida y promueve el desarrollo de competencias importantes como aprender a aprender, tomar iniciativa, emprender, pensar críticamente, liderar procesos y trabajar en equipo. (Urquijo Morales, 2020). Por eso se espera que los estudiantes no solo fundamenten el manejo de la competencia matemática Resolución de Problemas, sino que gracias al fortalecimiento de la comprensión lectora puedan adquirir un mayor manejo de sus habilidades creativas como la perspicacia, la reflexión, la visión de nuevas perspectivas, la imaginación, entre otras.</p>				
Momento 1: Introducción	<p>Las estrategias didacticas permiten aproximar a la estudiante de una forma creativa e innovadora al conocimiento, pero, sobre todo, autónoma. En este caso, se busca alcanzar un aprendizaje significativo mediado por los recursos tradicionales, pero también con las TICs, favoreciendo el trabajo colaborativo, la iniciativa y la participación protagónica de todos y cada uno de los estudiantes del 1er semestre de la Cátedra Fundamentos de Geometría y Trigonometría. Sin embargo, para ello se hace necesario desarrollar el pensamiento creativo en los estudiantes como una competencia transversal que facilite el aprendizaje y desarrollo, no sólo en su rendimiento académico sino también su formación integral como ser humano, ya que la creatividad es importante en el progreso y el bienestar social.</p> <p>En este caso se asume el método heurístico de Pólya que consiste básicamente en</p>				

	<p>realizar una serie de pasos sistemáticamente para asegurarse de comprender con claridad el enunciado del problema, identificar la incógnita, reconocer los datos, clasificarlos según su relevancia y encontrar un procedimiento eficaz (ojalá el más simple) que garantice la solución del problema de forma acertada. En razón de esto, las dinámicas que se describen en esta estrategia son simples, es decir se busca afianzar en el estudiante el interés por la matemática, en especial por la trigonometría, dejando claros muchos de los términos técnicos que debe manejar para facilitar la solución a los problemas propuestos.</p> <p>Asimismo, se da inicio con una serie de acertijos que inducen al pensamiento creativo o lateral, más allá del propio razonamiento lógico-deductivo que es representativo de las ciencias fácticas como la matemática y por ende la trigonometría; Según Nevarez (2003), los acertijos con una estrategia excelente para el fortalecimiento del pensamiento lateral, pues implica un reto para la mente del estudiante, motivándole a que resuelva la situación o le dé solución al problema propuesto. Además, propicia el trabajo colaborativo al permitir que se trabaje en equipos, se fomenta la sana competencia y la recursividad como la flexibilidad mental en todo el grupo.</p>
PLANEACION DE LA ESTRATEGIA DIDACTICA	
Aspectos básicos	<p>DEA: el estudiante reconoce y aplica teoremas, propiedades y relaciones geométricas (Teorema de Thales y Teorema de Pitágoras) para ejecutar acertadamente procedimientos de cálculo trigonométrico.</p> <p>Evidencias de aprendizaje:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comprende el enunciado del problema y reconoce de forma ágil cuál es la incógnita. • Identifica y clasifica según su relevancia los datos presentados en el planteamiento, así como los distintos términos técnicos referidos para darle claridad a la estructuración de los procedimientos a llevar a cabo. • Estructura un plan para ejecutar de manera sistemática los pasos o el procedimiento indicado en el teorema o axioma. • Ejecuta el plan de maneja eficaz, aplicando los procedimientos de cada teorema en los tiempos establecidos, pasando de ser necesario de un problema a otro hasta lograr completar las soluciones pedidas. • Revisa y comprueba que ha obtenido la respuesta correcta y que ha utilizado los

	<p>procedimientos de cada teorema de forma acertada; siendo capaz de reconocer la utilidad de cada fórmula, de cada dato y de los procedimientos ejecutados. Incluso de argumentar de forma clara y razonada cómo se ha dado solución a los problemas.</p> <p>Materiales y recursos: Revisión documental, debate, mesa redonda, lecturas, medios audiovisuales o recursos TICs, trabajo en equipo, talleres, muestras fotográficas, rejillas.</p>
<p>Sesión 1. Adivinanzas para la estimulación del pensamiento lógico-deductivo y el pensamiento creativo o lateral</p>	<p>Inicio: Según Nevarez (2003), los acertijos con una estrategia excelente para el fortalecimiento del pensamiento lateral, pues implica un reto para la mente del estudiante, motivándole a que resuelva la situación o le dé solución al problema propuesto; además propicia el trabajo colaborativo al permitir que se trabaje en equipos, se fomenta la sana competencia y la recursividad como la flexibilidad mental en todo el grupo.</p> <p>De Bono E. (2007) explica que el pensamiento creativo o también conocido como pensamiento lateral representa esa capacidad o habilidad para cambiar la perspectiva de las ideas, la percepción como los conceptos, de modo que no es necesario acudir a fórmulas o métodos memorísticos para resolver ciertas situaciones o problemas, sino simplemente, verlos de otra manera. Por lo cual es necesario acudir a otros métodos que no sean la memoria o las repeticiones, porque éstas de nada sirven; sin embargo, el razonamiento lógico y la inventiva si se pueden fusionar en esta labor, para acudir a cualquier posibilidad que permita justificar el por qué o la respuesta del problema planteado.</p> <p>Desarrollo: Se les entrega a los estudiantes una hoja multigráfica con los siguientes acertijos y se les da un máximo de tiempo para que los resuelvan, discutiendo en mesa redonda los resultados de las respuestas.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. La familia Pérez. En la familia Pérez hay 7 hermanas y cada hermana tiene 1 hermano. Si se cuenta el Sr. Pérez, ¿cuántos hombres hay en la familia Pérez? 2. Las hermanas. Teresa y Elisa nacieron el mismo día, del mismo mes, del mismo año, de la misma madre y el mismo padre; sin embargo, no son gemelas, ni mellizas. ¿Cómo es eso posible? 3. La viuda. ¿Es legal para un hombre casarse con la hermana de su viuda? ¿Por qué?

4. Flash. El corredor legendario Flash Fleetfoot fue tan rápido que sus amigos dijeron que podía apagar el interruptor de la luz y saltar en la cama antes de que la habitación estuviera a oscuras. En una ocasión Flash demostró que podía hacerlo. ¿Cómo?

5. El manuscrito. Un antiguo manuscrito escondía el nombre secreto de un mago. Dice la leyenda que si descubrias el nombre, le entregabas una piedra y lo pronunciabas junto a él, estaría obligado a convertir la piedra en oro. Por desgracia, el mago murió hace ya muchos siglos, pero aún tenemos el manuscrito con el mensaje que dice así: «Empieza por 500 y también por 500 termina, en el medio encontrarás un 5. Si quieres completar el nombre, utiliza la primera de las letras y el primero de los números. Pronunciarlo en voz alta y convertiré la piedra en oro.» ¿Sabrías adivinar cómo se llamaba el mago?

6. Plumas. Pablo lleva una funda de almohada llena de plumas. Marcos lleva tres fundas de almohada del mismo tamaño que Pablo, sin embargo, la carga de Marcos es más ligera. ¿Cómo puede ser esto?

7. El ascensor. Una mujer que vive en un 10º piso, todos los días toma el ascensor para bajar a la planta baja para ir de compras o para ir a trabajar. Al volver, siempre toma el ascensor, pero sube hasta el piso octavo. Las otras dos plantas que le quedan hasta el 10º piso las sube andando. Los días de lluvia, en cambio, sube hasta el 10º en ascensor. Esta persona podía caminar, sin embargo ¿por qué lo hace?

8. El cantinero. Un hombre entra en 1 bar y le pide al cantinero un vaso de agua. El cantinero saca una escopeta bajo la barra y le apunta al hombre a la cabeza. El hombre mira al camarero y le dice gracias aliviado. Tras lo cual sale del bar. ¿Por qué?

9. El ahorcado. En medio del campo, hay un granero de madera completamente vacío. En su interior, de la viga central pende una cuerda, y de la cuerda cuelga un hombre muerto. Sus pies están a 40 cm del suelo, y la pared más cercana está a 3 m del cadáver. No es posible subirse por las paredes ni por las vigas, no hay ningún mueble ni hay forma de que el hombre haya podido trepar. Sin embargo, este hombre se suicidó ahorcándose. ¿Cómo lo hizo?

	<p>10. La asesina. Una mujer mató a su marido utilizando un hacha de cortar leña, y después, intentó solucionar el problema para que la policía no la descubriera. Mató a su marido en el jardín, limpió todas las huellas, y después metió el cuerpo en la furgoneta. Se fue al desierto de madrugada y lo enterró. Posteriormente regresó a casa a buscar el hacha, la limpió y la tiró al río. Unas semanas más tarde, recibe una llamada de la policía comunicándole que habían encontrado el cuerpo de su marido y que viniera corriendo al lugar donde hallaron el cuerpo. La mujer, creía que tenía todo bajo control por lo que acudió sin miedo. Al llegar, la policía le puso las esposas y la detuvo. ¿Cómo descubrieron que ella era la asesina?</p> <p>Cierre: Retroalimentación a través de una rejilla de evaluación.</p>
<p>Sesión 2. Entremos en el mundo de la Trigonometría</p>	<p>Inicio: Como se trata de estudiantes universitarios es necesario no desarrollar con profundidad los contenidos ya vistos durante los años de estudios de secundaria, sino más bien hacer un repaso de los términos, figuras o diagramas, fórmulas y teoremas que sirven de fundamento para la resolución de los problemas trigonométricos.</p> <p>En un primer acercamiento se realiza un conversatorio sobre el tema para que los estudiantes aporten sus ideas sobre lo que ellos consideran interesante y/o útil de la trigonometría en la vida diaria.</p> <div data-bbox="467 1102 1193 1501" style="border: 1px solid gray; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">APLICACIONES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS</p> <p>Ya que la trigonometría relaciona la medida de los lados y los ángulos en un triángulo rectángulo</p> <p>nos será de gran utilidad en problemas de medición de longitudes difíciles para el hombre, tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • alturas de montañas, árboles • anchura de ríos o lagos • altura de edificios, puentes etc. </div> <p>https://www.youtube.com/watch?v=FPmchmQjybl</p> <p>Desarrollo: Tomando como texto guía el Manual del Alumno Geometría y Trigonometría de la Academia Nacional de Matemáticas, se desarrolla el contenido del bloque 1.</p>

Bloque 1 | Razones trigonométricas

1.1 Razones entre los lados de un triángulo rectángulo y sus denominaciones



Introducción

Todo triángulo que tiene un ángulo recto, es decir, que mide 90 grados, es un triángulo rectángulo. Si un triángulo no es rectángulo, decimos que es un triángulo oblicuángulo.

Los lados que forman el ángulo recto del triángulo rectángulo se denominan catetos y el lado opuesto a dicho ángulo es la hipotenusa.



A y B son ángulos agudos y complementarios.
 Ángulo C es recto, mide 90 grados.
 a y b son medidas de los catetos.
 c es la medida de la hipotenusa.

Una relación muy importante entre los lados del triángulo rectángulo que fue descubierta por los antiguos griegos hace ya más de 2000 años es el Teorema de Pitágoras, cuyo enunciado es:

"El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos".

Esta relación expresada algebraicamente se escribe:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Donde c es la medida de la hipotenusa, a y b son las medidas de los catetos.

Figura 1.1. Elementos de un triángulo Rectángulo.

La utilidad del teorema de Pitágoras es que sirve para calcular cualquier lado desconocido, si se conocen los otros dos lados, despejando el lado que se desconozca. Si despejamos c:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}, \text{ si despejamos a:}$$

$$a^2 = c^2 - b^2 \text{ y obteniendo la raíz cuadrada a ambos lados } a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

Para despejar b se sigue un proceso similar.

En todo triángulo rectángulo, la hipotenusa es el lado mayor. Puedes utilizar este hecho para comprobar tus cálculos al resolver este tipo de triángulos, pues si la hipotenusa resulta menor que cualquiera de los catetos es seguro que te has equivocado en alguna parte del proceso.

Recuerda que, en un triángulo rectángulo, uno de los ángulos mide 90° y, consecuentemente, los dos ángulos (agudos) restantes deben sumar 90°, esta es la principal propiedad de los triángulos rectángulos.

Responde:

1. ¿De qué tipo de triángulos se está hablando en el texto?
2. ¿Cuál es la diferencia entre el triángulo recto y el triángulo oblicuángulo?
3. ¿Cómo se llaman los lados de un triángulo rectángulo?
4. Enuncia el Teorema de Pitágoras de una forma diferente a la que se da en el texto.
5. ¿Cómo se puede identificar fácilmente a la hipotenusa de un triángulo rectángulo?

6. Escribe la fórmula general y todas las formas posibles de despeje para el Teorema de Pitágoras.
7. Ahora enuncia cada una de estas fórmulas que has despejado (escribiéndolas o redactándolas en el cuaderno de práctica)

Otras relaciones importantes en los triángulos rectángulos son las razones que se establecen entre la medida de sus lados. Una razón es la comparación entre dos cantidades mediante un cociente (división). La razón nos indica cuántas veces el valor de una cantidad es igual a la otra.

Dos triángulos son semejantes si tienen la misma forma y para ello deben tener sus ángulos interiores de la misma medida.

Las razones entre los lados correspondientes de dos triángulos semejantes son equivalentes, es decir, tienen el mismo valor.

Un lado de un triángulo es correspondiente a otro, en otro triángulo semejante, si se oponen (están enfrente) a ángulos de igual medida.

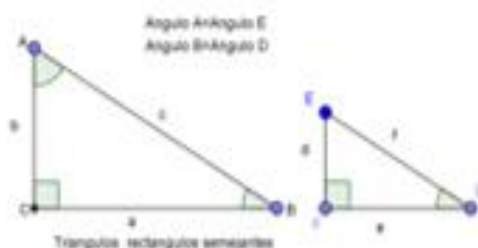


Figura 1.2 Triángulos semejantes

En el caso de los triángulos rectángulos, si uno de los ángulos agudos es igual en ellos, los triángulos serán semejantes forzosamente, puesto que tendrán sus tres ángulos iguales, ya que el otro ángulo agudo será complementario y por definición todos los triángulos tienen un ángulo recto.

Entonces si se conoce una razón entre los lados de un triángulo rectángulo y sabemos que otros triángulos rectángulos tienen el mismo ángulo agudo, significa que esa misma razón se cumplirá entre los lados correspondientes en los demás triángulos.



Consideremos los triángulos semejantes ABC y EDF, si comparamos el cateto cuya medida es b, con el cateto cuya medida es a, la razón es $\frac{b}{a}$. Si comparamos los lados correspondientes en el triángulo EDF, vemos que la razón equivalente a la anterior es $\frac{f}{e}$ ya que el cateto con medida e, es el correspondiente al cateto de medida a y el cateto de medida f se corresponde con b.



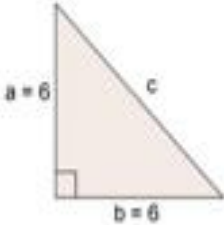
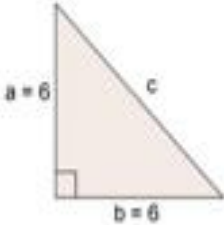
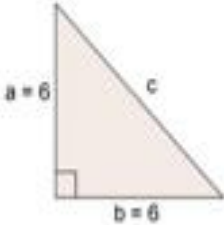
Entonces, al ser semejantes los triángulos, estas razones valen lo mismo y podemos formar la siguiente proporción:

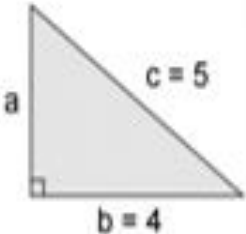
$$\frac{a}{b} = \frac{e}{f}$$

Lo anterior es válido para razones cualesquiera que se formen entre las medidas de pares de lados correspondientes en triángulos semejantes.

Es tiempo de demostrar lo que hasta ahora has comprendido del tema:

1. ¿Qué otros ejemplos de razones matemáticas conoces? Escríbelas
2. Demuestra por qué si en un triángulo rectángulo uno de los ángulos es el que mide 90° los otros dos ángulos son necesariamente agudos.
3. ¿Qué tiene que ver el hecho de que la suma de todos los ángulos de un triángulo

	<p>suman 180°?</p> <p>4. Dibuja dos triángulos semejantes con diferentes medidas en sus lados y comprueba que sus ángulos como sus lados son equivalentes.</p> <p>Cierre: Rúbrica de autoevaluación</p>				
<p>Sesión 3. Resolviendo Triángulos Rectángulos</p>	<p>Inicio: Es momento de adentrarnos con más profundidad en el tema de las razones Trigonométricas, empezando con la solución de los triángulos. En mesa redonda se enuncian los postulados básicos que serán desarrollados en las actividades didácticas.</p> <div data-bbox="488 638 1070 730" style="border: 1px solid #4a86e8; border-radius: 10px; padding: 5px; display: flex; align-items: center;">  Introducción </div> <div data-bbox="500 783 609 1010" style="text-align: center;">  </div> <p>Anteriormente mencionamos que el Teorema de Pitágoras es una herramienta útil para resolver triángulos, cuando conocemos las medidas de dos de sus lados y se requiere encontrar el lado faltante. Para usar el teorema de Pitágoras en la solución de problemas, se debe interpretar la situación planteada y representarla mediante un triángulo rectángulo.</p> <p>Una aplicación muy antigua del teorema mencionado consiste en escuadrar una habitación cuando se va a construir de forma que las paredes formen un cuadrado o rectángulo. Los albañiles saben empíricamente que para trazar un ángulo recto deben medir segmentos de 4 y 3 metros unidos en sus extremos y luego abrir el ángulo hasta que la distancia entre los otros extremos sea de 5 metros. De esta manera se garantiza que las paredes quedarán escuadradas.</p> <p>Otra aplicación es la determinación del alcance de una escalera cuando se apoya en una pared vertical y en un piso horizontal o a que distancia de la pared se debe apoyar para llegar a una altura deseada y posible para la longitud de la escalera.</p> <p>En los siguientes triángulos rectángulos, se ejemplifica la determinación de los lados faltantes en un triángulo rectángulo dado.</p> <table border="1" data-bbox="488 1262 1279 1717" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center; padding: 5px;">Figura Geométrica</th> <th style="text-align: center; padding: 5px;">Procedimiento</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; padding: 10px;">  </td> <td style="padding: 10px;"> <p>Recuerda: el teorema de Pitágoras se enuncia de la siguiente manera:</p> $c^2 = a^2 + b^2$ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ <p>en donde a y b son catetos y c la hipotenusa.</p> <p>En este ejemplo aprenderás a calcular el valor de la hipotenusa paso a paso.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Primero utilizaremos nuestra fórmula del Teorema de Pitágoras $c^2 = a^2 + b^2$ 2. Posteriormente realizaremos la sustitución de los valores conocidos, después de sustituir los valores, nuestra fórmula nos queda de la siguiente manera: $c^2 = 6^2 + 6^2$ 3. Para poder obtener el valor de c y no el de c^2 tendremos que obtener su raíz cuadrada, pero recuerda que si afectamos un lado de la igualdad, tendremos que afectar de la misma manera al otro lado de la igualdad. </td> </tr> </tbody> </table>	Figura Geométrica	Procedimiento		<p>Recuerda: el teorema de Pitágoras se enuncia de la siguiente manera:</p> $c^2 = a^2 + b^2$ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ <p>en donde a y b son catetos y c la hipotenusa.</p> <p>En este ejemplo aprenderás a calcular el valor de la hipotenusa paso a paso.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Primero utilizaremos nuestra fórmula del Teorema de Pitágoras $c^2 = a^2 + b^2$ 2. Posteriormente realizaremos la sustitución de los valores conocidos, después de sustituir los valores, nuestra fórmula nos queda de la siguiente manera: $c^2 = 6^2 + 6^2$ 3. Para poder obtener el valor de c y no el de c^2 tendremos que obtener su raíz cuadrada, pero recuerda que si afectamos un lado de la igualdad, tendremos que afectar de la misma manera al otro lado de la igualdad.
Figura Geométrica	Procedimiento				
	<p>Recuerda: el teorema de Pitágoras se enuncia de la siguiente manera:</p> $c^2 = a^2 + b^2$ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ <p>en donde a y b son catetos y c la hipotenusa.</p> <p>En este ejemplo aprenderás a calcular el valor de la hipotenusa paso a paso.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Primero utilizaremos nuestra fórmula del Teorema de Pitágoras $c^2 = a^2 + b^2$ 2. Posteriormente realizaremos la sustitución de los valores conocidos, después de sustituir los valores, nuestra fórmula nos queda de la siguiente manera: $c^2 = 6^2 + 6^2$ 3. Para poder obtener el valor de c y no el de c^2 tendremos que obtener su raíz cuadrada, pero recuerda que si afectamos un lado de la igualdad, tendremos que afectar de la misma manera al otro lado de la igualdad. 				

	$\sqrt{c^2} = \sqrt{b^2 + b^2}$ <p>4. Para obtener la siguiente expresión algebraica</p> $c = \sqrt{b^2 + b^2}$ <p>5. Por último, realizaremos las operaciones correspondientes para finalmente determinar el valor de la incógnita.</p> $c = \sqrt{36 + 36}$ $c = \sqrt{72}$ $c = 8.49$
	<p>Aquí tienes otro ejemplo, como ahora cuentas con los datos de la hipotenusa y un cateto, debes determinar el valor del otro cateto.</p> <p>1. Iniciamos de nuevo con la fórmula del teorema de Pitágoras</p> $c^2 = a^2 + b^2$ <p>2. Ahora es necesario despejar el cateto a, para lo cual restamos b^2 en ambos lados de la ecuación.</p> $c^2 - \cancel{b^2} = a^2 + \cancel{b^2}$ <p>3. Observa que en lado derecho de la ecuación al restar b^2 se obtiene cero, además podemos invertir la ecuación.</p> $c^2 - b^2 = a^2$ $a^2 = c^2 - b^2$ <p>4. Para poder obtener el valor de a y no el de a^2 tendremos que obtener su raíz cuadrada, pero recuerda que, si afectamos un lado de la igualdad, tendremos que afectar de la misma manera al otro lado de la igualdad.</p> $\sqrt{a^2} = \sqrt{c^2 - b^2}$ <p>5. Quedando finalmente así:</p> $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ <p>6. Sustituyendo los valores:</p> $a = \sqrt{5^2 - 4^2}$ $a = \sqrt{25 - 16}$ $a = \sqrt{9}$ $a = 3$

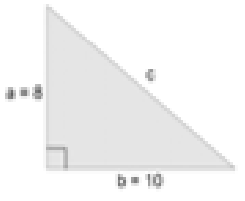
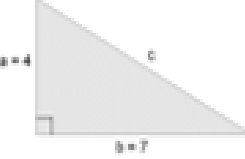
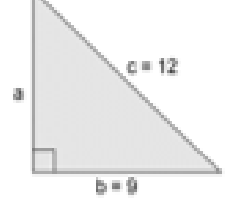
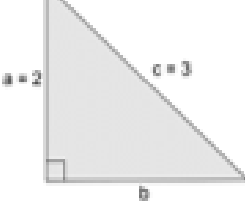
Recuerda!



- Los datos están representados por letras minúsculas que denotan los lados del triángulo.
- Solo se denota el ángulo recto (90°) en la figura y no existen datos sobre los ángulos agudos.

- Solo se les llama catetos e hipotenusa.
- La hipotenusa sigue siendo el lado más largo de los 3 y está justo en frente del ángulo de 90° (ángulo recto).
- El procedimientos para resolver un triángulo rectángulos se llama Teorema de Pitágoras.

Desarrollo: Apoyados en la información anterior, resolver los siguientes triángulos rectángulos.

 <p>A right-angled triangle with a vertical leg labeled $a = 8$, a horizontal leg labeled $b = 10$, and a hypotenuse labeled c. A small square at the vertex between a and b indicates a right angle.</p>	Ejercicio 1: Determina el valor de c
 <p>A right-angled triangle with a vertical leg labeled $a = 4$, a horizontal leg labeled $b = 7$, and a hypotenuse labeled c. A small square at the vertex between a and b indicates a right angle.</p>	Ejercicio 2: Determina el valor de c
 <p>A right-angled triangle with a vertical leg labeled a, a horizontal leg labeled $b = 9$, and a hypotenuse labeled $c = 12$. A small square at the vertex between a and b indicates a right angle.</p>	Ejercicio 3: Determina el valor de a
 <p>A right-angled triangle with a vertical leg labeled $a = 2$, a horizontal leg labeled b, and a hypotenuse labeled $c = 3$. A small square at the vertex between a and b indicates a right angle.</p>	Ejercicio 4: Determina el valor de b

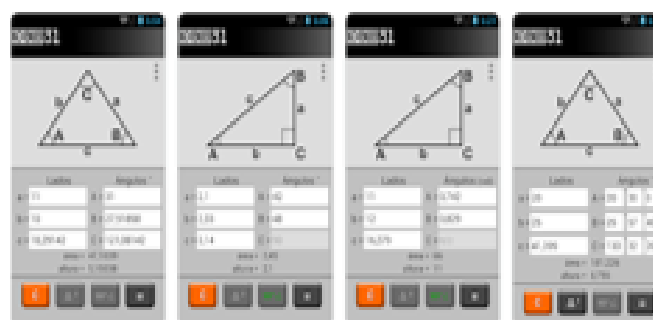
Atendiendo a los postulados de Polya:

1. Escribe cuál es y cómo se llama la incógnita (según el lado del triángulo)
2. Escribe cuáles son los datos (por su nombre según el lado del triángulo) que se presentan en el problema.
3. ¿Cuál es el método o el teorema que se utiliza para resolver el problema y por qué?
4. Resuelve el problema aplicando la fórmula del teorema y verifica la respuesta. Compara los resultados con los de tus compañeros.
5. ¿Crees que es posible resolverlo por otro método? ¿Cuál sería?
6. ¿Ya habías resuelto otros problemas semejantes?
7. ¿Te pareció fácil o difícil? ¿Por qué?
8. ¿Consideras que puedes hacerlo mejor si practicas?

Cierre: usando el computador realiza al menos cinco (5) ejercicios que encuentres en la página

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.november31.trig_calc&hl=es_US

Google Play Juegos Apps Películas Libros Infantiles



Acerca de esta app

Resuelve triángulos introduciendo dos lados y un ángulo, dos ángulos y un lado o tres lados para encontrar valores faltantes tal como se utiliza en la trigonometría.

Los ángulos están disponibles en grados, radianes, grados centesimales o grados con minutos y segundos.

Errores y errores de traducción? Por favor háganos saber a través de correo electrónico.

Actualización
30 jul 2020

Sesión 4:
Comprendiendo y
aplicando la
Resolución de
Problemas
Trigonométricos a
través del método
Pólya

Inicio: Ahora si entremos de lleno en la resolución de problemas trigonométricos.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS

DEFINICIÓN

La razón trigonométrica de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo se define como el cociente que se obtiene al dividir las medidas de las longitudes de dos de los lados del triángulo rectángulo con respecto a uno de los ángulos agudos.

Sea el triángulo rectángulo ABC recto en B.



Elementos:

- Catetos (con respecto a α)
 - { Cateto opuesto [C.O.] → a
 - { Cateto adyacente [C.A.] → c
- Hipotenusa (H) → b
- $\alpha = \angle CAB \rightarrow \alpha$ (agudo)



En el apartado anterior aprendiste a encontrar las medidas de los lados faltantes de un triángulo rectángulo utilizando el teorema de Pitágoras. Una mente curiosa se preguntaría como se pueden calcular los ángulos y que información se debe tener para poder hacerlo. De hecho, para resolver un triángulo cualquiera, es decir, para calcular los lados y/o ángulos. Sin embargo, como en un triángulo rectángulo ya se conoce el ángulo recto, basta con tener información sobre otros dos elementos, para calcular los faltantes.



Cuando conocemos dos lados, podemos calcular la medida del otro con el teorema de Pitágoras. ¿Pero qué pasa si solo tengo la medida de uno de los lados? Para poder calcular uno de los lados faltantes debo conocer un ángulo agudo y usar la razón trigonométrica apropiada para poder despejar el valor pedido.



Ejemplo 1. Considera el triángulo de la figura donde se conoce el ángulo $B=60$ grados y la hipotenusa $c=20$ unidades.

Si quiero calcular el cateto a , ya no puedo usar el Teorema de Pitágoras. Por tanto, debo usar una razón trigonométrica. ¿Cuál es la apropiada? La razón que usemos debe involucrar a la hipotenusa y al cateto a , que es adyacente al ángulo B .

¿Cuáles son las razones que involucran estos dos elementos?

Las razones son $\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$ y su recíproca $\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$.

Anteriormente, establecimos que cada una de las razones en el triángulo rectángulo, tienen un nombre para cada ángulo agudo. Una es el coseno B y la segunda es la secante B . Si usamos el coseno B ,

$\cos B = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$ en esta razón sustituimos los valores conocidos.

$\cos 60 = \frac{a}{20}$ enseguida despejamos a : $20(\cos 60) = a$

Usamos la calculadora para sacar $\cos 60^\circ = 0.5$

de donde resulta que $a = 20(0.5)$
 $a = 10$

Entonces el cateto a mide 10 unidades.

Como ahora ya conocemos la medida de a y c , dos de los lados, podemos calcular el cateto b con el teorema de Pitágoras. $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

$$b = \sqrt{20^2 - 10^2}$$

$$b = \sqrt{400 - 100}$$

$$b = \sqrt{300}$$

$$b = 17.32$$

También podríamos haber calculado b , con una razón trigonométrica de cualquiera de los ángulos agudos ya que el ángulo A , por ser complementario del ángulo B mide $A = 90 - 60 = 30^\circ$

Si consideramos al cateto b como el opuesto del ángulo B y consideramos la hipotenusa, entonces la razón apropiada para usar en el cálculo de b es el seno B .

$$\sin B = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

Sustituyendo valores:

$$\sin 60 = \frac{b}{20}$$

Despejamos b : $b = 20(\sin 60)$

$$b = 20(0.8660) = 17.32$$

Observa que nos da el mismo resultado.

Ahora consideremos, el caso en el que se conocen dos lados (y el ángulo recto), para hallar la medida de los ángulos agudos. El tercer lado se puede hallar con el Teorema de Pitágoras, como ya lo practicaste en el tema anterior.


Para calcular ángulos, se requiere introducir una operación inversa a obtener los valores de las razones trigonométricas de un ángulo.



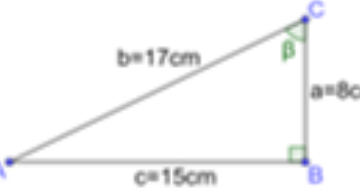
Desarrollo: Para finalizar, se les pide a los estudiantes que resuelvan los siguientes problemas formando 5 grupos de 5 estudiantes y uno de 6. Dos miembros de cada grupo tendrán la tarea de identificar los 4 pasos seguidos bajo el método de Pólya

para la resolución del problema, exponiendo a sus compañeros la solución y dando la retroalimentación de lo aprendido.

Ejercicio del grupo 1.

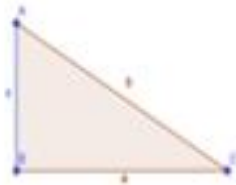
	<p>Considera las siguientes medidas del triángulo: $a = 34\text{cm}$ $b = 27\text{cm}$</p> <p>Calcula lo siguiente:</p>
<p>¿Cuál es la medida del cateto faltante?</p> <p>¿Cuál es la medida del $\angle \alpha$?</p> <p>¿Cuál es la medida del $\angle \beta$?</p> <p>¿Cuál es la medida del $\angle \theta$?</p> <p>¿Cuánto es el $\text{Cos } \beta$?</p> <p>¿Cuánto es el $\text{Sen } \theta$?</p>	

Ejercicio del grupo 2.

	<p>En el siguiente espacio haz un boceto de un triángulo con las siguientes medidas:</p> <p>Cateto $a = 33\text{mm}$ Hipotenusa = 65mm Cateto $b = 56\text{mm}$</p>
<p>1) Tomando como referencia el ángulo β, calcula las siguientes relaciones:</p> <p>Sen $\beta =$ _____ Tan $\beta =$ _____</p> <p>Cos $\beta =$ _____ Sec $\beta =$ _____</p> <p>Tan $\beta =$ _____ Csc $\beta =$ _____</p> <p>Tomando como referencia el ángulo formado por la unión del cateto b y la hipotenusa, calcula:</p> <p>Sen $\beta =$ _____ Tan $\beta =$ _____</p> <p>Cos $\beta =$ _____ Sec $\beta =$ _____</p> <p>Tan $\beta =$ _____ Csc $\beta =$ _____</p>	

Ejercicio del grupo 3.

En la escuela a la que asistes es necesario anclar la asta bandera al piso, ya que los aires generados por la lluvia en verano pueden traarla. La asta bandera tiene las siguientes dimensiones: Una altura de 6.5m (c). El espacio con que se cuenta para anclarlo (a) tiene una dimensión de 8m. ¿Cuánto debe medir el tirante de anclaje (b)?

**Ejercicio del grupo 4.**

1.- En CSI están investigando un crimen de un asesinato como se muestra en la figura, ¿Cuántos metros de cinta se requiere para cercar la escena del crimen?

**Ejercicio del grupo 5.**

2.- ¿Cuántos metros de cuerda se necesitan para amarrar el mástil de proa a popa?, como se muestra en la figura.



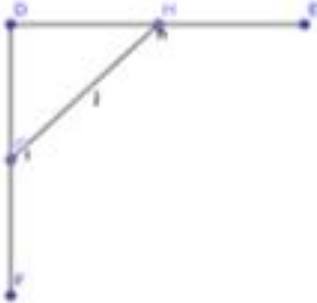
	<p>Ejercicio del grupo 6.</p> <p>En la cocina de tu casa, tu mamá te ha encargado instalar una repisa usando una tabla de 30 cm x 80 cm, dos soportes tipo escuadra de 27cm x 27 cm de cada lado. Cuando revisas los soportes, te das cuenta de que hay que agregar con un pedazo de madera a cada uno de ellos (segmento j). El pequeño pedazo de madera corre a ambos lados del soporte y se une en el punto medio de cada lado como se muestra en la siguiente figura:</p>  <p>¿Cuál es la dimensión del segmento j de acuerdo con los datos presentados?</p>										
<p>Tabla de Pólya para la presentación del problema</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="461 982 721 1010">Paso o etapa a seguir</th> <th data-bbox="721 982 1195 1010">Descripción</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="461 1010 721 1146">1. Comprensión del Problema</td> <td data-bbox="721 1010 1195 1146"> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Por dónde empezar? • ¿Cuáles son los datos? • ¿Cuáles de esos datos son relevantes y cuáles no? • ¿Cuál es la incógnita? • ¿Ya han resuelto uno parecido? </td> </tr> <tr> <td data-bbox="461 1146 721 1325">2. Configuración del Plan</td> <td data-bbox="721 1146 1195 1325"> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál teorema y qué fórmula se debe usar para resolver el problema? • ¿Resulta útil la gráfica? Y si no tiene ¿Es necesario elaborarla? • ¿Pueden formular el problema de forma matemática? • Escribe la fórmula y los datos que hacen parte de tu problema. </td> </tr> <tr> <td data-bbox="461 1325 721 1482">3. Ejecución del Plan</td> <td data-bbox="721 1325 1195 1482"> <ul style="list-style-type: none"> • Aplica los pasos que se necesitan para resolver el problema. • ¿Se encontró la solución en el primer intento? • ¿Se hizo necesario repetir el proceso? • ¿Es posible replicar el proceso y exponerlo de forma clara y comprensible? </td> </tr> <tr> <td data-bbox="461 1482 721 1640">4. Mirar hacia atrás</td> <td data-bbox="721 1482 1195 1640"> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Estás seguro de que es la respuesta correcta? • ¿Qué datos o información le agregarías al enunciado para hacerlo más fácil o comprensible? • ¿Podrías replicar este procedimiento en otros ejercicios posteriores? • ¿Cómo te ha parecido esta estrategia didáctica? </td> </tr> </tbody> </table>	Paso o etapa a seguir	Descripción	1. Comprensión del Problema	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Por dónde empezar? • ¿Cuáles son los datos? • ¿Cuáles de esos datos son relevantes y cuáles no? • ¿Cuál es la incógnita? • ¿Ya han resuelto uno parecido? 	2. Configuración del Plan	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál teorema y qué fórmula se debe usar para resolver el problema? • ¿Resulta útil la gráfica? Y si no tiene ¿Es necesario elaborarla? • ¿Pueden formular el problema de forma matemática? • Escribe la fórmula y los datos que hacen parte de tu problema. 	3. Ejecución del Plan	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica los pasos que se necesitan para resolver el problema. • ¿Se encontró la solución en el primer intento? • ¿Se hizo necesario repetir el proceso? • ¿Es posible replicar el proceso y exponerlo de forma clara y comprensible? 	4. Mirar hacia atrás	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Estás seguro de que es la respuesta correcta? • ¿Qué datos o información le agregarías al enunciado para hacerlo más fácil o comprensible? • ¿Podrías replicar este procedimiento en otros ejercicios posteriores? • ¿Cómo te ha parecido esta estrategia didáctica?
Paso o etapa a seguir	Descripción										
1. Comprensión del Problema	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Por dónde empezar? • ¿Cuáles son los datos? • ¿Cuáles de esos datos son relevantes y cuáles no? • ¿Cuál es la incógnita? • ¿Ya han resuelto uno parecido? 										
2. Configuración del Plan	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál teorema y qué fórmula se debe usar para resolver el problema? • ¿Resulta útil la gráfica? Y si no tiene ¿Es necesario elaborarla? • ¿Pueden formular el problema de forma matemática? • Escribe la fórmula y los datos que hacen parte de tu problema. 										
3. Ejecución del Plan	<ul style="list-style-type: none"> • Aplica los pasos que se necesitan para resolver el problema. • ¿Se encontró la solución en el primer intento? • ¿Se hizo necesario repetir el proceso? • ¿Es posible replicar el proceso y exponerlo de forma clara y comprensible? 										
4. Mirar hacia atrás	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Estás seguro de que es la respuesta correcta? • ¿Qué datos o información le agregarías al enunciado para hacerlo más fácil o comprensible? • ¿Podrías replicar este procedimiento en otros ejercicios posteriores? • ¿Cómo te ha parecido esta estrategia didáctica? 										

Figura 12. Estrategia CAJATRI bajo el método heurístico Pólya para la comprensión lectora en la resolución de problemas trigonométricos.

5. Conclusiones

Como se ha podido ver a lo largo de este estudio, se dio alcance a cada uno de los objetivos propuestos, en primer lugar, definiendo a través de un diagnóstico las habilidades de comprensión lectora y matemáticas necesarias para la resolución de problemas trigonométricos, que propician la aprobación de la cátedra Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander en Cúcuta; lo cual demostró que la mayoría de estos jóvenes tienen falencias significativas en ambos casos, es decir, no solo no manejan un nivel de comprensión lectora como el crítico o el inferencial, sino que esto les ha dificultado tener un rendimiento excelente en la resolución de problemas.

Seguidamente, se identificaron dichas deficiencias de comprensión lectora presentes en la resolución de problemas trigonométricos que presentan los estudiantes de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander, las cuales como ya se mencionó se encuentran primordialmente en el nivel de comprensión inferencial y crítico, cuando tienen que identificar los datos que se les dan dentro de un contexto en particular como lo son los problemas trigonométricos; observando así que muchos de estos estudiantes no tienen un manejo del vocabulario técnico, otros no saben cuáles son los teoremas o axiomas que corresponden a cada caso y finalmente, no pueden resolver con éxito el problema que se les enuncia.

Por esta razón fue necesario determinar las estrategias y recursos que se requieren bajo el método heurístico Pólya para la comprensión lectora en la resolución de problemas trigonométricos con los estudiantes de Fundamentos de Geometría y Trigonometría del 1er

semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander, dejando plasmado como se observa en el capítulo anterior cada una de las actividades con su respectivo contenido y modelo a seguir para la ejecución de las mismas bajo el método heurístico de Pólya, el cual como ya se ha mencionado en otras oportunidades, tiene que ver con las habilidades cognitivas y procedimentales que alcance cada estudiante, a través de la sistematización de la resolución del problema en cuatro fases o pasos.

Dejando de esta manera un aporte valioso que podrá ser replicado en otras áreas del aprendizaje y sobre todo en otros contextos académicos, más allá de la educación superior. Lo cual es muy recomendable para la articulación de los estudiantes que pasan de secundaria a la universidad, sin haber consolidado muchas de las competencias matemáticas como son la resolución de problemas y la habilidad de la comprensión lectora; de esta forma se mejora la calidad de la educación que reciben los jóvenes colombianos, apropiándolos de conocimientos que no son sólo teóricos, sino que también son prácticos, pero sobre todo útiles para su vida diaria, como es el caso de la trigonometría.

6. Recomendaciones

Atendiendo a las conclusiones como a todo el proceso de investigación que se ha llevado a cabo en este estudio, se recomienda a la Universidad Francisco de Paula Santander, como a todas las instituciones públicas y privadas de Cúcuta y Norte de Santander, aprovechar la estrategia didáctica propuesta bajo el método heurístico de Pólya, propiciando que los estudiantes en todos los niveles y modalidades educativas, aprecien el valor de las matemáticas; para que lejos de sentir aversión o apatía hacia esta maravillosa ciencia, se despierte su interés y se acreciente su vocación por proseguir una formación como docentes o licenciados en este campo el conocimiento, que tanto ha contribuido al desarrollo y progreso de la humanidad.

Referencias Bibliográficas

- Abello-Cruz, A., y Montaña-Calines, J. (2013). Leer y comprender para aprender Matemáticas. *Varona*, (57), 60-68.
- Acevedo, Y. (2012). La resolución de problemas una estrategia didáctica para implementar el modelo pedagógico integrado Universidad Pontificia Bolivariana en la asignatura cálculo diferencial con estudiantes de primer semestre de Ingeniería Civil. En G. Obando, *Memorias del 13er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 42-48). Sello Editorial Universidad de Medellín.
- Alvarado, O. J. (2018). *Fortalecimiento del pensamiento aleatorio y sistemas de datos a través de una estrategia didáctica orientada a la resolución de problemas y soportada por TIC. Bucaramanga* (tesis de maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga).
- Álvarez-Gayou, L. (2006). *Cómo hacer investigación cualitativa*. Paidós.
- Ander-Egg, E. (2010), *Metodologías de acción social*. Lumen Humanitas.
- Arnal, J. (1992). *Investigación educativa. Fundamentos y metodología*. Labor.
- Arroyave, D. (2000). La didáctica como un sistema complejo. El pensamiento complejo. *1er. Congreso internacional de pensamiento complejo*, 239-251.
- Bisquerra, R. (2009). *Metodología de la investigación educativa*. La Muralla.
- Boscán , M., & Klever, K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Pólya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios 10*(2), 7-19.

- Cárdenas, J. (2014). *La evaluación de la resolución de problemas en matemáticas, concepciones y prácticas de los profesores de secundaria* (tesis doctoral, Universidad de Extremadura). Repositorio institucionalUE. <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/v33-n3-cardenas>
- Cárdenas, C., & González, D. (2016). *Estrategia para la resolución de problemas matemáticos desde los postulados de Pólya mediada por las TIC, en estudiantes del grado octavo del Instituto Francisco José de Caldas*. Universidad Libre..
- Cawley, J. F., & Miller, J. H. (1986). Selected views on metacognition, arithmetic problem solving, and learning disabilities. *Learning Disabilities Focus*, 2(1), 36-48.
- Colom, A. (2003). La educación en el contexto de la complejidad: la teoría del caos como paradigma educativo. *Revista de educación*, (332), 233-248.
- Congreso de la República de Colombia. (1994, 08 de febrero). *Ley 115 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación*. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Constitución política de Colombia, (1991). *Asamblea nacional constituyente*. <http://www.corteconstitucional.gov.co/inicio/Constitucion%20politica%20de%20Colombia.pdf>
- De Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las ciencias y de las matemáticas*. Popular.
- De Zubiria, J. (2011). *Los modelos pedagógicos. Hacia una pedagogía dialogante*. Cooperativa editorial magisterio.

- Díaz, K. & Rodríguez, C. (2021). Discurso docente desde la metodología de Pólya en la resolución de problemas matemáticos (tesis de maestría, Universidad de La Costa). Repositorio Institucional UC. <https://repositorio.cuc.edu.co/bitstream/handle/11323/8180/>
- Domínguez, L. E., & Espinoza, B. I. (2019). *Potenciar la resolución de problemas matemáticos desarrollando habilidades de pensamiento desde una mirada heurística*. Universidad de la Costa.
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. <http://dpto.educacion.navarra.es/publicaciones/pdf/matematicas.pdf>
- Echeverría, E. (1994). La importancia de la investigación cualitativa en el campo de la educación. *Sinéctica, 1*, 1-9.
- Fernández, J. (2007). *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos*. Wolters Kluwer España.
- Flick, U. (2007). *Introducción a la investigación cualitativa*. Morata S.L.
- Fragoso, V. (2014). *La comprensión lectora, aprendizaje transversal en la formación integral del estudiante*. <http://www.formaciondocente.com.mx/PublicacionesPedagogicas/Articulos/La%20Comprension%20Lectora.pdf>
- Frola, P., & Velázquez, J. (2011). *Estrategias didácticas por competencias, diseños eficientes de intervención pedagógica*. Centro de investigación Educativa y Capacitación institucional.
- Flórez, R. (2006). *Evaluación, pedagogía y cognición*. McGRAW-HILL Interamericana S.A.

Giménez, P. (2014). *Terminología conceptual para docentes de nivel inicial*.

https://books.google.com.co/books?id=4BiHBAAAQBAJ&pg=PA9&hl=es&source=gbs_toc_r&cad=4#v=onepage&q&f=false

Guzmán, J. L., & Espichán, Z. (2017). *Relación entre comprensión lectora y resolución de problemas aritméticos en los estudiantes del primer ciclo de la carrera de medicina humana* (tesis de Maestría, Universidad Privada TELESUP).

Hernández-Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill.

Holmegaard, H. (2015). Performing a Choice-Narrative: A qualitative study of the patterns in stem students' higher education choices. *International Journal of Science Education*, 37(9), 1454-1477.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2018). *Informe Nacional de Resultados para Colombia - PISA 2018*. ICFES.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2019). Marco de referencia para la evaluación. ICFES.

<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/1500084/Marco+de+referencia+-+matematicas+saber-11.pdf/4ac33900-99c8-cab5-2143-180405ff6647>

Juidías, J., & Rodríguez, I. R. (2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de educación*, 342, 257-286.

Lewin, K. (1946). La investigación-acción y los problemas de las minorías. Recuperado de:
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=608214>

Lizzi, S. (2009). *Didáctica de la Lengua*. Editorial Bonum

López, M. B., Fernández, I. B., & Leno, M. Á. F. (2014). Enseñar Geometría en Secundaria.
Revista de Ciencias de la Educación Academicus, 27-33.

Lyon, L. (2019). *Matemáticas: la clave que puede explicar por qué más chicos que chicas estudia carreras de ciencias*. <https://www.bbc.com/mundo/vert-cap-50809175>

Malagón, M. (2013). *Los programas de formación de maestros de matemáticas y su relación con las prácticas docentes*. ICEMACIC.

Manzano S. & Esteves L. (2021). *Incidencia del uso de las TIC en las prácticas pedagógicas del área de matemáticas, frente a los resultados en el proceso de evaluación, en el grado undécimo, de la Institución Educativa Carlos Ramírez París, Cúcuta* (tesis de maestría, Universidad Simón Bolívar). Repositorio Institucional Unisimón.
<https://bonga.unisimon.edu.co/handle/20.500.12442/7081?show=full>

Marriaga, M. del C., & Páez, P. P. (2019). *Comprensión Lectora: Una Herramienta Para La Resolución De Problemas Matemáticos En Básica primaria* (tesis de maestría, Universidad de la Costa).

Meneses, M. & Peñaloza, D. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas.

Zona Próxima, (31). http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2145-94442019000200008 Consultado: 23 de noviembre de 2021.

Ministerio de Educación Nacional. (2003, 24 de octubre). *Resolución 2565 de 2003. Por la cual se establecen parámetros y criterios para la prestación del servicio educativo a la población con necesidades educativas especiales.*

https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-85960_archivo_pdf.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2009, 17 de abril). *Decreto 1290 de 2009. Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media.*

https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles187765_archivo_pdf_decreto_1290.pdf.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básico de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas.* Mineducación.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas.*

https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje V 2.* Panamericana Formas e impresos S.A.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y de las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas.* Contrato Interadministrativo 0803 de 2016.

- Monereo, C. (1998). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en el aula*. Grao.
- Monje, C. (2011). *Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa*. Universidad Sur colombiana, 113.
- Morín, E. (2011). *Introducción al pensamiento complejo*. Gedisa
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2014) *¿Los jóvenes de 15 años son creativos a la hora de resolver problemas? Pisa in focus*.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2016). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2015*. OCDE.
- Oficina de Planeación. (2022). *Estadísticas Programa de Licenciatura en Matemáticas*.
- Panta (2020). *Comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa La Inmaculada, Talara (tesis de maestría, de la Universidad. César Vallejo)*.
- PISA (2009). *La lectura en PISA 2009*. Ministerio de España
- Pólya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas.
- Proyecto Educativo Institucional. (2020). *Una apuesta hacia la transformación de la calidad educativa” de la Institución Educativa Colegio Integrado Fe y Alegría, Los Patios, Norte de Santander*. <http://www.enjambre.gov.co/enjambre/file/download/190308836>

- Rodríguez, N. (2019). *Aplicación del método Pólya en el desempeño académico de los estudiantes de la Escuela Profesional de Educación Física de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos 2017-I* (tesis de maestría, Universidad Nacional Mayor de San Marcos).
- Romo, P. E. (2019). La comprensión y la competencia lectora. *Anales de la Universidad Central del Ecuador*, 1(377).
<https://revistadigital.uce.edu.ec/index.php/anales/article/view/2552/2859> Consultado: noviembre 23 de 2021.
- Sánchez, D. (1986). *Promoción de la lectura*. INIDE.
- Sánchez-Cuastumal, L. N., & Valverde-Riascos, Y. del S. (2020). Método heurístico de George Pólya en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de grado sexto. *Revista UNIMAR*, 38(2), 113-141. <https://doi.org/10.31948/Rev.unimar/unimar38-2-art5>
- Sandoval, C. (2002). *Investigación cualitativa, Programa de Especialización en Teoría, Métodos y Técnicas de Investigación Social*. ICFES. Editores e Impresores Ltda. – arfo.
- Santos, L. M. (2014). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. Trillas.
- Santos, M. (1992). Resolución de problemas: El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. *Educación Matemática*, 4(2), 16.
- Skatova, A., & Ferguson, E. (2014). Why do different people choose different university degrees? Motivation and the choice of degree. *Frontiers in Psychology*, 5, 1-15.
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2014.01244>

Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Universidad de Antioquia.

Taha, H. (2007). *Investigación de operaciones*. Pearson educación.

Taylor, S., & Bodgan, R. (1986). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Paidós.

Torres, A. (1996). *Enfoques cualitativos y participativos de investigación social*. Universidad Nacional Abierta y a Distancia (Unisur).

Universidad Francisco de Paula Santander. (s.f). *Historia de la Universidad Francisco de Paula Santander*. https://ww2.ufps.edu.co/public/archivos/universidad/Historia_UFPS.pdf

Universidad Francisco de Paula Santander. (s.f). *Licenciatura en Matemáticas*. <https://ww2.ufps.edu.co/oferta-academica/licenciatura-en-matematicas/438>

Universidad Francisco de Paula Santander. (2021, mayo). *Acuerdo 021 de 2021. Proyecto Educativo Institucional Sede Central y Seccional Ocaña*. https://ww2.ufps.edu.co/public/archivos/oferta_academica/PEI.pdf

Viloria, G. (2010), La Educación Matemática El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación*, 4(1). 45-68.

Anexos

Anexo 1. Prueba test.

**UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
TEST**

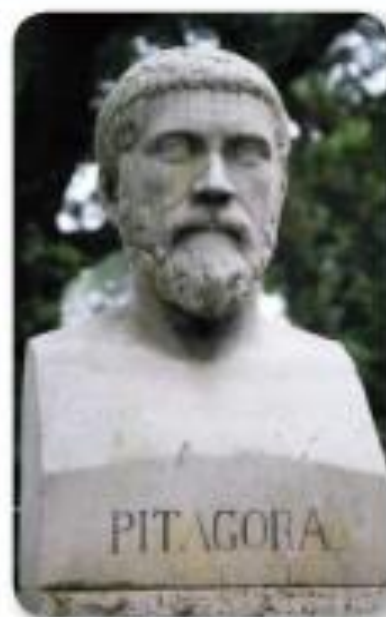
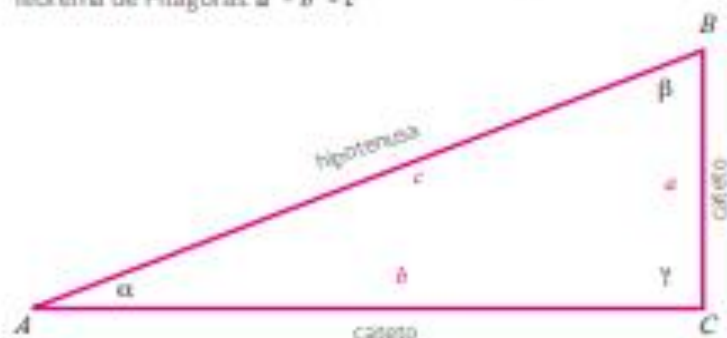
Tomado de: Geometría y trigonometría: herramientas para resolver problemas. Ministerio de Educación de Chile, (2019). Guía de Trabajo N° 2.

1. Identifica los ángulos agudos en la figura y escribe una expresión para determinar las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente.



La trigonometría es una herramienta útil para calcular alturas y distancias inaccesibles o de difícil acceso; se aplica en diversas áreas, como por ejemplo en la topografía, en la navegación y en la astronomía.

En todo triángulo ABC, rectángulo en C, se cumple el Teorema de Pitágoras: $a^2 + b^2 = c^2$



- En un triángulo, la suma de sus ángulos interiores es 180° .
- Un **triángulo rectángulo** tiene uno de sus ángulos recto (mide 90°).
- En un **triángulo rectángulo**, los ángulos que no son rectos, son ángulos agudos (su medida es mayor que 0° y menor que 90°).



Recuerde que una razón es la comparación por cociente entre dos cantidades. En una razón, el numerador se llama antecedente y el denominador se llama consecuente.

La razón entre a y b se anota:

$$\frac{a}{b} \quad \text{o} \quad a:b$$

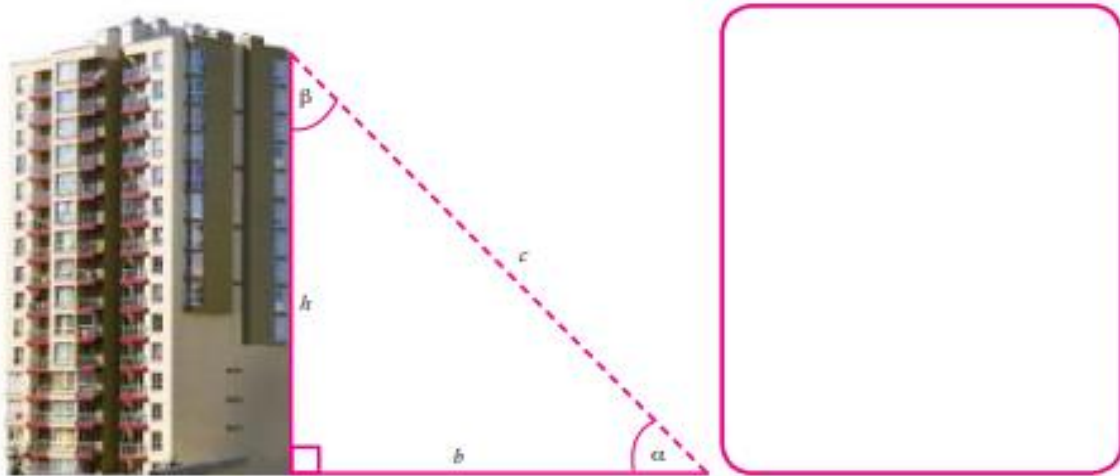
Por ejemplo: $\frac{14}{3}$ o $14:3$

En una razón escrita como fracción:

El numerador, recibe el nombre de antecedente

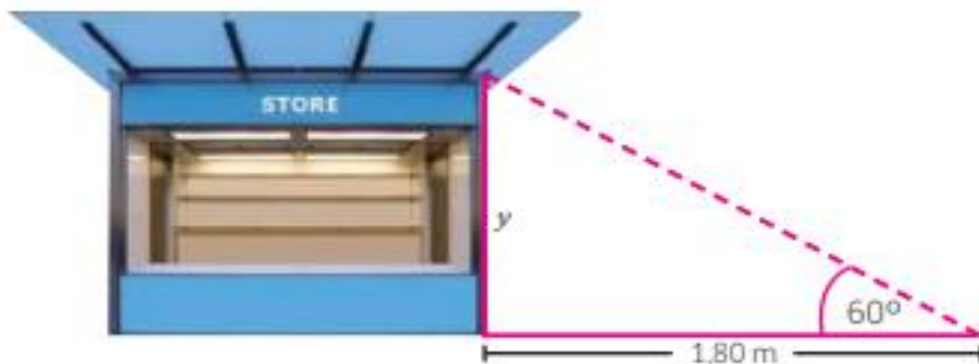
El denominador recibe el nombre de consecuente

$$\frac{a}{b}$$

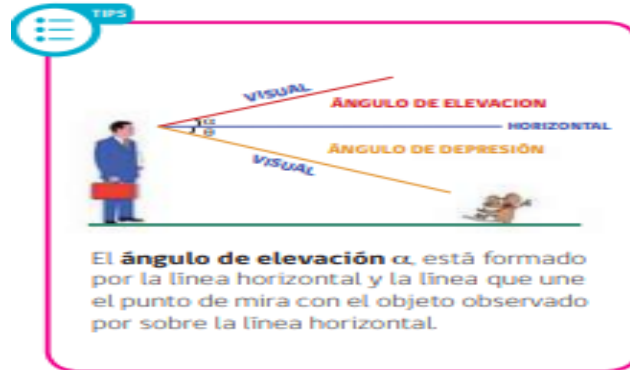
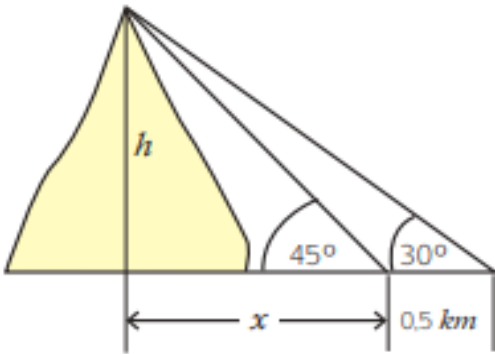


Resolvamos situaciones utilizando los triángulos rectángulos

2. El kiosco de variedades del señor Pérez, ubicado en el centro de Cúcuta frente al parque Bolívar, proyecta una sombra de 1,8 metros de largo. Si el ángulo que se forma desde la punta de la sombra hasta el punto más alto del kiosco es de 60° ¿Cuál es la altura del kiosco?



3. Un topógrafo utiliza un instrumento llamado teodolito para medir el ángulo de elevación entre la cima del cerro y el nivel del suelo. En un punto, el ángulo de elevación mide 45° , medio kilómetro más lejos del cerro, el ángulo de elevación es de 30° . ¿Cuál es la altura del cerro?



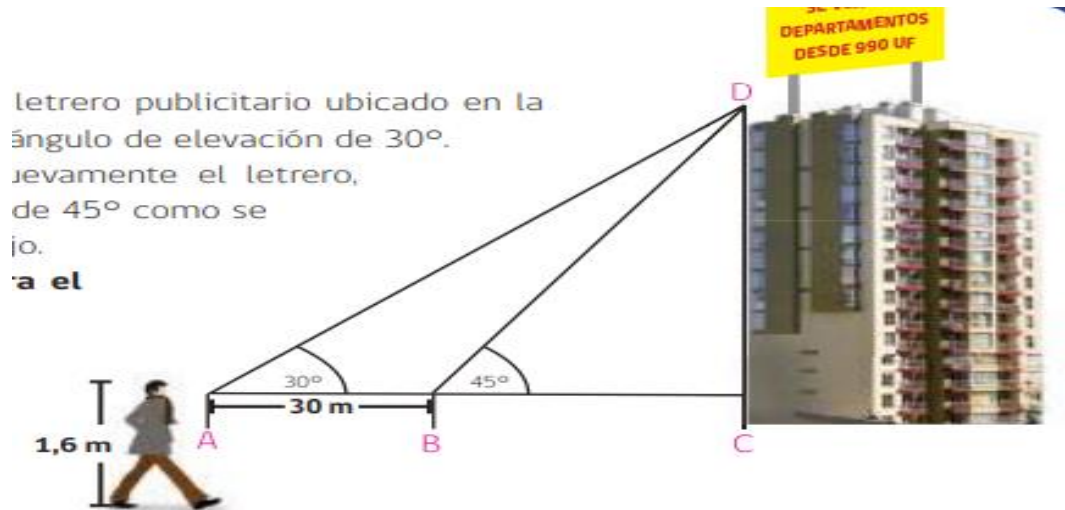
4. Una cometa queda atrapada en las ramas más altas de un árbol. Si el hilo de la cometa forma un ángulo de 30° con el suelo y mide 8 metros, calcular la altura del árbol, tomando en cuenta la altura a la que quedó atrapada la cometa.



5. Una palmera proyecta una sombra de 18 metros de largo, si el ángulo que se forma desde la punta de la sombra hasta el punto más alto de la palmera es de 60° , ¿cuál es la altura de la palmera? Sugerencia: antes de resolver el problema, dibuje la situación.



6. Una persona observa un letrero publicitario ubicado en la punta de un edificio con un ángulo de elevación de 30° . Avanza 30 m y observa nuevamente el letrero, con un ángulo de elevación de 45° como se muestra en el siguiente dibujo. ¿A qué altura se encuentra el letrero?



7. Una persona observa el borde superior de la cornisa de un edificio con un ángulo de elevación de 30° luego avanza aproximadamente 25 m en línea recta hacia la entrada del edificio y observa la cornisa con un ángulo de elevación de 60° . Considerando que la vista del observador está a 1,60 m del suelo, ¿cuál es la altura aproximada del edificio?

