



Nelson Javier Cely Calixto - Romel Jesús Gallardo Amaya  
Gustavo Guerrero Gómez

# HIDRÁULICA DE CANALES

## PRINCIPIOS FUNDAMENTALES



Universidad Francisco  
de Paula Santander  
Cúcuta - Colombia  
www.ufps.edu.co



GIGMA  
Grupos de Investigación en Geomática y  
Sistemas de Información Geográfica



EDICIONES  
NUEVA JURÍDICA



HYDROS  
Hidrología y Recursos Acuáticos



Universidad Francisco  
de Paula Santander  
www.ufps.edu.co

**HIDRÁULICA DE CANALES  
PRINCIPIOS FUNDAMENTALES**

NELSON JAVIER CELY CALIXTO  
ROMEL JESÚS GALLARDO AMAYA  
GUSTAVO GUERRERO GÓMEZ

# HIDRÁULICA DE CANALES PRINCIPIOS FUNDAMENTALES



EDICIONES NUEVA JURÍDICA

2022

Reservados todos los derechos:

© EDICIONES NUEVA JURÍDICA  
© NELSON JAVIER CELY CALIXTO  
ROMEL JESÚS GALLARDO AMAYA  
GUSTAVO GUERRERO GÓMEZ



Reservados todos los derechos. No se permite la reproducción total o parcial de esta obra, ni su incorporación a un sistema informático, ni su transmisión en cualquier forma o por cualquier medio (electrónico, mecánico, fotocopia, grabación u otros) sin la autorización previa y por escrito de los titulares del *copyright*.

#### **EDICIONES NUEVA JURÍDICA**

---

Carrera 28 Bis No. 12-64 1<sup>er</sup> Piso  
Teléfono: +57(1) 232 71 13  
Móvil: (+57) 310 5627526 - (+57) 310 5627538  
E-mail: nueva\_juridica@yahoo.com  
www.nuevajuridica.com

© EDICIÓN, 2022

ISBN Impreso: 978-958-49-7544-7  
ISBN Digital: 978-958-49-7545-4

Bogotá, D. C. - Colombia, 2022  
Diagramación electrónica: EDICIONES NUEVA JURÍDICA  
Diseño de carátula: EDICIONES NUEVA JURÍDICA

Impreso en Colombia / Printed in Colombia

*Este libro está dedicado a mis hijos Yurnel, James, Nicolas,  
y a mi esposa Yurby.*

Nelson Javier Cely Calixto

*Este libro está dedicado a mis hijas, a mi hijo, a mi esposa  
y a mis padres.*

Romel Jesús Gallardo Amaya

*Este libro está dedicado a mis padres, hermanos, a mis docentes  
y a mis estudiantes.*

Gustavo Guerrero Gómez

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios. A mi familia.

A la Universidad Francisco de Paula Santander Seccional Cúcuta.

NELSON JAVIER CELY CALIXTO

A Dios. A mi familia.

A la Universidad Francisco de Paula Santander Seccional Ocaña.

ROMEL JESÚS GALLARDO AMAYA

A mi madre María Elena Gómez de Guerrero y a mi padre Gustavo Guerrero Farelo.

A mis hermanos Iván Guerrero Gómez y Mario Guerrero Gómez.

A la Universidad Francisco de Paula Santander Seccional Ocaña.

A Dios.

GUSTAVO GUERRERO GÓMEZ

## CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS .....	9
LISTA DE ABREVIATURAS .....	21
PRÓLOGO .....	25
1. INTRODUCCIÓN A LA HIDRÁULICA .....	27
1.1. DEFINICIÓN .....	28
1.2. TIPOS DE FLUJO .....	28
1.2.1. Flujo a presión .....	29
1.2.2. Flujo libre .....	31
1.3. CLASIFICACIÓN DEL FLUJO LIBRE .....	33
1.3.1. Flujos libres según el tiempo .....	33
1.3.2. Flujos libres según el espacio .....	34
1.3.3. Flujos libres según el caudal .....	36
1.4. ESTADOS DE FLUJO .....	37
1.4.1. Número de Reynolds .....	38
1.4.2. Número de Froude .....	38
1.5. TIPOS DE CANALES .....	39
1.5.1. Canales según su origen .....	40
1.5.2. Canales según su forma .....	41
1.6. ELEMENTOS GEOMÉTRICOS EN CANALES .....	42
1.6.1. Sección rectangular .....	44
1.6.2. Sección trapezoidal .....	45
1.6.3. Sección triangular .....	46

1.6.4. Sección circular.....	47
1.6.5. Sección parabólica .....	48
1.7. DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL DEL FLUJO EN UN CANAL .....	48
1.7.1. Mediciones de velocidades .....	50
1.7.2. Coeficientes de distribución de velocidad.....	51
1.7.3. Cálculo del coeficiente de Coriolis y Boussinesq .....	53
1.8. DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN EN LA SECCIÓN DE UN CANAL.....	54
1.9. EJERCICIOS DE APLICACIÓN .....	57
1.9.1. Problemas resueltos.....	57
1.9.2. Problemas propuestos .....	65
2. PRINCIPIO DE ENERGÍA Y MOMENTUM APLICADOS AL FLUJO EN CANALES .....	71
2.1. ECUACIÓN DE BERNOULLI APLICADA A CANALES .....	72
2.2. ENERGÍA ESPECÍFICA .....	74
2.3. FLUJO CRÍTICO.....	77
2.3.1. Profundidad crítica .....	78
2.3.2. Control del flujo .....	79
2.3.3. Medición del flujo crítico.....	83
2.4. APLICACIONES DE ENERGÍA ESPECÍFICA.....	84
2.4.1. Situación de caudal constante .....	84
2.4.2. Caudal como variable .....	87
2.4.3. Energía específica y profundidad crítica: Transiciones .....	88
2.5. FUERZA ESPECÍFICA O MOMENTUM .....	100
2.5.1. Aplicaciones de la fuerza específica o momentum .....	104
2.5.2. Resalto hidráulico .....	105
2.5.3. Resalto hidráulico y compuerta (sin fricción) .....	108
2.5.4. Resalto hidráulico sin fricción pero con obstáculo.....	109

2.6. FENÓMENOS LOCALES .....	109
2.6.1. Caída hidráulica .....	110
2.6.2. Caída libre.....	111
2.6.3. Resalto hidráulico .....	112
2.7. ENERGÍA Y FUERZA ESPECÍFICA EN LOS FENÓMENOS LOCALES .....	114
2.8. EJERCICIOS DE APLICACIÓN .....	115
2.8.1. Ejercicios resueltos .....	115
2.8.2. Ejercicios propuestos .....	127
BIBLIOGRAFÍA.....	133
ANEXO 1 .....	135

## LISTADO DE FIGURAS

Figura 1. Fuerzas actuando en un fluido contenido en un volumen de control.	30
Figura 2. Flujo en secciones de un canal abierto y de tubería. ....	32
Figura 3. Canal de drenaje construido paralelo a una vía .....	32
Figura 4. Representación de un flujo permanente y no permanente. ....	34
Figura 5. Clasificación de los flujos libres.....	36
Figura 6. Diferentes comportamientos del agua en un flujo variado. ....	36
Figura 7. Sección de un canal sin geometría definida. ....	41
Figura 8. Algunos de los elementos geométricos en la sección de un canal.	44
Figura 9. Sección rectangular .....	44
Figura 10. Sección trapezoidal .....	45
Figura 11. Canal con forma triangular. Canal de drenaje de vía principal .	46
Figura 12. Sección triangular .....	46
Figura 13. Sección circular .....	47
Figura 14. Canal con sección transversal parabólica .....	48
Figura 15. Curvas de velocidad en la sección de un canal natural.....	49
Figura 16. Definición de caudal o descarga.....	50
Figura 17. División en franjas verticales la sección de un canal .....	50



Figura 18. Grafica del aforo a diferentes profundidades .....	51
Figura 19. Flujo paralelo.....	56
Figura 20. Flujo convexo .....	56
Figura 21. Flujo Cóncavo .....	56
Figura 22. Componente de la altura de energía en un flujo gradualmente variado.....	72
Figura 23. Energía de un flujo gradualmente variado en secciones 1 y 2 ...	73
Figura 24. Interpretación de la energía específica .....	75
Figura 25. Curva de energía específica. ....	76
Figura 26. Condición de flujo para canal primatico con pendiente subcrítico	80
Figura 27. Condición de flujo para canal primatico con pendiente crítica.	81
Figura 28. Condición de flujo para canal primatico con pendiente supercrítica	81
Figura 29. Canaleta Parshall .....	83
Figura 30. Curva de caudal para energía específica constante.....	86
Figura 31. Energía específica con variación de caudales.....	87
Figura 32. Transición del canal con obstáculo.....	89
Figura 33. Gráfico de energía específica para la Figura 32 .....	89
Figura 34. Variación de $y_1$ y $y_2$ en flujo subcrítico bajo un obstáculo.....	91
Figura 35. Transición de canal con caída.....	91
Figura 36. Grafica de la energía específica de la Figura 35.....	92
Figura 37. Variación de $y_1$ y $y_2$ en flujo supercrítico sobre el obstáculo...	94
Figura 38. Variación de $y$ en flujo supercrítico con caída y obstáculo .....	94
Figura 39. Transición con reducción de ancho .....	95
Figura 40. Diagrama de energía específica para transición de la Figura 39.	96

Figura 41. Variación de $y_1$ y $y_2$ en el flujo subcrítico en reducción ancho	98
Figura 42. Transición con ampliación de ancho .....	99
Figura 43. Ampliación de canal de drenaje .....	99
Figura 44. Variación de $y_1$ y $y_2$ en el flujo supercrítico en reducción ancho .	99
Figura 45. Aplicación del principio de momento.....	101
Figura 46. Curva de fuerza específica complementada con una curva de energía específica .....	103
Figura 47. Resalto hidráulico.....	106
Figura 48. Diagrama de energía y fuerza específica para resalto hidráulico.	107
Figura 49. Resalto hidráulico después de una compuerta.....	108
Figura 50. Caso de resalto hidráulico con estructura.....	109
Figura 51. Caída hidráulica por cambio de pendiente.....	110
Figura 52. Caída hidráulica por cambio de sección.....	111
Figura 53. Caída libre.....	111
Figura 54. Resalto hidráulico en empalme de niveles .....	112
Figura 55. Resalto hidráulico en barreras .....	113
Figura 56. Resalto hidráulico en compuerta.....	113
Figura 57. Resalto hidráulico ahogado en compuerta.....	114
Figura 58. Energía y fuerza específica en fenómenos locales.....	115
Figura 59. Gráfica energía específica .....	118
Figura 60. Gráfica fuerza específica.....	119
Figura 61. Esquema ejemplo 3 capítulo 2.....	120
Figura 62. Canal triangular.....	122

## LISTADO DE TABLAS

Tabla 1. Elementos geométricos de la sección de un canal .....	42
Tabla 2. Rango de valores para los coeficientes de Coriolis y Boussinesq.	53
Tabla 3. Clasificación de la canaleta Parshall.....	84

## LISTA DE ABREVIATURAS

$A$	Área transversal
$A_c$	Área crítica
$c$	Corrección de la altura de presión por curvatura
cm	Centímetro
$d$	Profundidad de la sección del flujo
$D$	Profundidad hidráulica
$dA$	Diferencial de área
$dE$	Diferencial de energía
$dQ$	Diferencial de caudal
$dV$	Diferencial de velocidad
$dp$	Diferencial de presión
$dt$	Diferencial de tiempo
$dx$	Diferencial de distancia
$dy$	Diferencial de profundidad
$E$	Energía específica
$E_c$	Energía crítica
$E_{min}$	Energía mínima
$F_c$	Numero de Froude crítico
$F_f$	Fuerza de fricción
$F_r$	Numero de Froude
FGV	Flujo gradualmente variado

FRV	Flujo rápidamente variado
$g$	Aceleración de la gravedad
$h$	Altura piezométrica
$h_c$	Altura hidrostática
$H$	Altura total
$H_c$	Altura de la energía específica
$kN$	Kilo newtons
L	Litros
Lps.	Litros por segundo
m.	Metro
máx.	Máxima
N	Newtons
P	Perímetro mojado
Q	Caudal
$Q_{max}$	Caudal máximo
R	Radio hidráulico
$R_e$	Número de Reynolds
rad.	Radianes
s	Segundos
$S_c$	Pendiente crítica
$S_f$	Pendiente de fricción
$S_o$	Pendiente inferior
$S_m$	Pendiente de la superficie del agua
$T$	Ancho superior
$T_c$	Ancho superior crítico
U.S.	United States
$V$	Velocidad media de la sección normal
$V_c$	Velocidad crítica
$W$	Peso del fluido
$\bar{y}$	Centroide hidráulico

$y$	Profundidad del flujo
$y_c$	Profundidad crítica
$y_n$	Profundidad normal
$\bar{z}$	Profundidad del centroide de la sección transversal del flujo
$Z$	Elevación por encima del plano de referencia
$Z_c$	Factor de sección para el cálculo del flujo crítico
$Z_n$	Factor de sección para el cálculo del flujo uniforme
$\mathcal{V}$	Viscosidad cinemática del fluido.
$\alpha$	coeficiente de energía o de Coriolis
$\beta$	coeficiente de Boussinesq, coeficiente de momentum
$\gamma$	peso específico del fluido
$\tau$	esfuerzo cortante

### 3PRÓLOGO

En el análisis del recurso hídrico, el movimiento del agua a través de canales es de gran importancia, es por ello que la hidráulica, en particular la hidráulica de canales, toma relevancia al ser la disciplina encaminada a canalizar los fluidos, generalmente agua, que se encuentran a flujo libre (la superficie del flujo está bajo presión atmosférica). Los canales son obras que conducen el agua entre dos puntos determinados, que pueden tener condiciones particulares de topografía, tipología de suelos, etc., por lo que el comportamiento y diseño de estas obras son un reto para los ingenieros hidráulicos.

Se encuentra diversidad de canales abiertos que pueden ser naturales o hechos por el hombre, normalmente la superficie del flujo está descubierta como los ríos, arroyos, estuarios, canales de riego, etc. La clasificación también puede estar de acuerdo a sus características geométricas como la sección transversal, dimensiones y la pendiente longitudinal, y características hidráulicas como el área, el perímetro mojado y el radio hidráulico, que serán los temas abordados en este libro.

Los flujos en los canales abiertos son comunes, su característica es la superficie libre. Como los ríos y canales, zanjas de drenaje, cunetas e incluso en condición cerrada como el caso de un conducto de una red de alcantarillado, estos flujos pueden ser variados o uniformes. Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, en la primera parte de este libro se analizan conceptos principales de la hidráulica, el flujo libre, geometría de los canales, velocidades en la sección de un canal calculando el coeficiente de Coriolis y Boussinesq y en la segunda parte los principios fundamentales de la hidráulica de canales para el análisis de la energía y momentum.

## 1. INTRODUCCIÓN A LA HIDRÁULICA

El recurso agua siempre ha representado un factor indispensable para el desarrollo de la humanidad, esto se evidenció desde el inicio de los tiempos en el que el hombre, como ser nómada, buscaba refugio cerca de los ríos y lagos, donde habitaría hasta que la comida escaseara. Más adelante, con la aparición de la agricultura y consecuentemente del sedentarismo, el hombre buscó asentarse cerca de estos para abastecer sus cultivos y comunidades.

Sin embargo, con el paso de los años, los pequeños asentamientos se tornaron en pueblos y, así mismo, las comunidades en grandes sociedades, conllevando a los cultivos y centros poblados a ubicarse cada vez más lejos de las fuentes hídricas, ocasionando dificultades de abastecimiento y/o el transporte del agua. Dados estos problemas y debido a la necesidad del hombre por este líquido vital, buscó la manera de solucionarlos, asentando sus conocimientos en el comportamiento del agua mediante la observación, con base a métodos empíricos, tediosos tanteos y con soluciones muy limitadas.

A partir de lo anterior, el hombre se interesó cada vez más por estudiar este problema transformado en ciencia hoy en día, surgiendo el desarrollo inicial de la mecánica de los fluidos. Dentro de estos estudios, se fueron limitando algunas propiedades de los fluidos, tales como la viscosidad, dando origen a una rama de esta mecánica llamada *hidrodinámica*. Esta importante rama estudia principalmente las leyes del equilibrio y movimientos de los fluidos incomprensibles, especialmente líquidos. Es así que, cuando se aplica esta rama al estudio del flujo de agua en estructuras, surge entonces la disciplina llamada *hidráulica*.

La hidráulica abarca diferentes aplicaciones de la ingeniería civil que estudian el comportamiento del agua, mediante análisis matemáticos y la experimentación, generando la posibilidad de explicar los fenómenos observados y predecir de manera aproximada, el comportamiento de estos bajo condiciones específicas. Siendo las aplicaciones más conocidas y como solución a la calidad de la vida humana, el diseño y construcción de alcantarillados, generación de energía (Hidroeléctricas), irrigación de campos, drenajes viales y urbanos, control de inundaciones, navegación, tratamiento de agua potable y residual, entre otras actividades.

### 1.1. DEFINICIÓN

Etimológicamente, hidráulica proviene de la palabra latina hidráulica y la palabra griega hydraulike, descomponiéndose en tres palabras: hydor (agua), aulos (tubo o conducción) e icos (relativo), por lo que su traducción al español es “lo relativo a la conducción del agua”.

De manera general, la hidráulica pertenece a la física como la rama encargada del estudio de las leyes naturales que gobiernan el comportamiento mecánico del agua y de otros tipos de fluidos, los cuales pueden estar en reposo o en movimiento, permitiendo realizar el estudio de las condiciones de flujo a presión y de flujo libre, basándose para ello en los principios de conservación de la masa (continuidad), la energía y el movimiento.

### 1.2. TIPOS DE FLUJO

Los fluidos son un tipo de sustancia que poseen la capacidad de moverse libremente y adaptar la geometría del recipiente que lo contiene, pues carecen de rigidez y elasticidad, cediendo ante cualquier fuerza tangencial o cortante que le sea aplicada. Tanto los líquidos como los gases tienen dichas capacidades, por lo que se consideran fluidos, sin embargo, los líquidos tienen un espacio definido y son prácticamente incompresibles, a diferencia de los gases, los cuales son compresibles y están compuestos de partículas en movimiento que colisionan entre sí con la intención de separarse.

Como se mencionó anteriormente, los fluidos no pueden resistir el esfuerzo cortante y, en caso de que este se presente, tenderá a deformarse y continuará haciéndolo mientras exista dicho esfuerzo. En este proceso los compuestos del fluido, cambian de posición relativamente permanente mientras a su vez, poseen una posición relativa con respecto a un contorno sólido. Esto se conoce, como flujo.

Es por ello que, el flujo de un líquido puede transitar en una superficie libre, es decir, una interface entre la superficie líquida y la atmósfera. Por el contrario, el flujo puede tener presente una presión hidráulica confinando el líquido y llenando completamente el conducto que lo contiene. Partiendo de esta idea, se expresan dos conceptos importantes: Flujo libre y flujo a presión. Para dar un ejemplo de estas condiciones, el flujo del agua en los ríos o canales, así como su distribución y movimiento a través del subsuelo, por supuesto, el movimiento de fluidos en el interior de tuberías son ejemplos claros de estos conceptos.

A continuación, se explicará primeramente el flujo a presión, dando una introducción de este tema, y luego se explicará detalladamente el flujo libre, el cual es el interés principal de este libro, explicando así mismo, la clasificación y estados del flujo.

#### 1.2.1. Flujo a presión

Los flujos a presión se presentan en tuberías, el cual su característica principal es un flujo uniforme, es decir, la presión y la velocidad en este ducto siguen constantes en el espacio y tiempo. Como la velocidad no cambia, el fluido no adquiere ninguna aceleración, y si no tiene este efecto, la segunda ley de Newton, establece que las fuerzas se encuentran en equilibrio, por lo que su sumatoria es igual a cero.

Para el flujo en tuberías o conductos cerrados, se presenta la acción de tres tipos de fuerzas: *de presión, la gravitacional y las de fricción*. Las fuerzas de presión actúan con la finalidad de acelerar el flujo. Las fuerzas gravitacionales (o de peso) pretenden aumentar la velocidad de un fluido, siempre y cuando este se mueva desde una gran altura, pero tratarán de frenarlo si el movimiento es en sentido contrario. Las fuerzas

de fricción actuaran siempre en sentido contrario al movimiento, es decir, tratarán de frenarlo.

Como se muestra en la Figura 1, se pueden apreciar las todas las fuerzas que se encuentran en un fluido que se contiene en un volumen controlado, así como sus direcciones, observándose con respecto a un eje de referencia (dirección del flujo). Nótese que la dirección del flujo posee un grado de inclinación con respecto a la horizontal, por lo tanto, el peso del fluido estará multiplicado por el coseno del ángulo. Además, y como se explicó anteriormente, el fluido contenido en el volumen de control no estaría acelerado, la sumatoria de las fuerzas serian igual a cero ( $\sum F_x = 0$ ).

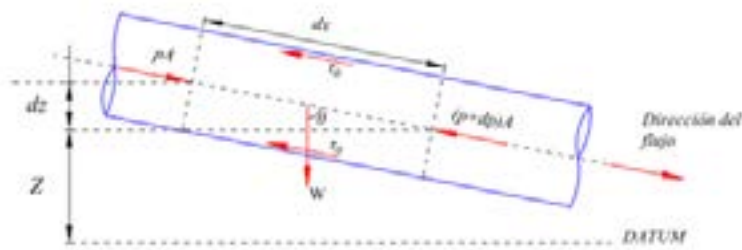


Figura 1. Fuerzas actuando en un fluido contenido en un volumen de control.

Fuente: adaptado de Saldarriaga, 2007.

Con base en la figura anterior, se pueden interpretar y obtener las ecuaciones de equilibrio. De esta manera, las fuerzas actuantes son:

1.  $pA$ : producto de la presión interna y el área mojada de la sección transversal de la tubería.
2.  $(p + dp)A$ : producto del área de la sección transversal y la suma de la presión y un diferencial de presión dentro de la tubería.
3.  $W \cos \theta$ : peso del fluido multiplicado por el coseno del ángulo.
4.  $\tau_0 P dx$ : producto entre el esfuerzo cortante en la pared interna y el perímetro mojado interno de la tubería y un diferencial de distancia en dirección al flujo.

De acuerdo con las anteriores fuerzas planteadas, la ecuación de equilibrio (ecuación 1) sería:

$$pA - (p + dp)A + W \cos \theta - \tau_0 P dx = 0 \quad (1)$$

El peso del volumen del control se puede reescribir de la forma  $W = \rho g A dx$ . Reemplazando esta variable en la ecuación 1 y despejando se obtiene la ecuación 2:

$$-dpA - \rho g A dx \cos \theta - \tau_0 P dx = 0 \quad (2)$$

De acuerdo con la Figura 1, se tiene que  $dx \cos \theta = -dz$ . Reemplazando este término en la ecuación 2 y despejando el esfuerzo cortante se obtiene la ecuación 3:

$$\tau_0 = \frac{A}{P} \rho g \frac{d}{dx} \left( \frac{p}{\rho g} + z \right) \quad (3)$$

Como se puede observar en la ecuación 3, el término enmarcado representa la pendiente de fricción del flujo en la tubería, y es abreviado como  $S_f$ . Además, los términos  $A/P$  y  $\rho g$  se puede reemplazar por el radio hidráulico  $R$  y el peso específico del fluido  $\gamma$ , respectivamente. Por lo tanto, se puede observar una ecuación que permite evaluar las pérdidas que se generan por la fricción dentro de un flujo, ecuación 4.

$$\tau_0 = \gamma R S_f \quad (4)$$

### 1.2.2. FLUJO LIBRE

Cuando se habla de flujo libre se hace referencia al movimiento de un fluido sobre la superficie libremente, en la cual se desprecian los esfuerzos tangenciales y, a su vez, éste se encuentra con una presión aplicada en la superficie igual a la atmosférica. En otras palabras, la superficie libre es la interface entre dos fluidos de diferentes densidades. En este tipo de flujo, los líquidos circulan por estructuras ya sea naturales o artificiales, que pueden tener sección transversal abierta, como los ríos y canales artificiales, o cerrada parcialmente llena, como en los alcantarillados pluviales y el flujo en túneles (ver Figura 2 y Figura 3).



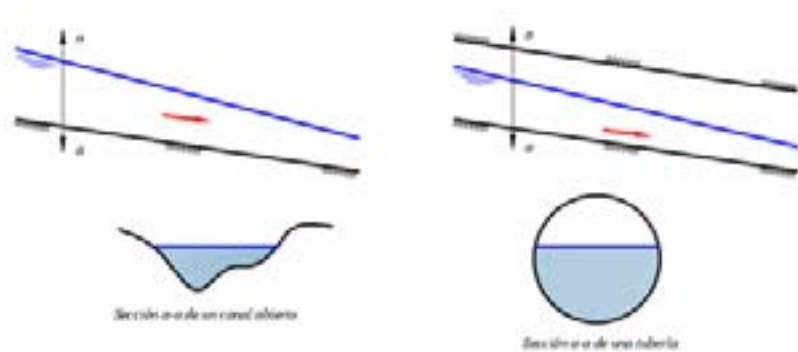


Figura 2. Flujo en secciones de un canal abierto y de tubería.

Fuente: elaboración propia.



Figura 3: Canal de drenaje construido paralelo a una vía

Fuente: elaboración propia.

Para este tipo de flujo, el movimiento del mismo es causado habitualmente por efectos gravitacionales y, la presión dentro del fluido, generalmente es de condiciones hidrostáticas. En consecuencia, el estudio del flujo libre resulta más complejo que el estudio de flujo a presión, esto debido a las situaciones extraordinarias que se pueden presentar, en los que la sección del canal es insuficiente para evacuar el caudal, existiendo entonces una variación de la profundidad, por lo tanto, se hace indispensable incorporar esta variable en el estudio del flujo, requiriendo en ocasiones aplicar las diferentes ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos.

En un canal abierto o en flujo libre se complican debido a que esta superficie puede cambiar a través del tiempo y del espacio, así mismo, la profundidad o altura de flujo, el caudal correspondiente a esa altura y las pendientes del fondo del canal y de la superficie libre del flujo son interdependientes.

Como se mencionó anteriormente, la profundidad es una variable principal cuando se estudian los canales a flujo libre. Un análisis simplificado del flujo permite establecer esta variable, al igual que en una sección la velocidad media define los principales aspectos del tipo de flujo en un canal. Por otra parte, el volumen del flujo que se desplaza por la sección de este es llamado Caudal, y está dado por la ecuación 5:

$$Q = VA \quad (5)$$

De donde  $V$  es la velocidad media de la sección normal al flujo de área transversal  $A$ .

### 1.3. CLASIFICACIÓN DEL FLUJO LIBRE

A continuación, se describirá los diferentes tipos de flujo libre en canales respecto al tiempo y espacio, teniendo como variable principal el cambio en la profundidad del flujo.

#### 1.3.1. Flujos libres según el tiempo

Existen dos tipos de flujos para esta clasificación: Flujo permanente y flujo no permanente. Para el caso de un flujo permanente la altura de este no tiene variación en el tiempo. Por el contrario, el flujo es no permanente cuando la variable altura de este presenta variación con respecto al tiempo.

En el caso de un problema de flujo permanente, la tasa de flujo es constante a lo largo de la sección del canal, siendo este comportamiento un flujo continuo. Partiendo de la ecuación 6, se puede tener que el caudal es (ecuación 6):

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 = \dots \quad (6)$$

De donde los subíndices de la ecuación anterior son determinados a diferentes secciones del canal.

Como se vio anteriormente, el flujo permanente sigue una ley de continuidad, produciendo un caudal constante a lo largo de la sección del canal. ¿Qué sucede entonces cuando un flujo es no permanente y constante, es decir, cambia el caudal y la profundidad? Para resolver esta pregunta, puede considerarse la ley de continuidad para un flujo no permanente, el cual la conservación de masa se cumple en un espacio infinitesimal entre dos secciones del canal, de donde el caudal cambia con la distancia y la profundidad con el tiempo.

En la siguiente Figura 4, se muestran los tipos de flujos según el tiempo como se describió anteriormente.



Figura 4. Representación de un flujo permanente y no permanente.

Fuente: elaboración propia.

### 1.3.2. Flujos libres según el espacio

La clasificación que nace para los flujos libres según el espacio es dos, flujo uniforme y flujo variado. Los flujos uniformes son un tipo de corrientes donde la profundidad del flujo permanece constante en cada sección del canal o la velocidad del canal no cambia en una longitud determinada. Por el contrario, el flujo variado es, como su nombre lo indica, donde la profundidad de flujo o su velocidad cambian o varía a lo largo del canal.

Así mismo, dependiendo de la rata de variación con respecto a la distancia (flujo variado), se puede definir el flujo como gradualmente variado o rápidamente variado. Para estos primeros, la profundidad del flujo realiza una baja variación con respecto a la distancia, mientras que para los flujos rápidamente variados sucede un cambio significativo en la profundidad del mismo en una distancia corta.

Ahora bien, también existen flujos que cumplen condiciones tanto de tiempo como de espacio. Estas condiciones se pueden presentar debido a cambios en la variable tiempo, pero conservando la del espacio. Por ejemplo, un flujo uniforme puede o no ser permanente dependiendo de si la profundidad cambia con el tiempo. El flujo uniforme es el flujo básico considerado en canales abiertos o hidráulica de flujo libre. En esta condición, la profundidad de flujo no cambia durante un lapso de tiempo determinado. Si, por el contrario, esta profundidad cambia de un instante de tiempo a otro, de modo que su superficie y el fondo del canal sean paralelas, el flujo se conoce como uniforme no permanente.

De la descripción anterior, (Chaudhry, 2008) concluye que los flujos permanentes y no permanentes son caracterizados por la variación con respecto al tiempo en un lugar determinado, mientras que los flujos uniformes o variados son caracterizados por la variación en un instante de tiempo con respecto a la distancia. Es así que, en un flujo permanente y variado, la derivada total de la velocidad con respecto al tiempo es igual a cero ( $\frac{dv}{dt} = 0$ ). En un flujo unidimensional, esto significa que  $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$ , y  $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$ . En un flujo bidimensional o tridimensional, las derivadas parciales de los componentes de la velocidad en el orden de dos direcciones coordinadas con respecto al tiempo son también cero.

A continuación, en la Figura 5, se describen los diferentes flujos anteriormente descritos. Así mismo, en la Figura 6, se da un bosquejo del comportamiento que puede tener el agua circulando a flujo libre. Note que en la imagen aparecen nuevos conceptos relacionados con la hidráulica (Resalto y Caída hidráulica). Más adelante se hablarán de ellos.



Figura 5. Clasificación de los flujos libres

Fuente: elaboración propia.

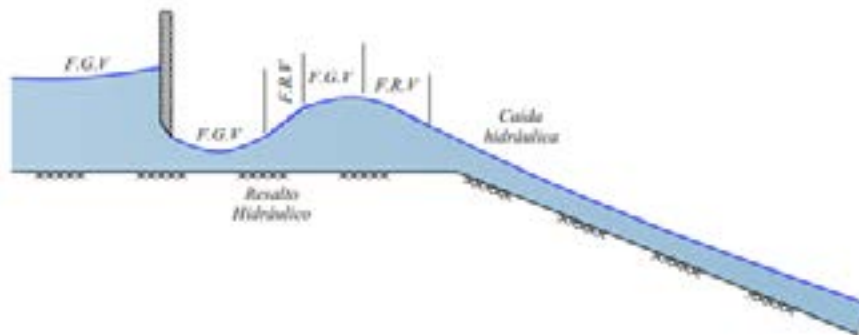


Figura 6. Diferentes comportamientos del agua en un flujo variado.

Fuente: elaboración propia.

### 1.3.3. Flujos libres según el caudal

De acuerdo con esta variable los flujos pueden ser clasificados como *flujos continuos* o *flujos discontinuos*. Para los flujos continuos su característica principal es que el caudal es constante en todas las secciones del canal, por lo tanto, se puede aplicar ecuación de continuidad para esta clasificación. Los diferentes flujos de acuerdo al tiempo y al espacio

anteriormente descritos, se encuentran incluidos en esta clasificación, es decir, pertenecen a los flujos continuos.

Por otro lado, los flujos discontinuos son aquellos en donde su caudal pasa de ser constante a tener variaciones en su medida. Esto ocurre cuando entre o sale un caudal determinado en una sección del canal. Un ejemplo claro de estos flujos son los pequeños afluentes o quebradas que se conectan a un río principal. O en el caso de un canal de irrigación que cierto caudal es desviado y su fin es el uso en cultivos.

### 1.4. ESTADOS DE FLUJO

Los estados de flujo en canales abiertos o flujos libres están regidos por la relación que se tiene entre el efecto de la viscosidad y el de la gravedad, en concordancia a las fuerzas inerciales del flujo. Estos flujos pueden ser de dos tipos: flujos laminares y turbulentos.

Se dice que un flujo es laminar cuando el fluido se mueve a lo largo de líneas suaves y definidas y el flujo se ve como capas delgadas que se mueven entre sí. Por el contrario, en el flujo turbulento, se produce un movimiento caótico de las partículas líquidas (movimientos en órbitas irregulares e irregulares en el espacio y el tiempo).

En mecánica de fluidos básica, dependiendo de la magnitud relativa de las fuerzas de inercia frente a las viscosas, el flujo se puede clasificar como se describe anteriormente. Si el flujo es laminar prevalecerá la fuerza viscosa, caso contrario prevalecerá el flujo turbulento si prevalece la fuerza de inercia. Al mismo tiempo, el flujo también puede estar en un estado de transición de fase, ni estratificado ni turbulento. Esta función se denomina flujo transicional.

La relación de las fuerzas de viscosidad e inerciales están definidas por el número de Reynolds  $R_o$ , el cual es un parámetro adimensional donde involucra la velocidad, la longitud y la viscosidad cinemática del flujo. Por otro lado, el número de Froude corresponde a la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas gravitacionales, es decir, representa la influencia de la gravedad sobre la condición de flujo, se denota como  $F_r$ .

A continuación, se explicará en detalle estas dos variables mencionadas.

### 1.4.1. Número de Reynolds

Para poder estudiar la resistencia del flujo bajo las diferentes condiciones de comportamiento en los estados laminar y turbulento, Osborne Reynolds hacia el año 1883, basado en sus experimentaciones, planteó el criterio para distinguir los flujos laminares, turbulento y de transición, mediante el número que lleva su nombre. Él observó que el movimiento de los fluidos en ductos o canales en algunas ocasiones conserva un movimiento ordenado y en otras es desordenado (Chow, 1994).

El numero Reynolds es un numero adimensional que corresponde al cociente entre los términos convectivos y los términos viscosos que gobiernan el movimiento de los fluidos. Siendo la ecuación 7 equivalente para este término.

$$R_e = \frac{vR}{\nu} \quad (7)$$

De donde,  $v$  es la velocidad media,  $R$  es el radio hidráulico del conducto (relación entre el área mojada del fluido y el perímetro mojado de la sección que lo transporta) y  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido.

Reynolds estableció unos rangos de valores para describir el comportamiento de flujo. Cuando el valor es muy bajo el flujo es laminar, pero cuando se acerca a un valor de 500 pasa de esta característica a un estado de transición, manteniéndose en esta condición para valores entre 500 y 2000 aproximadamente, y para valores mayores, para a ser turbulento (Chow, 1994).

### 1.4.2. Número de Froude

El número de Froude ocurre por la acción exclusiva de la gravedad donde los flujos poseen velocidades grandes; tal es el caso del flujo turbulento a superficie libre. Un incremento en los valores del número de Froude indica mayor efecto inercial de cualquier fuerza, pero su

disminución, se relaciona a un mayor efecto de las fuerzas gravitacionales (Sotelo, 1997).

La fórmula que define el número de Froude está dada por la ecuación 8:

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gD}} \quad (8)$$

De donde,  $V$  es la velocidad media del flujo,  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $D$  es la profundidad hidráulica, la cual se determina como el área de la sección transversal del flujo, dividida por el ancho de la superficie libre.

Dentro de los posibles valores que se determinan con la ecuación 9, se puede clasificar el flujo como crítico, subcrítico y supercrítico.

Se dice que el flujo es crítico si la velocidad del flujo es igual a la velocidad de la onda gravitatoria de baja amplitud. Se pueden crear ondas gravitacionales debido a cambios en la profundidad del flujo. Se dice que el flujo es subcrítico si el flujo es menor que el flujo crítico y, finalmente, se dice que es supercrítico cuando el flujo está por encima del flujo crítico

Los valores destinados para esta clasificación de acuerdo con el número de Froude son:

$$F_r = 1, \text{ flujo crítico.}$$

$$F_r < 1, \text{ flujo subcrítico.}$$

$$F_r > 1, \text{ flujo supercrítico.}$$

## 1.5. TIPOS DE CANALES

Los canales abiertos son estructuras de transporte naturales o hechas por el hombre, que normalmente van descubiertas y en ellas se incluyen los ríos, arroyos y estuarios. Una característica importante de los flujos de canales abiertos es que tienen una superficie libre a la presión atmosférica. Los flujos de canales abiertos pueden ser incluso en conductos cerrados, como tuberías y Box Culverts, siempre y cuando el

conducto fluya parcialmente lleno. Por ejemplo, el flujo en la mayoría de los alcantarillados sanitarios y fluviales tienen una superficie libre, por lo tanto, es clasificada como flujo de canal abierto.

Paralelo a lo anterior, los canales de acuerdo a su origen pueden ser naturales o artificiales (hechos por el hombre), pero también poseen una clasificación de acuerdo a su forma. A continuación, se explicarán cada uno de ellos.

### 1.5.1. Canales según su origen

Como se mencionó en el texto anterior, existe una clasificación para los canales abiertos, siendo naturales o artificiales (ver Figura 3), con base a su origen. Dentro de los canales naturales se incluyen los que transportan agua de manera natural existentes en el planeta. Estos varían en su tamaño dependiendo de la topografía del terreno y las condiciones climáticas de la zona. Además, hay canales abiertos como las corrientes subterráneas, en las cuales el flujo de agua se mueve a superficie libre y entran dentro de esta clasificación.

El comportamiento de los canales abiertos naturales requiere estudiarlos de manera completa y con la ayuda de otras ciencias, como la hidrología, geomorfología, transporte de sedimentos, etc., derivado gracias a sus propiedades hidráulicas que por lo general son irregulares. Este tema de estudio es destacado como *hidráulica fluvial*.

Por otro lado, los canales artificiales son todos aquellos en los que el hombre ha sido protagonista en su construcción. Dentro de esta clasificación se comprenden desde estructuras de gran escala como: canales de navegación o canales de centrales hidroeléctricas, hasta mediana y pequeña escala: canales de irrigación, cuentas de drenaje, vertederos, cunetas diseñadas para las carreteras, etc. Dentro de los canales artificiales, son muy importante nombrarlos y son los canales modelos construidos en los laboratorios, con fines experimentales. Como, por ejemplo, investigaciones en la carrera de Ingeniería Civil, el cual se pueden controlar y se diseñan cumpliendo ciertos requisitos,

aplicando las teorías hidráulicas y obteniendo resultados similares a las condiciones reales.

Dentro de estos canales artificiales, su construcción puede ser de dos maneras distintas: revestidos y no revestidos. Los segundos, el nombre indica su característica, son construidos en el suelo y no poseen ninguna protección para conducir el agua, mientras que los canales revestidos pueden tener piedras, concreto, madera, etc.

### 1.5.2. Canales según su forma

Otra clasificación para los canales abiertos está de acuerdo a su forma, en relación a su geometría. Existe un término llamado *sección del canal*, el cual designa la sección transversal de este, determinada en forma perpendicular a la dirección del flujo.

Primeramente, los canales pueden ser o no prismáticos. Designando a los primeros los que poseen una pendiente de fondo constante y una sección no variable. De lo contrario, es clasificado como no prismático. Partiendo de esta clasificación, los canales prismáticos están regidos normalmente por una subdivisión predominada por su geometría. Como se mencionó, para los canales prismáticos es importante que conserven su sección, por lo tanto, es su geometría la que juega un papel muy importante. Debido a que los canales naturales son muy irregulares, es decir, no tienen una sección definida geoméricamente. Estos serán clasificados en su mayoría como no prismáticos (ver Figura 7).

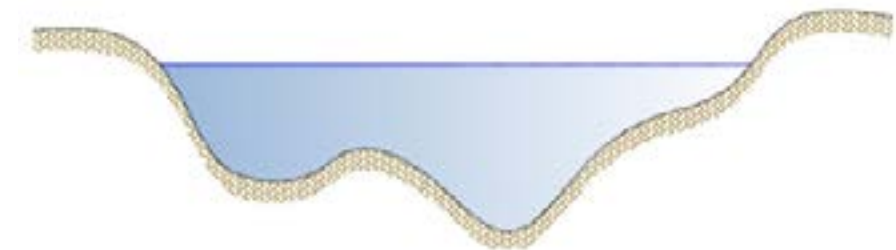


Figura 7. Sección de un canal sin geometría definida.

Fuente: elaboración propia.

La geometría de un canal artificial puede variar según su sección, diseñada con figuras geométricas regulares. Estas son las más utilizadas: rectangulares, trapezoidales triangulares, circulares, parabólicas, rectangulares con esquinas redondeadas y triangulares con fondo redondeado, o con una combinación entre ellas.

### 1.6. ELEMENTOS GEOMÉTRICOS EN CANALES

En la Tabla 1 y en la Figura 8 se definen los elementos geométricos más importantes de la sección de un canal.

TABLA 1. ELEMENTOS GEOMÉTRICOS DE LA SECCIÓN DE UN CANAL

Elemento geométrico	Característica
<b>Profundidad de flujo <math>y</math></b>	Distancia vertical desde el fondo del canal hasta la superficie del flujo
<b>Profundidad de la sección del flujo <math>d</math></b>	Profundidad del flujo medido perpendicular desde el fondo del canal. La relación entre $d$ y $y$ es $d = y \cos \theta$ . Para el caso de canales de pendiente baja puede utilizarse la siguiente aproximación $\cos \theta \approx 1$ , y por lo tanto $d = y$ .
<b>Ancho superior <math>T</math></b>	Ancho de la sección del canal en la superficie libre.
<b>Perímetro mojado <math>P</math></b>	Longitud en contacto entre el líquido y las paredes del canal.

<b>Área mojada <math>A</math></b>	Área de la sección transversal perpendicular a la dirección del flujo.
<b>Profundidad hidráulica <math>D</math></b>	Área mojada dividida por el ancho superior. $D = A/T$
<b>Radio hidráulico <math>R</math></b>	Área mojada dividida por el perímetro mojado. $R = A/P$
<b>Centroide hidráulico <math>\bar{y}</math></b>	Centro geométrico del área mojada, medido desde la superficie libre.
<b>Pendiente inferior <math>S_0</math></b>	Pendiente longitudinal del fondo del canal, $S_0 = \tan \theta$
<b>Factor de sección para el cálculo del flujo crítico <math>Z_c</math></b>	Producto del área mojada y la raíz cuadrada de la profundidad hidráulica. $Z_c = A\sqrt{D}$
<b>Factor de sección para el cálculo del flujo uniforme <math>Z_n</math></b>	Producto del área mojada y el radio hidráulico elevado a la potencia de $2/3$ . $Z_n = AR^{2/3}$

Fuente: elaboración propia

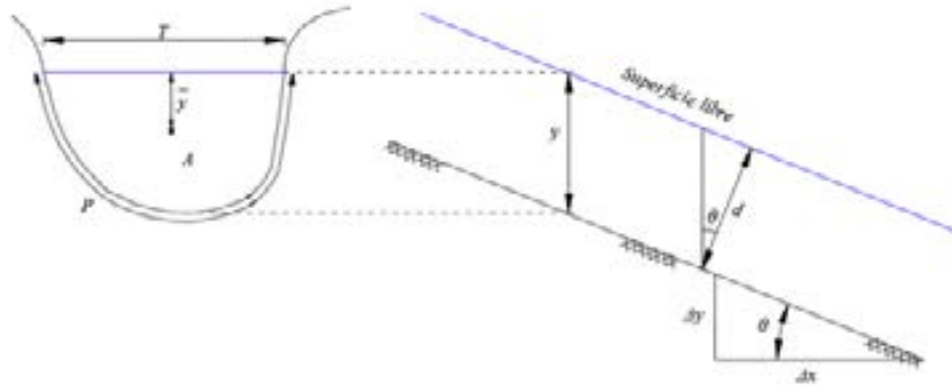


Figura 8. Algunos de los elementos geométricos en la sección de un canal.

Fuente: adaptado de Akan, 2006.

A continuación, se muestran las fórmulas para hallar el área mojada, perímetro mojado, ancho superior y el centroide de las figuras geométricas más usuales en canales abiertos, como rectangular, trapezoidal, triangular y circular (Gallardo, Jaramillo, & Gómez, 2020).

### 1.6.1. Sección rectangular

En la Figura 9 se muestra este tipo de sección y sus medidas características.

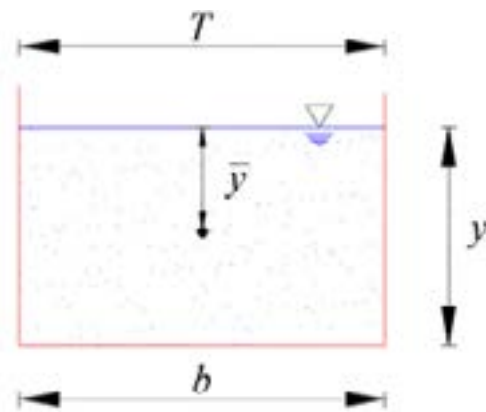


Figura 9. Sección rectangular

Fuente: elaboración propia.

- I.  $A = by$
- II.  $P = b + 2y$
- III.  $T = b$
- IV.  $\bar{y} = 1/2 y$

### 1.6.2. Sección trapezoidal

En la Figura 10 se aprecia este tipo de sección y sus elementos característicos.

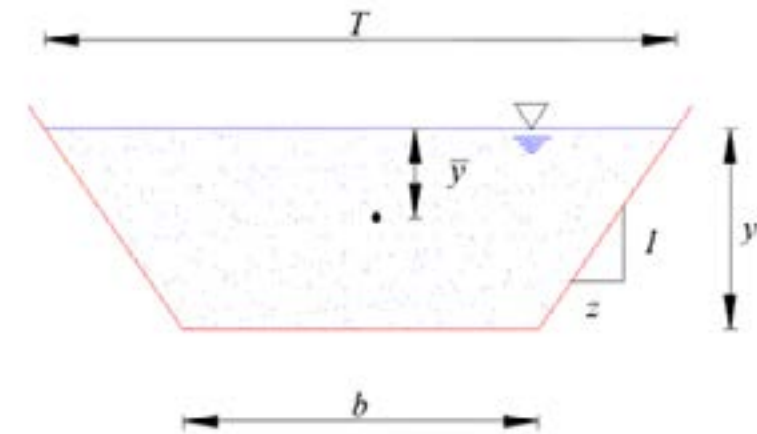


Figura 10. Sección trapezoidal

Fuente: elaboración propia.

- I.  $A = by + zy^2 = (b + zy)y$
- II.  $P = b + 2y\sqrt{1 + z^2}$
- III.  $\bar{y} = \frac{y(z^2/3 + b/2)}{zy + b}$
- IV.

### 1.6.3. Sección triangular

En la Figura 11 se muestra una cuneta para drenaje superficial en una vía, la cual posee sección triangular. En la Figura 12 se muestra la sección triangular y sus elementos característicos.



Figura 11. Canal con forma triangular. Canal de drenaje de vía principal

Fuente: elaboración propia.

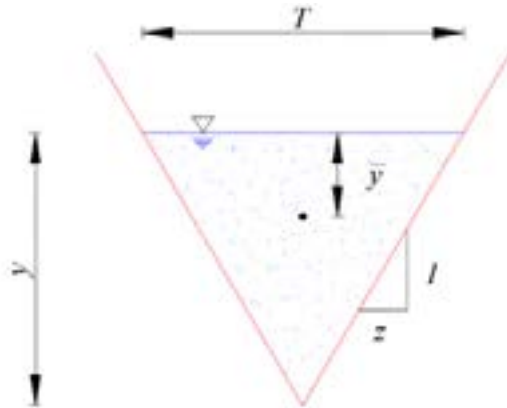


Figura 12. Sección triangular

Fuente: elaboración propia.

- I.  $A = \frac{2zy}{2}$
- II.  $P = 2y\sqrt{1+z^2}$
- III.  $T = 2zy$
- IV.  $\bar{y} = \frac{1}{3}y$

### 1.6.4. Sección circular

En la Figura 13 se muestra este tipo de sección transversal y sus elementos característicos.

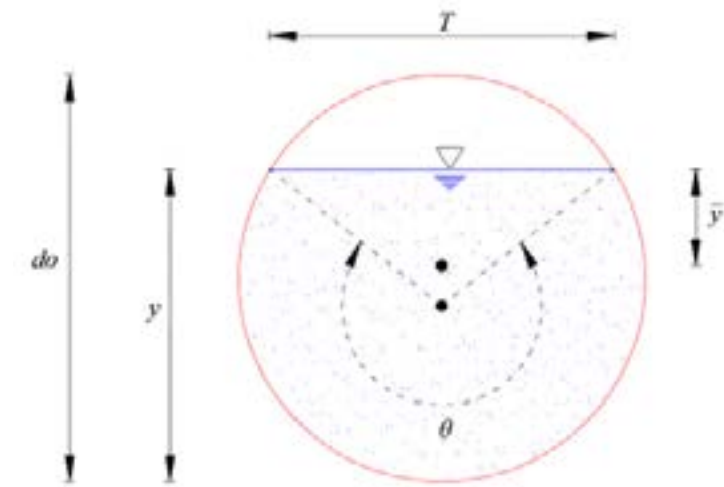


Figura 13. Sección circular

Fuente: elaboración propia.

- I.  $A = \frac{d_0^2}{8} (\theta - \sin \theta) \quad \theta = 2 \left( \pi - \cos^{-1} \left[ \frac{\left( y - \frac{d_0}{2} \right)}{\left( \frac{d_0}{2} \right)} \right] \right)$
- II.  $P = \frac{1}{2} \theta d_0$
- III.  $T = d_0 \sin \left( \frac{1}{2} \theta \right)$
- IV.  $\bar{y} = \frac{d_0}{6} \left[ \frac{4 \left( \sin \frac{\theta}{2} \right)^2 - 3 \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) (\theta - \sin \theta)}{\theta - \sin \theta} \right]$



### 1.6.5. Sección parabólica

Este canal no es muy común en diseño de canales, sin embargo, por motivos constructivos, condiciones en campo y demás, se opta por esta forma (ver Figura 14).



Figura 14. Canal con sección transversal parabólica

Fuente: elaboración propia.

### 1.7. DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL DEL FLUJO EN UN CANAL

En cualquier punto de un canal abierto, el flujo puede tener componentes de velocidad en las tres direcciones. Pero la mayor parte, sin embargo, el flujo de canales abiertos es asumido unidimensional y las ecuaciones del flujo están escritas en la dirección principal del flujo. Por lo tanto, por velocidad se refiere a la componente de la velocidad en dicha dirección. Así mismo, la velocidad varía en una sección del canal debido a las fuerzas de fricción en los límites del canal y en la superficie libre. También se usa el término velocidad de punto para referirse a la velocidad en diferentes puntos en la sección del canal.

En la siguiente Figura 15, se muestra una distribución de puntos de velocidades, en un canal natural.

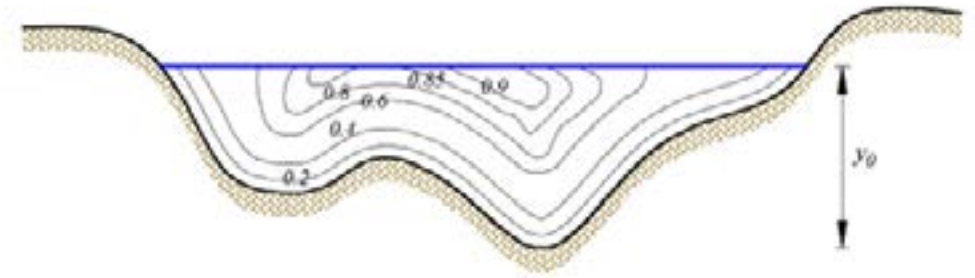


Figura 15. Curvas de velocidad en la sección de un canal natural

Fuente: elaboración propia.

Como se puede apreciar en la Figura 15, existe una distribución de velocidades de acuerdo a la geometría del canal y, a su vez, esta distribución depende primeramente por la forma de la sección, además de la rugosidad de las paredes del canal y los cambios de alineamiento, curvas.

Ahora bien, el volumen de agua que fluye por la sección de un canal por unidad de tiempo es llamado rata de flujo, caudal o descarga. Con referencia en la Figura 16, el incremento de caudal  $dQ$ , a través de un incremental de área  $dA$ , es el definido por la ecuación 9

$$dQ = v dA \quad (9)$$

De donde  $v$ , es la velocidad de punto.

Entonces por definición el caudal está dado por la ecuación 10:

$$Q = \int_0^A dQ = \int_0^A v dA \quad (10)$$

Donde  $Q$  es el caudal.

En muchas aplicaciones de flujos de canales abiertos se usa la velocidad media transversal  $V$ , definida por la ecuación 11:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{1}{A} \int_0^A v dA \quad (11)$$

Como se puede apreciar en la ecuación 11, al despejar el caudal  $Q$  se obtiene la ecuación 5 expresada anteriormente.

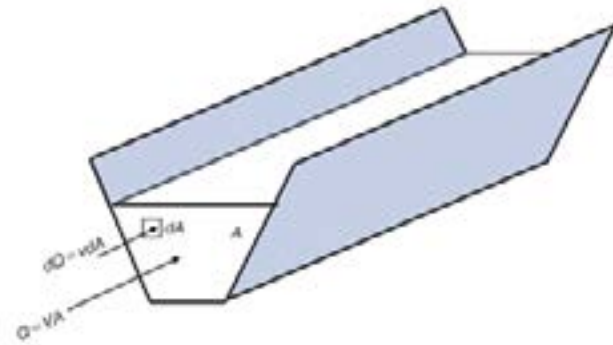


Figura 16. Definición de caudal o descarga.

Fuente: Akan, 2006.

### 1.7.1. Mediciones de velocidades

La determinación de la velocidad media del flujo en un canal junto con la sección transversal en la dirección perpendicular al flujo, son variables necesarias para estimar el caudal que fluye por el canal. El procedimiento para estimar el caudal se realiza mediante un aforo de corrientes de U.S. Geological Survey, el cual la sección perpendicular al flujo o transversal como se conoce, se divide en franjas verticales por medio de una determinada cifra de verticales sucesivas (Chow, 1994). El ancho de las franjas se puede comprender entre  $1/15$  a  $1/20$  del ancho total del canal  $T$  (ver Figura 17).

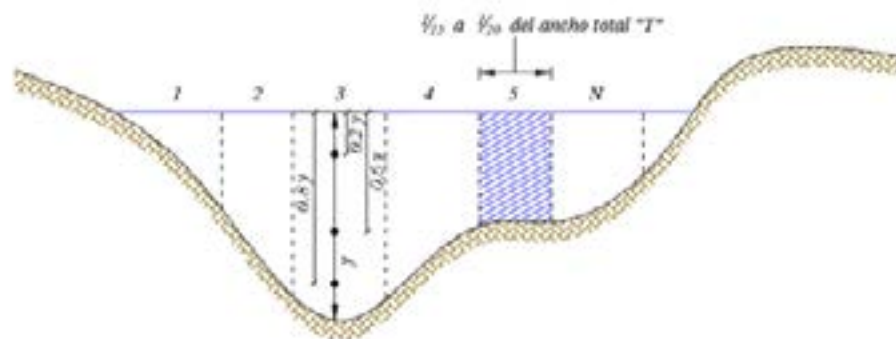


Figura 17. División en franjas verticales la sección de un canal

Fuente: elaboración propia.

Las observaciones de campo realizadas en ríos y canales han demostrado que la velocidad media  $v_{mo}$ , ocurre a un nivel de  $0.6 y_0$  desde la superficie libre (ver Figura 17). Por otro lado, se puede también calcular de acuerdo a la siguiente ecuación 12:

$$v_{mo} = \frac{v_{0.2y} + v_{0.8y}}{2} \quad (12)$$

De acuerdo a las mediciones que se realicen a las diferentes profundidades, se puede realizar una gráfica para cada franja vertical. A continuación, se muestra un bosquejo de la gráfica que resultaría de una medición o aforo (ver Figura 18).

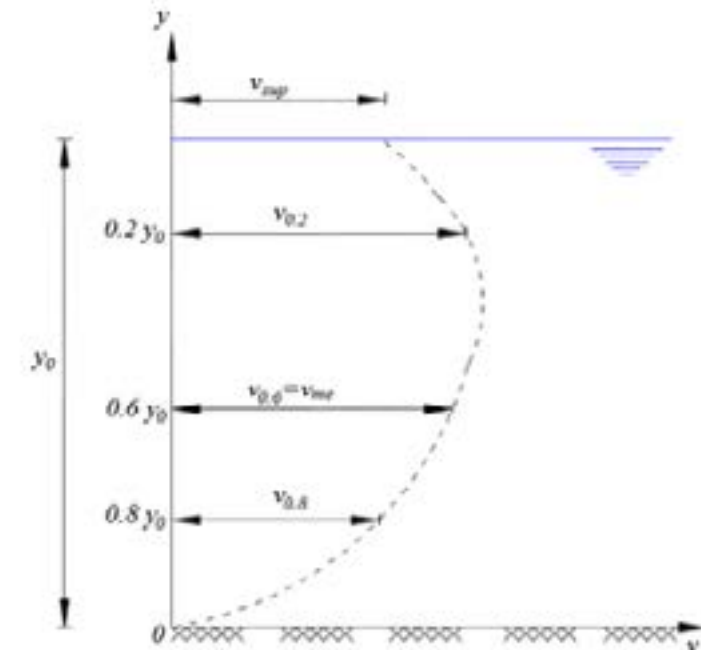


Figura 18. Gráfica del aforo a diferentes profundidades

Fuente: elaboración propia.

### 1.7.2. Coeficientes de distribución de velocidad

Las velocidades de flujo en una sección de un canal a menudo varían de un punto a otro. Sin embargo, existe una expresión matemática que indica una mayor velocidad de flujo en canales abiertos. Esta expresión es (ecuación 13):

$$\frac{v^2}{2g} \quad (13)$$

De donde  $V$  es la velocidad media del flujo y  $g$  la gravedad.

Ahora bien, cuando se utiliza los principios de energía en cálculos para canales, es necesario utilizar un factor de corrección para que la altura de velocidad  $\frac{v^2}{2g}$  no sea igual a la altura de velocidad promedio de la sección del canal. Esta consideración o factor es llamado *coeficiente de energía o de Coriolis*  $\alpha$ . La expresión quedaría como lo muestra la ecuación 14:

$$\alpha \frac{v^2}{2g} \quad (14)$$

Este coeficiente fue propuesto por primera vez por a G. Coriolis. De allí radica el nombre de este factor o coeficiente.

Paralelo a lo anterior, el hecho de que la distribución de velocidades en la sección del canal no sea uniforme, afecta el cálculo del *momentum*. Una expresión que calcule dicha característica se expresa con la ecuación 15:

$$\frac{\beta w Q V}{g} \quad (15)$$

De donde  $\beta$  corresponde al *coeficiente de momentum* o *coeficiente de Boussinesq*,  $w$  es el peso unitario del agua,  $Q$  es el caudal y  $V$  la velocidad media.

Ahora bien, los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  son ambos unitarios para el caso en que la distribución de velocidad en la sección del canal es uniforme. Para otras distribuciones  $\alpha > \beta > 1,0$ . Cuanto mayor sea la no uniformidad de la distribución de la velocidad, será más alto el valor de los coeficientes. Generalmente, los canales largos y profundos de sección regular y con alineaciones bastantes rectas, muestran valores más bajos de los coeficientes. Por el contrario, canales pequeños con secciones irregulares contribuye a valores altos de  $\alpha$  y  $\beta$ . Además, para los canales primaticos, debido una sección definida y una pendiente casi horizontal, los valores de Coriolis y Boussinesq son la unidad.

A continuación, en la Tabla 2. Se muestran rangos y promedios de valores para los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$ .

TABLA 2. RANGO DE VALORES PARA LOS COEFICIENTES DE CORIOLIS Y BOUSSINESQ.

Canales	Valores de $\alpha$		Valores de $\beta$	
	Rango	Promedio	Rango	Promedio
Canales naturales y torrentes	1,15-1,50	1,30	1,05-1,17	1,10
Rios y corrientes de agua	1,50-2,00	1,75	1,17-1,33	1,25

Fuente: Subramanya, 2009.

### 1.7.3. Cálculo del coeficiente de Coriolis y Boussinesq

Para el cálculo de del coeficiente de Coriolis  $\alpha$ , se asumirá que un canal que transporta un caudal con velocidad  $V$ , sección transversal  $dA$  y fluye un líquido con peso específico  $\gamma$ . Teniendo en cuenta que la energía se expresa por  $\gamma Q H$ .

La ecuación de continuidad para este canal resultaría en la ecuación 16:

$$dQ = V_h dA \quad (16)$$

El valor de la energía cinética está dado por la ecuación 17:

$$H = \frac{v^2}{2g} \quad (17)$$

Para el canal circular se tiene que:

$$\gamma V_h dA \frac{v^2}{2g} \quad (18)$$

La ecuación 18 es equivalente a la ecuación 19:

$$\frac{\rho}{2} V_h^3 dA \quad (19)$$

Integrando la ecuación 19 se obtiene la energía en toda la sección transversal del flujo, con lo cual se obtiene la ecuación 20.

$$\frac{\rho}{2} \int V_h^3 dA \quad (20)$$

Calculando de forma aproximada la energía de la sección del flujo se tiene que la velocidad media está dada por la ecuación 21:

$$\frac{\rho}{2} V^3 A \quad (21)$$

Para que el anterior valor sea correcto se debe multiplicar por un factor o el coeficiente de Coriolis, e igualando a la ecuación 20, se tiene la ecuación 22:

$$\alpha \frac{\rho}{2} V^3 A = \frac{\rho}{2} \int V_h^3 dA \quad (22)$$

De donde se obtiene la ecuación 23:

$$\alpha = \frac{\int V_h^3 dA}{V^3 A} \quad (23)$$

La ecuación 23 corresponde a la realización entre la energía real correspondiente a la sección total del flujo y la correspondiente al asumir una distribución uniforme de velocidad en toda la sección del flujo.

Ahora bien, así como se realizó el análisis del coeficiente de Coriolis, también se determina la ecuación para el coeficiente de Boussinesq. Pero el análisis se realizará con la cantidad de movimiento. Por lo tanto, la ecuación que resulta de este análisis corresponde a la ecuación 24:

$$\beta = \frac{\int V_h^2 dA}{V^2 A} \quad (24)$$

### 1.8. DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN EN LA SECCIÓN DE UN CANAL

La presión en canales abiertos representa la fuerza de las moléculas del agua empujando contra otras o cualquier superficie sumergida en el agua. Las moléculas que componen el agua están en constante movimiento, incluso cuando un cuerpo de agua está en reposo en

sentido macroscópico. El resultado de la presión es la colisión de esas partículas con otras y con cualquier superficie sumergida, como, por ejemplo, en un recipiente que contiene un cuerpo de agua. Porque, el movimiento molecular es aleatorio, la presión resultante es el mismo en toda dirección en cualquier punto en el agua.

La superficie del agua en canales abiertos está expuesta a la atmósfera. Millones de colisiones toman lugar cada segundo entre las moléculas que la componen y la superficie del agua. Como resultado, la atmósfera ejerce alguna presión en la superficie de ésta.

La presión que ocurre en un cuerpo de agua en reposo es llamada *presión hidrostática*. En canales abiertos, esta distribución de presión es válida para el caso en que las líneas de flujo no tengan componente de aceleración en el plano de la sección del flujo. Este flujo, teóricamente, se llama *flujo paralelo*. Sus características son que las corrientes no tienen curvatura o divergencia apreciables, es decir, no hay esencialmente componentes naturales de aceleración con respecto a la dirección del flujo.

El flujo paralelo se caracteriza como un flujo uniforme y, por lo tanto, el flujo cambia gradualmente. El cambio en la profundidad de flujo se da de manera muy suave, de modo que las líneas de corriente no tienen una curvatura o divergencia notables, o son muy pequeñas.

Por otro lado, si las líneas de corriente presentan una curvatura importante, se considera el flujo como *flujo curvilíneo*.

A continuación, en las Figura 19, Figura 20 y Figura 21, se aprecian un flujo paralelo y curvilíneo cóncavo y convexo respectivamente, además de cómo actúa este flujo en un canal. Las variables descritas en la figura son:

$h_s$  = altura hidrostática

$h$  = altura piezométrica

$c$  = corrección de la altura de presión por curvatura

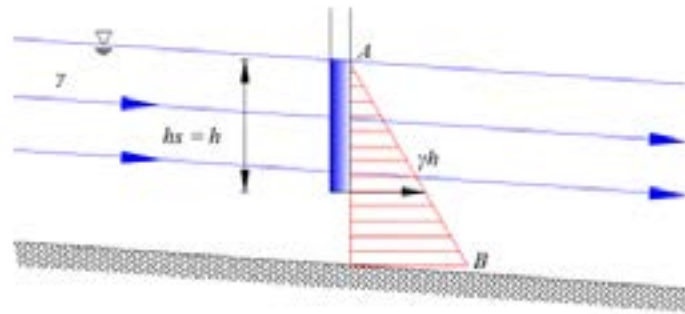


Figura 19. Flujo paralelo

Fuente: elaboración propia.

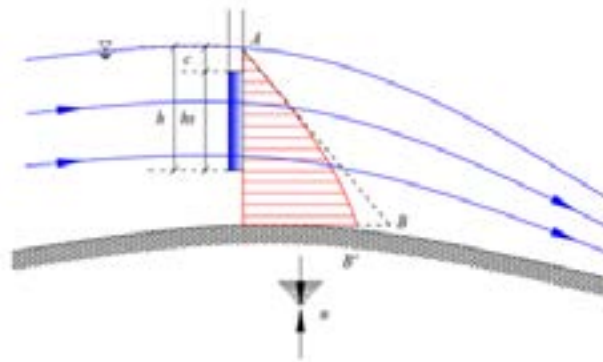


Figura 20. Flujo convexo

Fuente: elaboración propia.

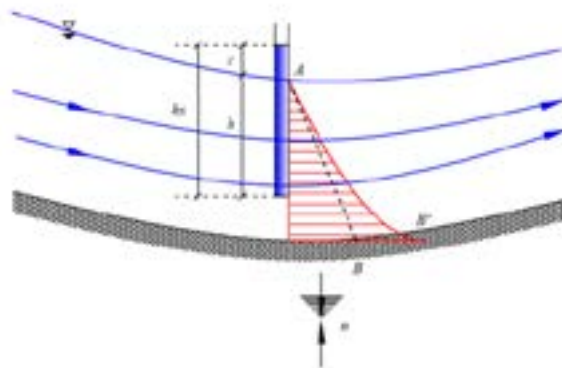


Figura 21. Flujo Cóncavo

Fuente: elaboración propia.

Como se puede apreciar en la Figuras 16 y 17 para flujo curvilíneo, la distribución de presión no es lineal (trayectoria  $AB'$ ), como en el caso de la Figura 15 que sigue una trayectoria recta de A a B. En el flujo cóncavo, la fuerza centrífuga se dirige hacia abajo, lo que mejora el efecto de la gravedad; por lo tanto, la presión formada es superior a la que se presenta en el flujo paralelo. Para el caso de un flujo convexo, la fuerza centrífuga actúa hacia arriba, contra el efecto de la gravedad, lo que determina que la presión sea menor a la del flujo paralelo.

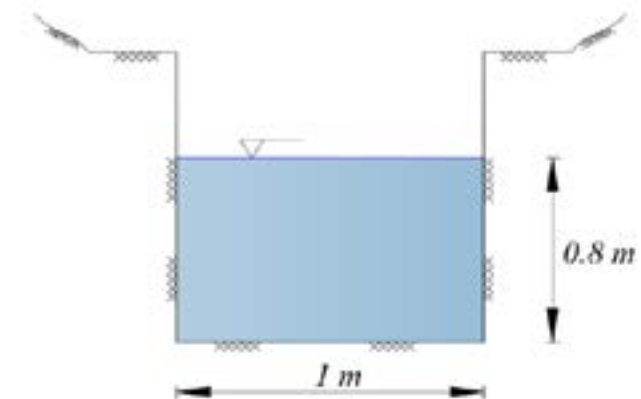
De acuerdo con las anteriores figuras la altura de presión real se determina como lo indica la ecuación 25:

$$h = h_s + c \quad (25)$$

## 1.9. EJERCICIOS DE APLICACIÓN

### 1.9.1. Problemas resueltos

1. Determinar el régimen de flujo en el canal rectangular con un ancho de 1.0 m y una altura de flujo de 0.80 m. La velocidad media del canal es de 0.70  $m/s$ . La viscosidad cinemática es de  $1.005 \times 10^{-6} m^2/s$ . Determinar el caudal que fluye por el canal.



**Solución:**

Para determinar el régimen de flujo se debe calcular el número de Reynolds y el número de Froude.

$$R_o = \frac{v R}{\nu}$$

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{g D}}$$

Se halla el radio y la profundidad hidráulica:

$$R = \frac{A}{P} = \frac{1.0 * 0.8}{1 + (2 * 0.8)} = 0.3077 \text{ m}$$

$$D = \frac{A}{T} = \frac{1.0 * 0.8}{1.0} = 0.8 \text{ m}$$

Se aplica la ecuación de Reynolds:

$$R_o = \frac{0.7 * 0.3}{1.00 \times 10^{-6}} = 215385 > 2000 = \text{turbulenta}$$

Luego se aplica la ecuación de Froude:

$$F_r = \frac{0.7}{\sqrt{9.81 * 0.8}} = 0.25 < 1.0 = \text{subcrítica}$$

Por último, se determina el caudal:

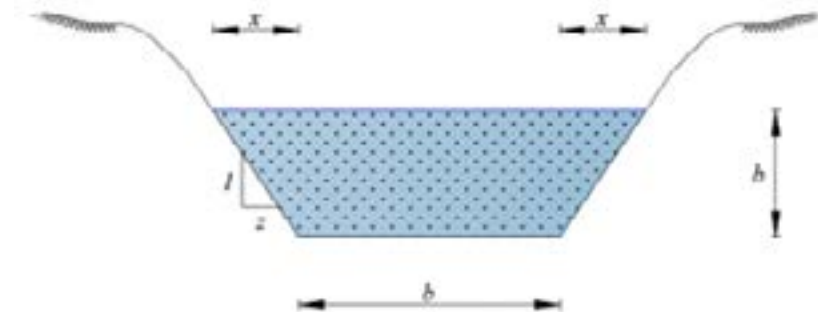
$$Q = VA = 0.7 * 1.0 * 0.8 = 0.56 \text{ m}^3/\text{s}$$

Régimen: Subcrítico-turbulento.

Mediante la hoja Electrónica N°1 “Elementos geométricos”, ver Anexo 1, se pueden verificar los anteriores resultados A continuación, se muestran los resultados obtenidos:

Resultados		
Ancho superior T	1	m
Perímetro Mojado P	2.60	m
Área Mojada a	0.80	m <sup>2</sup>
Profundidad Hidráulica D	0.80	m
Radio Hidráulico R	0.31	m
Curvatura Hidráulica J	0.40	m
Velocidad de flujo	0.70	m/s
Número de Froude	0.25	- Flujo Subcrítico
Viscosidad cinemática ν	1.00E-06	m <sup>2</sup> /s
Número de Reynolds	215384.62	- Turbulento

2. Determinar los elementos geométricos para la siguiente sección de un canal trapecoidal



**Solución:**

Ancho superficial:

$$T = 2x + b; x = bz$$

$$T = 2bz + b = b(2z + 1)$$

Perímetro mojado:

$$P = b + b\sqrt{1+z^2} = b(1 + \sqrt{1+z^2})$$

Área mojada:

$$A = b^2 + 2\left(\frac{b^2 z}{2}\right) = b^2(1+z)$$

Profundidad hidráulica:

$$D = \frac{A}{T} = \frac{b^2(1+z)}{b(2z+1)} = \frac{b(1+z)}{2z+1}$$

Radio hidráulico:

$$R = \frac{A}{P} = \frac{b^2(1+z)}{b(1+\sqrt{1+z^2})} = \frac{b(1+z)}{1+\sqrt{1+z^2}}$$

Centroide:

$$\bar{y} = \frac{\sum A\bar{y}}{\sum A} = \frac{b^2 \frac{b}{2} + 2\left(\frac{1}{3} b \frac{b}{2} zb\right)}{b^2 + \frac{b^2 z}{2}} = \frac{\frac{b^3}{2} + \frac{b^3 z}{3}}{b^2 \left(1 + \frac{z}{2}\right)} = \frac{b \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{3}\right)}{1 + \frac{z}{2}}$$

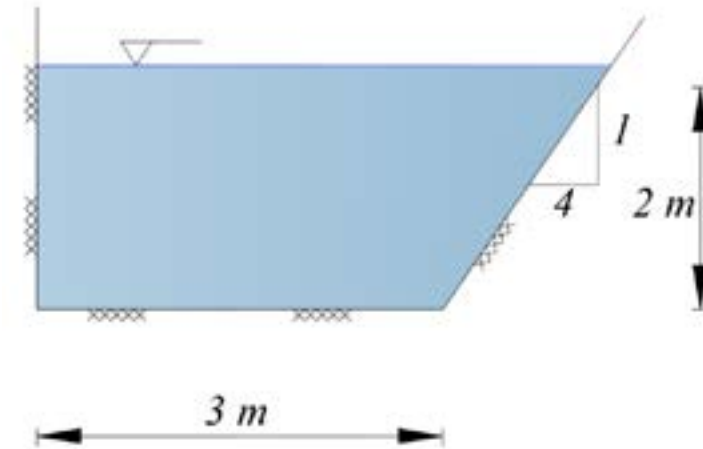
Factor de sección para flujo crítico:

$$Z_c = A\sqrt{D} = b^2(1+z) \sqrt{\frac{b(1+z)}{2z+1}}$$

Factor de sección para flujo uniforme

$$Z_n = AR^{2/3} = b^2(1+z) \left(\frac{b(1+z)}{1+\sqrt{1+z^2}}\right)^{2/3}$$

3. Determinar el ancho superior, el perímetro mojado y la profundidad y radio hidráulico de la siguiente sección de un canal

**Solución:**

Ancho superior:

$$T = 3 + (2 * 4) = 11m$$

Perímetro mojado

$$P = 3 + 2 + \sqrt{2^2 + (2 * 4)^2} = 13.246m$$

Profundidad hidráulica

$$D = \frac{(3 \cdot 2) + \left(\frac{2 \cdot 2 \cdot 4}{2}\right)}{11} = 1.2727 \text{ m}$$

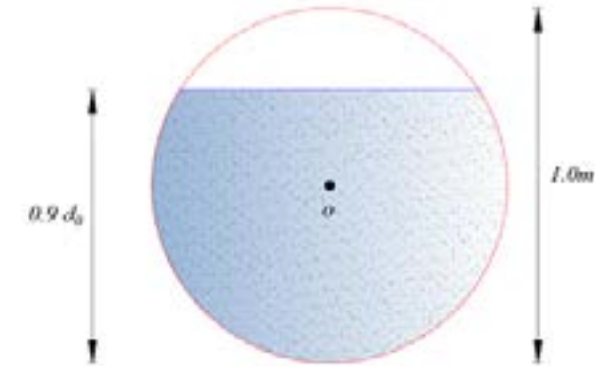
Radio hidráulico

$$R = \frac{(3 \cdot 2) + \left(\frac{2 \cdot 2 \cdot 4}{2}\right)}{13.246} = 1.057 \text{ m}$$

Mediante la hoja Electrónica N°1 “Elementos geométricos” se pueden verificar los anteriores resultados. A continuación, se muestran los resultados obtenidos:

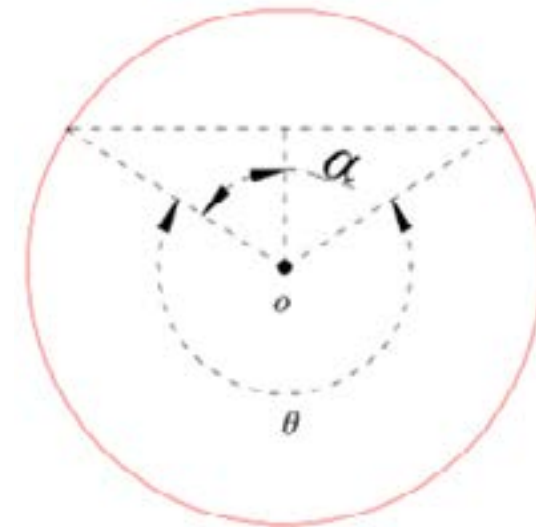
A	B	C	D	E	F	G	H	I
		Calcular		Limpiar				
		Resultados						
	Ancho superior $T$		11	m				
	Perímetro Mojado $P$		13.25	m				
	Área Mojada $A$		14.00	m <sup>2</sup>				
	Profundidad hidráulica $D$		1.27	m				
	Radio Hidráulico $R$		1.06	m				
	Centro de Hidráulico $\bar{y}$		0.81	m				
	Velocidad de flujo			m/s				
	Número de Froude			-				
	Viscosidad cinemática $\nu$			m <sup>2</sup> /s				
	Número de Reynolds			-				

4. Determinar los elementos geométricos tales como área mojada, perímetro mojado, ancho superficial, radio hidráulico y centroide hidráulico para el siguiente canal con sección circular



**Solución:**

Primeramente, se halla el valor de  $\theta$ .



$$\cos \alpha = \frac{0.4}{0.5} \rightarrow \alpha = 36.87^\circ$$

$$\theta = 360^\circ - (2 \cdot 36.87^\circ) = 286.26^\circ$$



Se verifica el anterior valor con la fórmula:

$$\theta = 2 \left( \pi - \cos^{-1} \left[ \frac{\left( y - \frac{d_0}{2} \right)}{\left( d_0/2 \right)} \right] \right)$$

$$= \left( \pi - \cos^{-1} \left[ \frac{0.9 - 0.5}{0.5/2} \right] \right) = 4.9962 \text{ rad} = 286.26^\circ$$

Área mojada:

$$A = \frac{d_0^2}{8} (\theta - \sin \theta) = \frac{1}{8} (4.9962 - \sin 4.9962) = 0.7445 \text{ m}^2$$

Perímetro mojado:

$$P = \frac{1}{2} \theta d_0 = \frac{1}{2} \cdot 4.9962 \cdot 1 = 2.4981 \text{ m}$$

Ancho superficial

$$T = d_0 \sin \left( \frac{1}{2} \theta \right) = \sin \frac{286.26}{2} = 0.60 \text{ m}$$

Radio hidráulico

$$R = A/P = \frac{0.7445}{2.4981} = 0.2980 \text{ m}$$

Centroide:

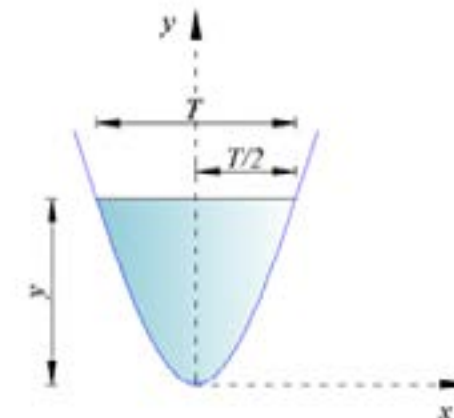
$$\bar{y} = \frac{d_0}{6} \left[ \frac{4 \left( \sin \frac{\theta}{2} \right)^3 - \left( 3 \cos \frac{\theta}{2} (\theta - \sin \theta) \right)}{\theta - \sin \theta} \right] = 0.4242 \text{ m}$$

Mediante la hoja Electrónica N°1 “Elementos geométricos” se pueden verificar los anteriores resultados. A continuación, se muestran los resultados obtenidos:

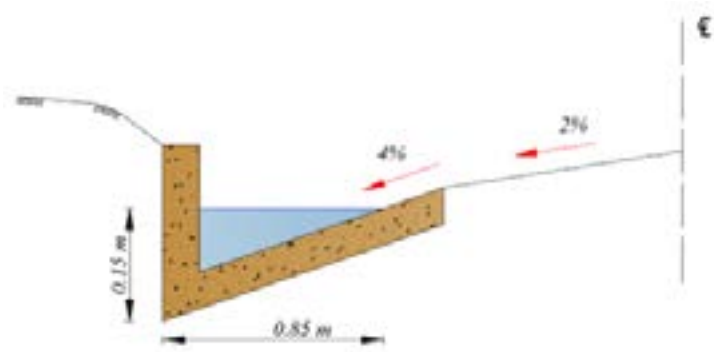
Resultados		
Ancho superficial T	0.60	m
Perímetro Mojado P	2.50	m
Área Mojada A	0.74	m <sup>2</sup>
Profundidad hidráulica D	1.24	m
Radio Hidráulico R	0.30	m
Centroide Hidráulico Y	0.42	m
Velocidad de flujo		m/s
Número de Froude		-
Velocidad crítica v		m/s
Número de Reynolds		-

### 1.9.2. Problemas propuestos

1. Demostrar los elementos geométricos como área mojada, perímetro mojado, radio hidráulico, profundidad hidráulica y el centroide para un canal con sección transversal parabólica.

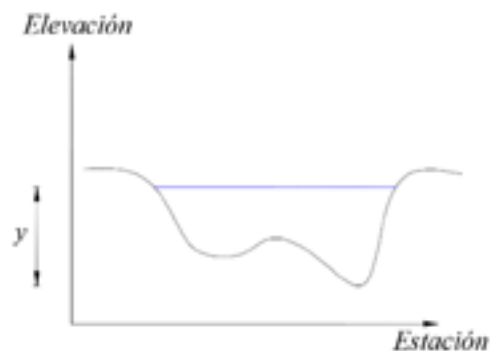


2. Una cuneta de una vía tiene un espesor de concreto de 0.05 m y transporta aguas lluvias a una velocidad de 2 m/s. De acuerdo con la siguiente figura, determinar los elementos geométricos y el caudal que transporta la cuneta.



3. En una canal con sección transversal mostrada en la siguiente tabla, determinar el área mojada, el perímetro mojado, el radio hidráulico, ancho superficial y profundidad hidráulica. La profundidad de flujo es de 1.2 m.

Estación (m)	Elevación (m)
0.0	3.00
1.5	2.30
4.5	1.65
5.4	1.80
6.6	2.50
7.8	2.90
9.0	3.00



4. Determinar los elementos geométricos para los siguientes canales descritos. La profundidad de flujo para todos los canales es de 0.75 m.

Canal rectangular con ancho de 1.5m

Canal triangular con pendientes laterales de relación 2:1 (H:V)

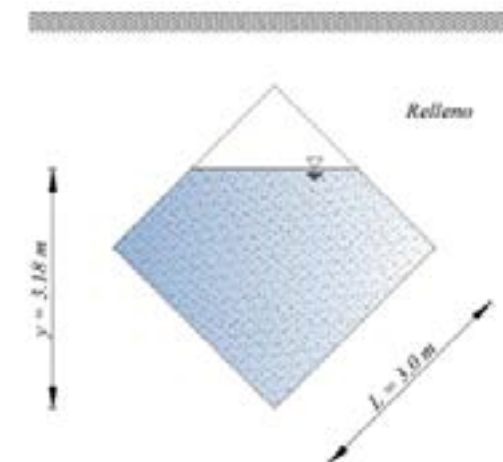
Canal circular de radio 0.5 m

Canal trapezoidal con ancho de fondo de 1.2 m y pendientes laterales de relación 1:2 (H:V)

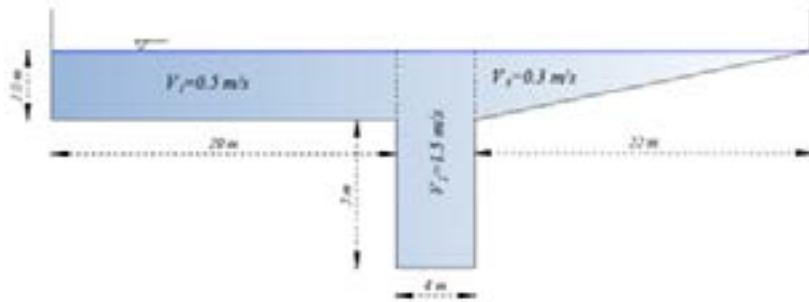
5. Demostrar que la profundidad hidráulica  $D$  en un canal rectangular es igual a la profundidad de flujo o tirante  $y$ . Así mismo, que la profundidad hidráulica es más pequeña que la profundidad de flujo o tirante  $y$  en canales trapezoidales y triangulares.

6. Dado un canal trapezoidal con ancho en el fondo de 3.5, taludes laterales 1.5:1 (H:V) y una altura normal de flujo de 4.6 m, determinar el los números de Reynolds y Froude, además de los elementos geométricos. El canal transporta una velocidad de flujo de 1.25 m/s y viscosidad cinemática del fluido es de  $1.005 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ .

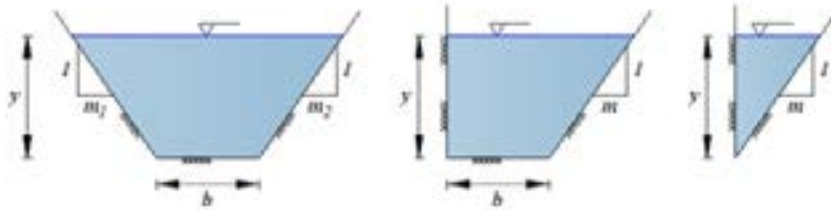
7. Una alcantarilla de sección cuadrada tiene  $L = 3.0 \text{ m}$  de lado y se instala como se muestra en la siguiente figura. La altura de flujo es de  $y = 3.18 \text{ m}$  y transporta un caudal de  $35 \text{ m}^3/\text{s}$ . Establecer el estado de flujo.



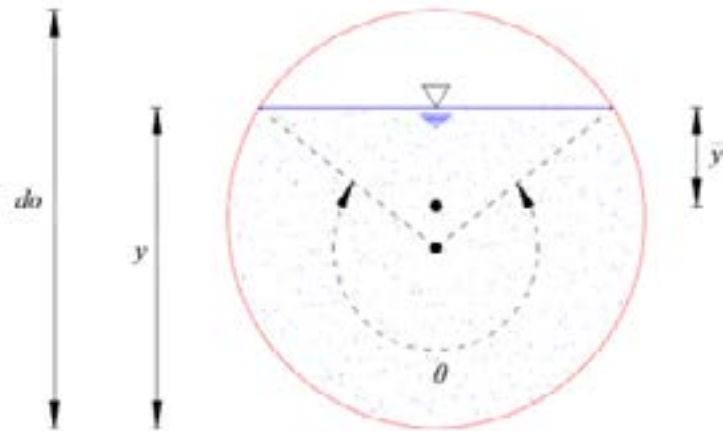
8. Determinar la velocidad promedio y el caudal para el siguiente canal



9. Determinar los elementos geométricos de las siguientes figuras



10. Demostrar la fórmula de área mojada y centroide de la sección circular en términos de  $\theta$  y  $d_0$ .



11. La distribución vertical de velocidades en un canal muy ancho es la siguiente:

$y$ (m)	$V_y$ (m/s)
0.05	1.06
0.1	1.24
0.2	1.52
0.5	1.65
0.6	1.73
0.8	1.35
0.9	1.1

La profundidad del flujo es de **0.95 m**.

Calcular la velocidad media y realizar la gráfica de velocidades con respecto a la profundidad.

## 2. PRINCIPIO DE ENERGÍA Y MOMENTUM APLICADOS AL FLUJO EN CANALES

Mediante la aplicación de la segunda ley de Newton, impulso y cantidad de movimiento, se puede realizar el análisis de la componente de *energía* que tiene el flujo en un determinado canal y definir la *cantidad de movimiento o de momentum* del mismo (Sotelo, 1997).

De acuerdo con lo anterior, una derivación de energía es el concepto de *energía específica* y es muy usado en la definición de la profundidad crítica y en el análisis de los problemas de flujo. En la resolución de estos problemas, según (Subramanya, 2009) afirma que, mientras la energía total en un flujo de un fluido siempre disminuye en la dirección corriente abajo, la energía específica es constante para un flujo uniforme y puede ya sea disminuir o incrementar en un flujo variado, desde la elevación de la base relativa del canal hasta la elevación de la línea de energía total, determinado por la energía específica. Si la resistencia de fricción puede ser ignorada, el total de energía en el flujo no uniforme será constante en toda la sección, mientras que la energía específica para tal flujo será constante solamente en la base horizontal del canal y, en todos los otros casos, la energía específica variará.

A continuación, se explicará a profundidad estos principios, el cual son de mucho interés en el estudio del flujo en canales abiertos. Además, aparecen nuevos términos como: Ecuación de Bernoulli, Caudal específico, fenómenos locales, entre otros.

## 2.1. ECUACIÓN DE BERNOULLI APLICADA A CANALES

En hidráulica básica, la energía total del fluido para cualquier flujo, en una determinada sección del canal, se puede expresar como la altura total del agua, correspondiente a la suma de la altitud, la presión y la velocidad. A continuación, en las Figura 22 y Figura 23, se explicará esta definición mediante un bosquejo de un canal con pendiente. En dicha figura aparecen variables como  $S_f$ , el cual representa la pendiente de la línea de energía llamada gradiente de energía (En el capítulo anterior es llamada pendiente de fricción debido a que se presenta en flujo de tuberías). Además, aparece nuevamente la variable  $\frac{v^2}{2g}$  que corresponde a la energía cinética del flujo (altura de velocidad).

La línea correspondiente a la altura de velocidad puede ser constante o paralela a la superficie del flujo solo si hay una distribución de velocidad uniforme y el aumento de velocidad es idéntico en cada punto de la sección transversal del flujo.

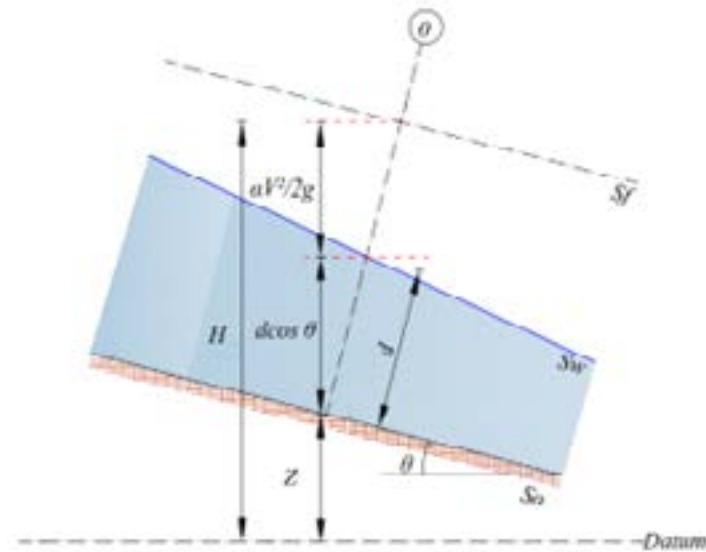


Figura 22. Componente de la altura de energía en un flujo gradualmente variado

Fuente: elaboración propia.

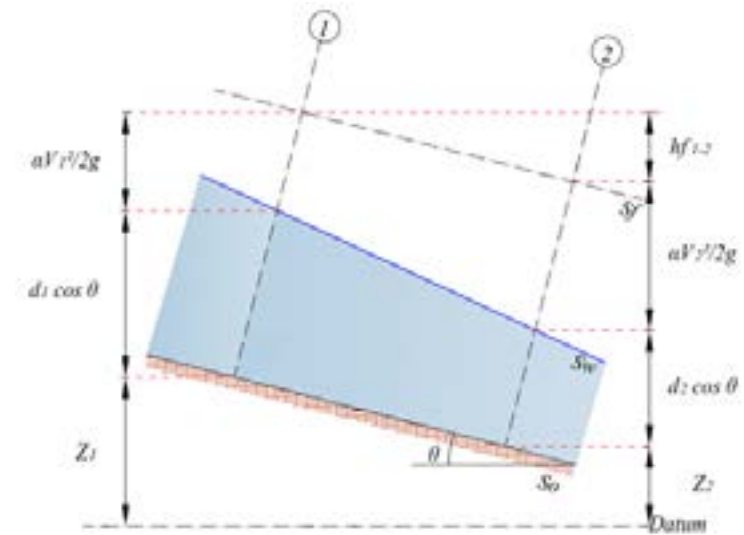


Figura 23. Energía de un flujo gradualmente variado en secciones 1 y 2

Fuente: elaboración propia.

Entrando en detalle, situándose en la sección 0 de la Figura 22, la altura total  $H$  que contiene esta sección en la línea de corriente del flujo del canal puede expresarse como (ecuación 26):

$$H = Z + d \cos \theta + \alpha \frac{v^2}{2g} \quad (26)$$

De donde:

$Z$  = elevación por encima del plano de referencia.

$d$  = profundidad por debajo de la superficie del fluido, medida a lo largo de la sección del canal.

$\theta$  = ángulo que forma la pendiente del fondo del canal con la horizontal

$\alpha \frac{v^2}{2g}$  = altura de velocidad del flujo en la línea de corriente que pasa a través una determinada sección del canal.

Si se considera un canal prismático el de la Figura 22 (recordando que el canal prismático es aquel que tiene una pendiente de fondo constante y una sección no variable), la pendiente de la superficie del agua está representada  $S_w$  y la pendiente de fondo del canal como  $S_0 = \sin \theta$ .

**Nota:** Para un flujo uniforme las condiciones de las pendientes serían  $S_f = S_w = S_0 = \sin \theta$ .

Ahora, tomando la sección 1 y 2 de la Figura 23 y siguiendo el principio de conservación de energía, la altura de energía total de estas dos secciones debe ser iguales más una pérdida de energía denominada  $h_f$  (ecuación 27):

$$Z_1 + d_1 \cos \theta + \alpha \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + d_2 \cos \theta + \alpha \frac{V_2^2}{2g} + h_f \quad (27)$$

Cabe aclarar que cualquiera de estas dos ecuaciones se conoce como ecuación de energía.

Para canales prismáticos, como se aclaró anteriormente, poseen una pendiente baja y constante y no cambia su sección, se puede concluir que la pérdida de energía es cero y el coeficiente de Coriolis sea uno. Por lo tanto, la ecuación 27 resultaría en la ecuación 28:

$$Z_1 + d_1 \cos \theta + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + d_2 \cos \theta + \frac{V_2^2}{2g} = \text{Const.} \quad (28)$$

Esta última ecuación 28 es definida y la más conocida *ecuación de energía de Bernoulli*.

## 2.2. ENERGÍA ESPECÍFICA

El concepto de energía específica fue introducido por Bakhmeteff en 1912 (Chaudhry, 2008). Como se notará a continuación, tiene una importante aplicación para el planteamiento de la ecuación de Bernoulli entre dos puntos de una determinada línea de corriente en el flujo.

La velocidad del flujo en una sección del canal puede variar de un punto a otro. Sin embargo, la velocidad promedio de la sección del canal puede usarse para calcular la altura de velocidad introduciendo el coeficiente de energía  $\alpha$  (canales primaticos con valor de 1). Teniendo un pendiente del canal casi horizontal, es decir,  $\cos \theta \approx 1$  se obtiene que el valor de  $d$  se aproxime o sea casi igual a  $y$ , tirante o profundidad de flujo. Además, definiendo el fondo del canal como el Datum o plano de referencia, la energía calculada es denominada *energía específica* y se define con la letra  $E$  (donde  $z = 0$ ), resultando la ecuación 28 así:

$$E = \frac{V^2}{2g} + y \quad (29)$$

Como lo indica la ecuación 29, la energía específica es la suma de la altura de velocidad más la profundidad del flujo o tirante.

En la Figura 24 se muestran las componentes de la energía específica para unas condiciones de flujo en un canal.

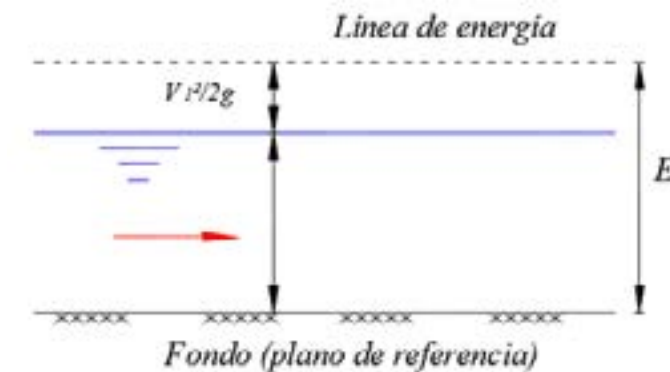


Figura 24. Interpretación de la energía específica

Fuente: elaboración propia.

Ahora bien, si se conoce la velocidad o el caudal de un canal determinado (Recordar que  $Q = V/A$ , de esta ecuación se puede despejar la velocidad para obtener su valor), quedaría que la energía específica es función de la profundidad del flujo. Además, si se realiza una gráfica donde el eje de las abscisas corresponde a la energía específica y en las ordenadas la altura de la profundidad de flujo, se obtiene una *curva de energía específica* (ver Figura 25).

En la Figura 25, se puede observar que para un determinado valor de energía específica  $E$ , corresponden dos posibles profundidades: profundidad  $y_1$  (profundidad baja) y profundidad  $y_2$  (alta). Además, si el flujo se encuentra en un estado crítico, la energía en este estado es mínima  $E_{min}$ . Partiendo de esto, la altura y la velocidad para este punto son conocidas como *profundidad crítica*  $y_c$  y la *velocidad crítica*  $V_c$ , respectivamente.

Con estas variables definidas es importante mencionar que (Chow, 1994) establece: “Cuando la profundidad de flujo es mayor que la crítica, la velocidad de flujo es menor que la velocidad crítica para un canal determinado, por lo tanto, el flujo es subcrítico. Cuando la profundidad del flujo es menor que la crítica, el flujo es supercrítico. Por lo que,  $y_1$  y  $y_2$  son las profundidades de un flujo supercrítico y subcrítico, respectivamente”.

Así mismo, se tienen las siguientes consideraciones:

Estado Subcrítico:  $V < V_c; F < 1; 0 < \frac{dE}{dy} < 1$

Estado crítico:  $V = V_c; F = 1; \frac{dE}{dy} = 0$

Estado supercrítico:  $V > V_c; F > 1; \frac{dE}{dy} < 0$

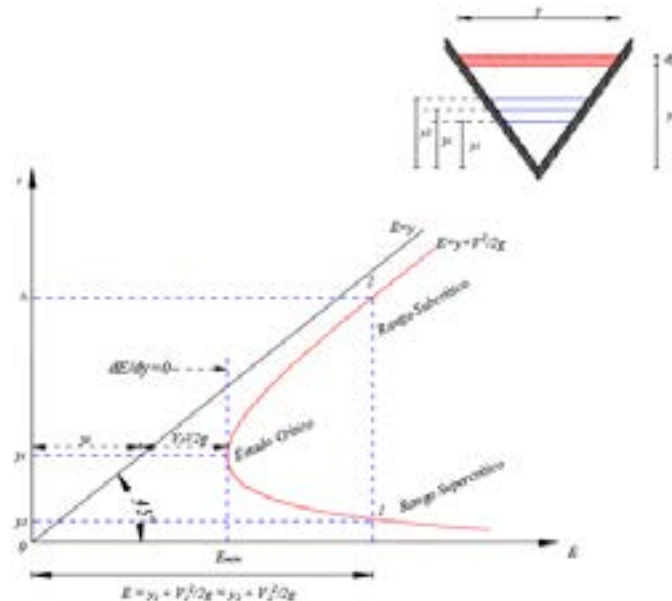


Figura 25. Curva de energía específica.

Fuente: elaboración propia.

### 2.3. FLUJO CRÍTICO

El flujo crítico es un tipo de flujo especial del canal abierto y ocurre bajo ciertas condiciones, además, este flujo no se mantiene a lo largo de un canal. Puede ocurrir en la entrada de un canal empinado, en la salida de un canal suave o en las secciones donde cambian las características de este.

En el capítulo anterior, cuando se habló del número del Froude, el estado crítico de flujo es para la condición cuando este número tiene el valor de la unidad. Esta característica cumple que, para en un estado de flujo de un caudal determinado la energía específica es mínima.

A partir de la Figura 25, se explicará este concepto. Partiendo de la ecuación general de velocidad para un canal abierto ( $v = Q/A$ ) y con condición del canal con pendiente baja y  $\alpha = 1$ , la ecuación de energía específica (ecuación 29) puede expresarse como:

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (30)$$

Como se aprecia en la ecuación anterior, la energía específica se encontraría en función de  $y$  si el caudal es conocido. Por lo tanto, se aplica la derivada de la energía con respecto a la profundidad, resultando la ecuación 31:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dy} = 1 - \frac{V^2}{gA} \frac{dA}{dy} \quad (31)$$

Partiendo de la Figura 25, el diferencial de área mojada  $dA$  en la superficie libre está dado por la ecuación 32:

$$dA = T dy \quad (32)$$

Despejando la variable  $T$ , se obtiene:

$$T = \frac{dA}{dy} \quad (33)$$

Reemplazando la ecuación 33 en la 31, resulta la ecuación 34:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{V^2 T}{gA} \quad (34)$$

De acuerdo con la profundidad hidráulica de las secciones, su expresión es  $D = A/T$ . Reemplazando esta variable en la ecuación 34, se obtiene:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{v^2}{gD} \quad (35)$$

Como la condición de que en el estado crítico la energía específica es mínima, es decir  $dE/dy = 0$ , la anterior ecuación 35, despejando y racionalizando, resultaría:

$$\frac{v}{\sqrt{gD}} = 1 \quad (36)$$

**Nota:** La anterior ecuación 36 se planteó en el capítulo anterior, el cual corresponde al número de Froude con valor de uno ( $F = 1$ ).

Ahora bien, si se tiene un canal con pendiente  $\theta$  y un coeficiente de energía o de Coriolis  $\alpha$ , puede probarse a partir de la ecuación 36, resultando la ecuación 37:

$$\alpha \frac{v^2}{2g} = \frac{E}{2} \quad (37)$$

### 2.3.1. Profundidad crítica

La profundidad crítica es designada como  $y_c$ , y es la profundidad del flujo en una sección donde el flujo está en estado crítico. En un determinado canal abierto, el flujo crítico puede no ocupar toda la sección. Sin embargo, la profundidad crítica es calculada como primer paso en relación con los principales problemas de flujo de canales. Como se vio anteriormente, la profundidad crítica ayudará a clasificar un canal prismático o no prismático en el cálculo del perfil de la superficie del agua longitudinal. Además, al igual que número de Froude, la profundidad crítica en sí misma puede ser utilizada para identificar si el flujo en una sección es subcrítico o supercrítico. El flujo es subcrítico si el flujo es más grande que la profundidad crítica, por lo que  $y > y_c$ . De lo contrario, el flujo es supercrítico si  $y < y_c$ .

La profundidad crítica, como se indicó en la ecuación 9, depende de los elementos geométricos  $A$  y  $D$  de la sección transversal del canal cuando el caudal es constante. Para un canal con pendiente uniforme

se tiene la misma profundidad crítica en cualquier sección de este, en este mismo canal cuando se presenta un flujo crítico deberá ser un flujo uniforme. La pendiente de un canal que posee las condiciones anteriores de denominará pendiente crítica  $S_c$  (Chow, 1994).

Partiendo de lo anterior, se conoce como pendiente suave o pendiente subcrítica, pendientes cuyas pendientes son inferiores a las pendientes críticas, dando lugar a caudales lentos de carácter subcrítico. Sin embargo, un gradiente más pronunciado que el crítico producirá un flujo rápido o supercrítico, conocido como gradiente supercrítico.

El flujo en o cerca del estado crítico es inestable; Un cambio menor en una energía dada en el estado crítico o cerca de él dará como resultado un cambio mayor en profundidad. Este efecto se puede ver en un gráfico de energía dado (ver Fig. 25), donde la curva es casi vertical cerca de la profundidad crítica y un pequeño cambio en la energía cambia de profundidad a profundidad. Un desplazamiento menor o mayor que la energía específica después del cambio. Esto se puede observar incluso cuando el flujo está cerca del estado crítico, ya que el agua superficial parece inestable. Este fenómeno generalmente es causado por pequeños cambios en la energía debido a cambios en la rugosidad del canal, la sección transversal, la pendiente o la deposición de sedimentos o escombros. En el diseño de un canal, si la profundidad es igual o cercana a la profundidad crítica de una sección larga del canal, la forma o inclinación del canal debe, si es posible, cambiarse para proporcionar una mayor estabilidad.

El criterio para aun estado crítico de flujo son los cálculos básicos del flujo crítico. Las dos mayores aplicaciones de la teoría del flujo crítico son el control del flujo y las mediciones de éste. A continuación, se explicarán cada una de ellas.

### 2.3.2. Control del flujo

El significado de *control de flujo* estable es el estado del flujo final en un canal o la relación final entre el nivel y el flujo. Cuando el control de flujo se alcanza en una cierta sección de canal, esta sección es llamada *sección*



*de control*. Debido a que esta sección mantiene la relación anteriormente mencionada, siempre es un lugar adecuado para una estación de aforo y para el desarrollo de una *curva de calibración de caudales*. En el estado crítico de flujo puede definirse una relación definitiva nivel-caudal, y es teóricamente independiente de la rugosidad del canal y de situaciones no controladas. Por consiguiente, una sección de flujo crítico es una sección de control (Chow, 1994).

La localización de la sección de control en un canal prismático está gobernada por el estado de flujo, que a su vez es determinada por la pendiente del canal. Por ejemplo, un canal prismático largo y recto en el cual se crea un embalse mediante una presa a través del canal y el flujo del agua mostrado en las Figura 26, Figura 27 y Figura 28 el cual se aprecian las tres condiciones de flujo en el canal, representando los flujos subcrítico, crítico y supercrítico, con sus pendientes equivalentes.

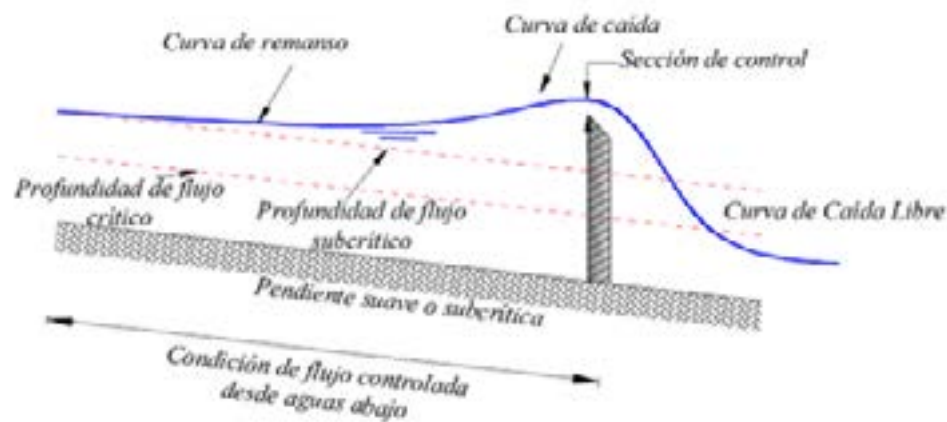


Figura 26. Condición de flujo para canal primático con pendiente subcrítica

Fuente: elaboración propia.

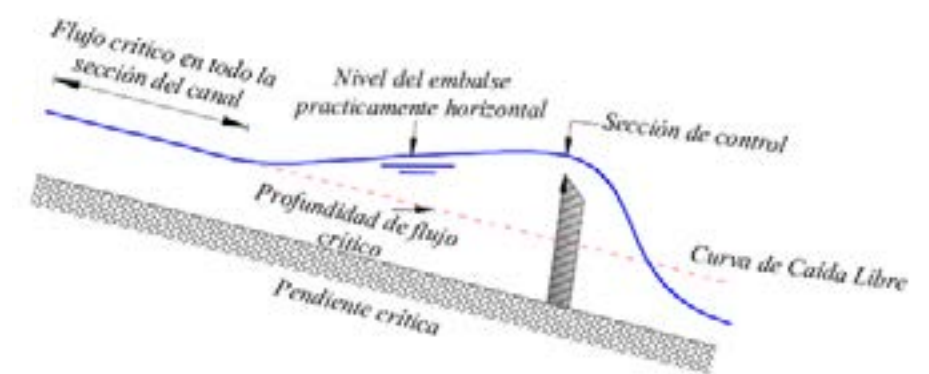


Figura 27. Condición de flujo para canal primático con pendiente crítica

Fuente: elaboración propia.

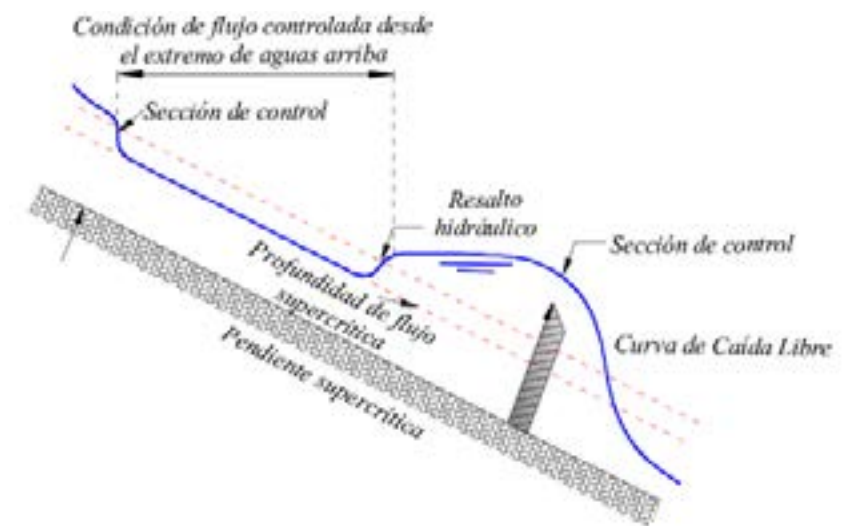


Figura 28. Condición de flujo para canal primático con pendiente supercrítica

Fuente: elaboración propia.

Como se aprecia en la Figura 27, el cual tiene una pendiente crítica, aguas arriba el flujo es crítico y uniforme a través del canal, pero debido a la presa, el flujo en la sección del embalse es subcrítico y la superficie del agua en ese punto es casi horizontal. Además, en el extremo aguas abajo se desarrolla una curva de caída.

Para el caso de la pendiente subcrítica (Figura 26), en principio el flujo es subcrítico y debido a la presencia de la presa, el nivel del embalse se extiende aguas arriba hasta la curva de remanso (y luego conectándose aguas abajo con la curva de caída suave que lleva el agua por encima del vertedero). La curva de remanso se conoce debido a represamiento del agua por detrás de la presa, ocasionando un efecto remanso. La curva, como se pueden apreciar en las Figura 26 y Figura 27, se conecta en el extremo aguas abajo con la curva de caída suave, llevando el agua por encima del vertedero.

La pendiente supercrítica del canal. En la Figura 28, el flujo tiene condiciones supercríticas como se puede ver. Cuando la presa se encuentra con el canal, el embalse forma una curva de remanso que se extiende río arriba. Por otro lado, el flujo en el canal aguas arriba continuará aguas abajo en un estado supercrítico, hasta que la sección transversal de la superficie de flujo sea menor que el nivel del agua en el embalse, y luego continuará fluyendo hasta que el nivel del reservorio sea elevado hidráulicamente.

Los casos anteriores ilustran la importancia de la situación en pendientes críticas porque el efecto de cambiar la profundidad de los flujos aguas abajo se propaga aguas arriba a lo largo de una curva de remanso y, por lo tanto, en pendientes supercríticas no se logra transmitir tan lejos. El estado de flujo en un canal subcrítico se ve afectado por las condiciones aguas abajo, pero en un canal supercrítico o donde el agua ingresa al canal, el estado de flujo depende completamente de las condiciones aguas abajo. Por lo tanto, se dice que el control de flujo es aguas abajo para canales con pendientes subcríticas y aguas arriba para canales con pendientes supercríticas. Ahora bien, cuando un canal posee una condición subcrítica, para este caso su pendiente, la sección de control tener una sección crítica en el extremo aguas abajo, como la establecida en el margen superior de un vertedero. La selección de control en el extremo aguas arriba en una pendiente supercrítica, también puede ser una sección crítica tal como lo muestra la Figura 28.

Como conclusión, si la pendiente del canal es crítica, subcrítica o supercrítica, dependerá no solo del valor de la pendiente real, sino del caudal o en la profundidad del flujo (Chow, 1994).

### 2.3.3. Medición del flujo crítico

Con respecto al principio de flujo crítico, se han desarrollado varias estructuras para la medición de flujo. En estas estructuras se construye una elevación en el fondo del canal para crear una profundidad crítica, tales como en un vertedero o una contracción en la sección transversal. La canaleta de flujo crítico es un ejemplo de estas estructuras, o también llamada canaleta Venturi. opera en una condición de flujo no sumergido o de flujo libre, con una profundidad crítica en la sección de entrada y un salto hidráulico en la sección de salida. En contraste, una de las canaletas de flujo crítico más utilizadas es la canaleta Parshall (ver Figura 29), el cual fue desarrollada por R. L. Parshall en 1920 (Chow, 1994).

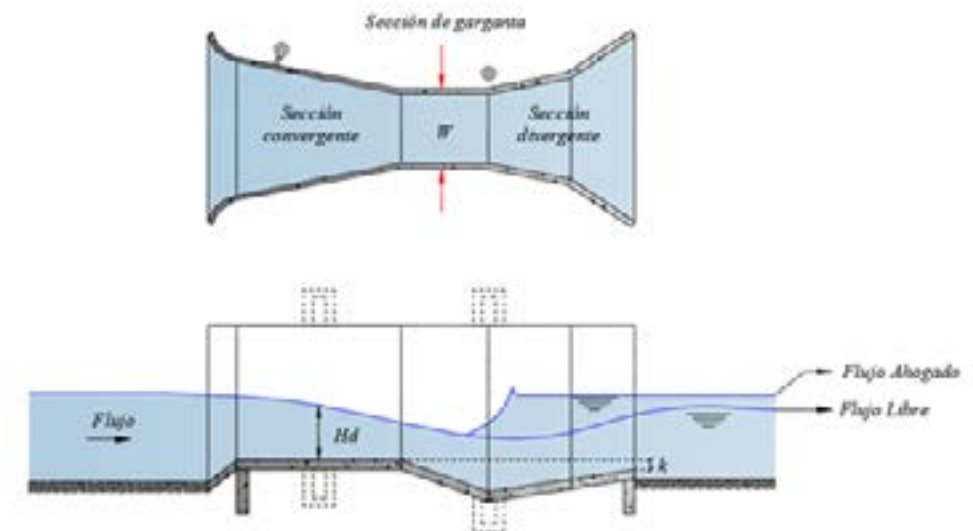


Figura 29. Canaleta Parshall

Fuente: elaboración propia.

En la canaleta Parshall la sección de control no se sitúa en la garganta sino cerca del extremo de la cresta al nivel de la sección convergente. Esta canaleta se clasifica en tres grupos de acuerdo al ancho de la garganta (ver Tabla 3.)

TABLA 3. CLASIFICACIÓN DE LA CANALETA PARSHALL

Clase de canaleta Parshall	Ancho de garganta	Capacidad de descarga
Muy pequeñas	1", 2" y 3"	0.09 a 32.1 Lps
Pequeñas	6" a 8'	1.5 a 3949 Lps
Grandes	10' a 50'	160 a 9304 Lps

Fuente: adaptado de Rodríguez, 2008

## 2.4. APLICACIONES DE ENERGÍA ESPECÍFICA

### 2.4.1. Situación de caudal constante

Partiendo desde la ecuación de energía específica (ecuación 2) para un canal con sección geométrica definida, la energía  $E = f(y, Q)$ , pero la variable  $Q$  manteniéndose constante, varía con respecto a  $y$ , representado como una parábola en el gráfico de la Figura 25. Se aprecia que existen dos raíces positivas para la ecuación  $E$ , lo que indica que cualquier descarga o caudal  $Q$  en particular pasando por un canal a dos profundidades distintas, la energía se mantiene igual. En dicha figura el punto 1 y 2 representa la condición para una energía específica  $E$ . La profundidad del flujo puede ser tanto  $y_1$  o  $y_2$ . Estas dos posibles alturas tienen la misma energía específica conocidas como *alturas alternativas* (Subramanya, 2009).

La línea trazada desde el origen OS, tiene una inclinación de 45° desde la abscisa y es la asíntota del extremo superior de la curva de energía específica. Puede observarse también que la intersección P1 o P2 representa la altura de la velocidad. De las dos profundidades se observa

que, la más pequeña, es decir, P2 tiene una cabeza de gran velocidad, mientras que la de mayor profundidad P1, en consecuencia, una cabeza de velocidad más pequeña.

Para un caudal  $Q$  específico, a medida que aumenta la energía específica, aumenta la diferencia entre las dos profundidades alternativas. De lo contrario, si  $E$  disminuye, la diferencia de las profundidades se juntará entre sí; llegando a un valor de energía mínima para una profundidad crítica. No se puede tener un valor de profundidad tal que  $E < E_c$ , debido a que el flujo en esa condición no es posible en esa sección.

Ahora bien, sabiendo que la profundidad crítica posee una energía mínima y partiendo de la ecuación 8, con un caudal  $Q$  constante se tiene la ecuación 38:

$$\frac{Q^2 T}{g A^3} = 1 \quad (38)$$

En textos bibliográficos de hidráulica de canales, comúnmente la ecuación anterior es presentada de la siguiente manera (ecuación 39), pero apareciendo el subíndice c; se designa para identificar las variables bajo las condiciones de flujo crítico:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c} \quad (39)$$

Ahora, si se utiliza el valor del coeficiente de Coriolis, la ecuación 38 se convertiría en:

$$\alpha \frac{Q T_c}{g A_c^3} = 1 \quad (40)$$

Las ecuaciones 38 y 40 son las que gobiernan las condiciones de flujo crítico que rigen únicamente por la geometría del canal y el caudal. Otras propiedades del canal, como la pendiente y la rugosidad, no influyen en la condición del flujo crítico para ningún caudal determinado.

Por otro lado, el número de Froude del flujo es definido como:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g A / T}} \quad (41)$$

De acuerdo con la ecuación 16, se interpreta que el flujo crítico  $y = y_c$  y el número de Froude  $F = F_c$ . De este modo se obtiene un resultado importante como se ha visto anteriormente, ya que el caudal

crítico corresponde a la potencia específica mínima y bajo esta condición el número de Froude del caudal es igual a la unidad. Para un canal con una gran pendiente longitudinal  $\theta$  y que posea un factor de corrección de energía o de Coriolis  $\alpha$ , el número de Froude de la ecuación 41 sería:

$$F = \frac{v}{\sqrt{\frac{1}{\alpha} \frac{A}{gT} \cos \theta}} \quad (42)$$

En contraste con lo anterior, se puede plantear una energía específica  $E$  constante y tratar de encontrar cuál sería el  $Q_{max}$  que podría fluir a través de la sección con dicha energía. Esta situación quedaría representada en la intersección de la curva de la Figura 25 a la altura de la profundidad crítica, el cual corresponde a caudal máximo.

Partiendo de la ecuación 29 y despejando caudal se tiene que:

$$Q = A\sqrt{2g(E - y)} \quad (43)$$

En esta ecuación 43 se observa que para la profundidad crítica  $y_c = E_{min}$ , el caudal sería cero ( $Q = 0$ ). Por lo que entre estos dos valores un máximo para el caudal.

Realizando la gráfica de Caudal vs la profundidad (ver Figura 30), se observa que existen dos valores de  $y$  para cada valor de caudal, excepto en el máximo.

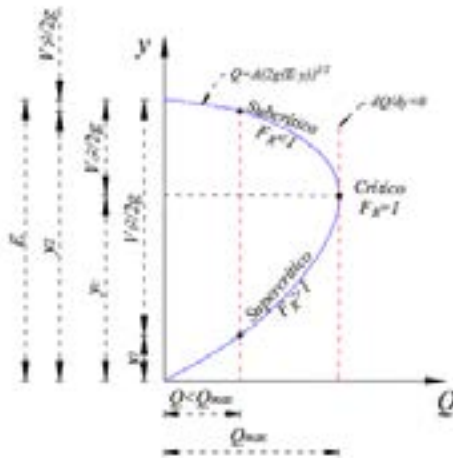


Figura 30. Curva de caudal para energía específica constante

Fuente: elaboración propia.

#### 2.4.2. Caudal como variable

Como se explicó anteriormente, la condición de flujo crítico fue derivada manteniendo el caudal constante. El diagrama de energía específica se puede trazar para diferentes caudales como se muestra en la Figura 31. En esta figura,  $Q_1 < Q_2 < Q_3 < \dots$  y es constante a lo largo de los respectivos diagramas  $E$  vs  $y$ .

Considerando la sección PP' en el gráfico, se aprecia que su ordenada  $E = E_1 =$  constante. La diferencia entre las profundidades alternativas disminuye a medida que aumenta el valor de  $Q$ . En la Figura 31, se aprecia que existe una línea punteada correspondiente  $Q = Q_m$  el cual representa el valor máximo de descarga que puede pasar en un canal mientras se mantiene la energía constante ( $E_1$ ). Cualquier curva específica de un valor  $Q$  más alto, es decir  $Q > Q_m$ , no tendrá intersección con la ordenada PP' y, por lo tanto, no habrá profundidad por la cual el caudal pueda pasar en el canal con la energía específica dada.

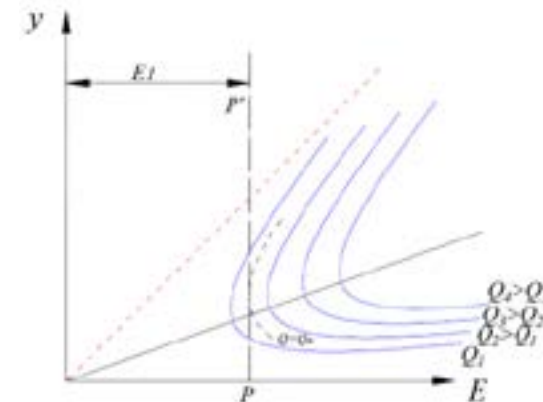


Figura 31. Energía específica con variación de caudales.

Fuente: elaboración propia.

La condición para el máximo caudal puede ser obtenida por derivada de  $Q$  con respecto a  $y$  e igualar la ecuación a cero (ecuación 41), manteniendo a  $E$  constante. Así:

$$\frac{dQ}{dy} = \sqrt{2g(E - y)} \frac{dA}{dy} - \frac{gA}{\sqrt{2g(E - y)}} = 0 \quad (44)$$

Luego, despejando a  $dA/dy = T$  y además a  $\frac{Q}{A} = \sqrt{2g(E - y)}$  en la ecuación 44, quedaría:

$$\frac{Q^2 T}{g A^3} = 1 \quad (45)$$

Esta ecuación 45 es la misma ecuación 38 y por ende representa las condiciones de flujo crítico. Siendo, esta condición la correspondiente a la condición de descarga máxima en un canal para una energía específica fija (Subramanya, 2009).

### 2.4.3. Energía específica y profundidad crítica: Transiciones

Los conceptos de energía específica y profundidad crítica se utilizan ampliamente en el análisis de problemas basados en transiciones. A continuación, se explican algunas transiciones simples en canales rectangulares. Sin embargo, los principios son igualmente aplicables a los canales de cualquier forma y otros tipos de transiciones.

#### 2.4.3.1. Canales con un obstáculo o caída en el fondo del canal.

##### Flujo subcrítico

Partiendo de un canal rectangular horizontal y sin fricción, con un ancho  $B$  llevando un  $Q$  y una profundidad  $y_1$ . Teniendo un flujo subcrítico en la Figura 32, se tiene un obstáculo o joroba de altura  $\Delta Z$  es construido en el piso. Como no hay pérdida de energía entre la sección 1 y 2, la construcción del obstáculo causa una disminución de  $\Delta Z$ , lo cual quedaría:

$$E_1 = y_1 + \frac{v_1^2}{2g} \quad \text{y} \quad E_2 = E_1 - \Delta Z \quad (46)$$

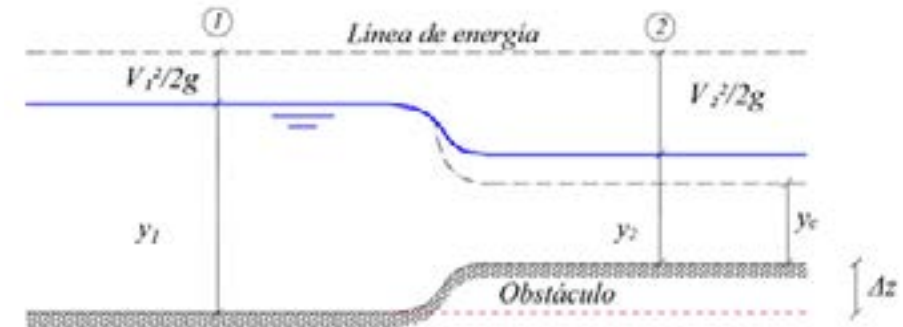


Figura 32. Transición del canal con obstáculo

Fuente: elaboración propia.

Dado que el flujo es subcrítico, la superficie del agua caerá debido a una disminución en la energía específica. En la Figura 33, la superficie del agua el cual estaba en P de la sección 1, pasará a un nuevo punto R en la sección 2, y la profundidad  $y_2$  será dada por la ecuación 47:

$$E_2 = y_2 + \frac{v_2^2}{2g} = y_2 + \frac{Q^2}{2gB^2 y_2^2} \quad (47)$$

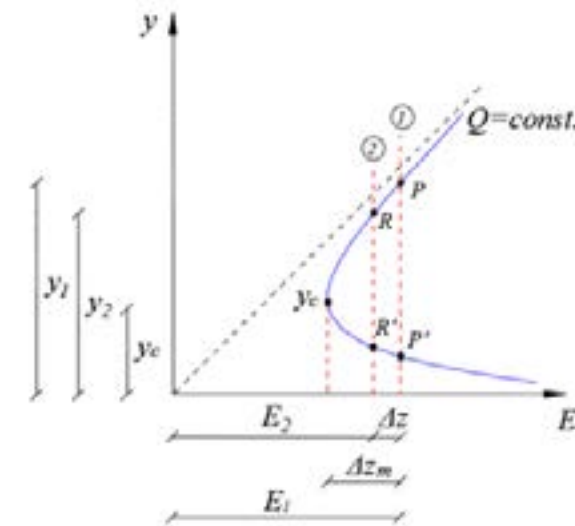


Figura 33. Gráfico de energía específica para la Figura 32

Fuente: elaboración propia.

Es fácil ver que en la Figura 33, el valor de  $\Delta Z$  este incrementando, la profundidad de la sección 2 decrecerá. La profundidad mínima se alcanza cuando el punto R coincide con C, el cual es el punto para la profundidad crítica. En este punto, la altura del obstáculo o joroba será máximo  $\Delta Z_m$ , cuando  $y_2 = y_c$  y la  $E_2 = E_c$ . Entonces la condición para  $\Delta Z_m$  es dada por la relación:

$$E_1 - \Delta Z_m = E_2 = E_c = y_c + \frac{Q^2}{2gB^2y_c^3} \quad (48)$$

La pregunta que surge es que sucede cuando  $\Delta Z > \Delta Z_m$ . Apreciando la Figura 33, se puede notar que el flujo no sería posible en esas condiciones, con la energía específica determinada. La profundidad aguas arriba ha incrementado a causa del incremento en la energía específica de la sección 1. Lo cual modificaría la profundidad y es representada por  $y'_1$ , entonces:

$$E'_1 = y'_1 + \frac{Q^2}{2gB^2y_c^3} \quad \{ \text{con } E'_1 > E_1 \text{ y } y'_1 > y_1 \} \quad (49)$$

En la sección 2 el flujo continuará al nivel de energía específica mínima, es decir, en la condición crítica. Esta condición sería  $y_2 = y_c$  y:

$$E'_1 - \Delta Z = E_2 = E_c = y_c + \frac{Q^2}{2gB^2y_c^3} \quad (50)$$

La secuencia de esta condición sería: cuando  $0 < \Delta Z < \Delta Z_m$  el nivel aguas arriba permanece estacionario en  $y_1$  mientras la profundidad del flujo en la sección decrece con  $\Delta Z$  alcanzando un valor mínimo de  $y_c$  hasta cuando  $\Delta Z = \Delta Z_m$ . Con un mayor aumento de  $\Delta Z$ , es decir, para  $\Delta Z > \Delta Z_m$ , la profundidad  $y_1$  cambiará a  $y'_1$  mientras que para  $y_2$  continuará permaneciendo en  $y_c$ . La variación de  $y_1$  y  $y_2$  con  $\Delta Z$  en el régimen subcrítico puede ser claramente mostrado a continuación, en la Figura 34.

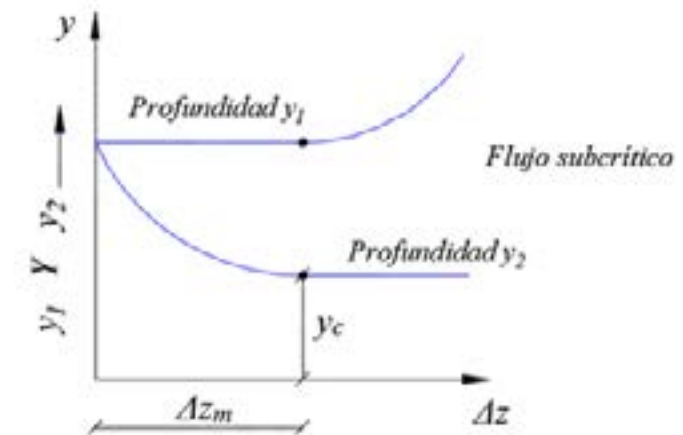


Figura 34. Variación de  $y_1$  y  $y_2$  en flujo subcrítico bajo un obstáculo.

Fuente: elaboración propia.

Sin embargo, en el caso de un obstáculo en la dirección opuesta, se puede producir un hundimiento hasta el fondo del canal. Para las condiciones de flujo subcrítico existe un aumento de la energía específica, con un caudal constante, el cual implica un aumento de la profundidad del flujo. En la siguiente Figura 35 se muestra dicha situación.

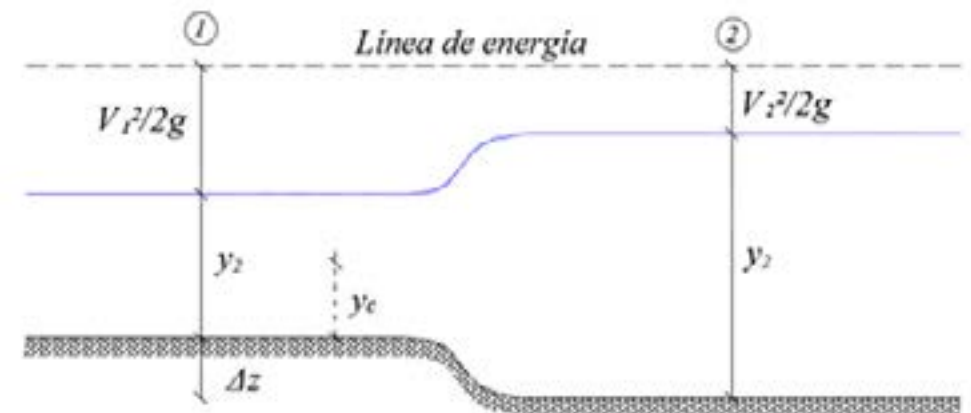


Figura 35. Transición de canal con caída

Fuente: elaboración propia.

Dado que el flujo es subcrítico, la superficie del agua subirá debido a un aumento en la energía específica. En la Figura 36, la superficie del agua el cual estaba en R de la sección 1, pasará a un nuevo punto P en la sección 2.

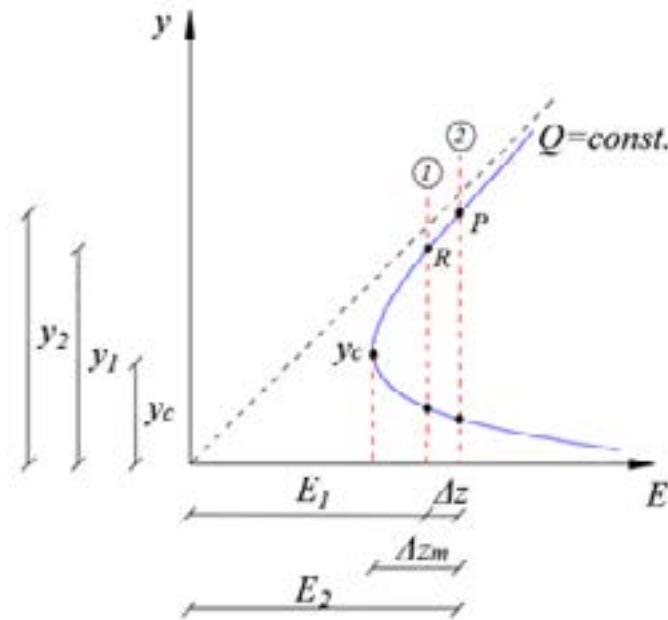


Figura 36. Gráfica de la energía específica de la Figura 35

Fuente: elaboración propia.

### Flujo crítico

#### Condición sin fricción

Considerando un obstáculo suave, sin fricción y aerodinámico de altura  $\Delta Z$  colocado en la sección rectangular de un canal llevando un flujo subcrítico (ver Figura 36). La relación entre la energía específica de la sección aguas arriba del obstáculo ( $E_1$ ) y en la sección en el obstáculo ( $E_2$ ) se da como:

$$E_1 = E_2 + \Delta Z \quad (51)$$

Sea  $\Delta Z_m$  la altura del obstáculo o joroba la que causaría el flujo crítico ocurriendo encima de éste, es decir, en la sección 2 de la Figura

32, sin cambiar la energía específica aguas arriba. Cualquier valor de  $\Delta Z > \Delta Z_m$  podría causar un flujo crítico sobre el obstáculo, pero la energía específica aguas arriba cambiaría en un valor mayor que  $E_1$ . Por lo que  $\Delta Z_m$  podría incluso ser llamada como la altura mínima del obstáculo aerodinámico sin fricción que debe proporcionarse para causar un flujo crítico sobre el mismo.

Debido a que  $\Delta Z = \Delta Z_m$  y además,  $E_2 = E_c = \frac{3}{2}y_c$  se podría tener que:

$$E_1 = E_c + \Delta Z_m$$

$$\Delta Z_m = E_1 - \frac{3}{2}y_c$$

$$\frac{\Delta Z_m}{y_1} = \left( 1 + \frac{F_1^2}{2} - \frac{3}{2}F_1^{2/3} \right) \quad (52)$$

#### Cuando hay pérdida de energía debido al obstáculo

Sea  $h_L$  = pérdida de energía en la transición debida al obstáculo. La energía de la ecuación 26 ahora puede ser escrita como:

$$E_1 = E_2 + \Delta Z + h_L \quad (53)$$

Siga el mismo procedimiento que cuando no está en fricción y notando que  $E_2 = E_c$ , la ecuación 27 sería modificada como:

$$\frac{\Delta Z_m}{y_1} + \frac{h_L}{y_1} = \left( 1 + \frac{F_1^2}{2} - \frac{3}{2}F_1^{2/3} \right) \quad (54)$$

Comparando la ecuación 54 con la ecuación 52, se puede notar que el efecto de la pérdida de energía en la transición debido a la forma y la fricción es equivalente al de un obstáculo joroba colocada en la corriente descendente de una sección.

#### Flujo supercrítico

Si  $y_1$  está en el régimen de flujo crítico, la Figura 37 muestra que la profundidad del flujo incrementa debido a la reducción de la energía

específica. En la Figura 33, el punto  $P'$  corresponde a  $y_1$  y el punto  $R'$  a la profundidad en la sección 2. Hasta la profundidad crítica,  $y_2$  aumenta para alcanzar  $y_c$  en  $\Delta Z = \Delta Z_m$ . Para  $\Delta Z > \Delta Z_m$ , la profundidad sobre el obstáculo o joroba  $y_2 = y_c$  se mantendrá constante y la profundidad aguas arriba  $y_1$  cambiará. Esto decrecerá para tener una mayor energía específica  $E_1'$ . La variación de las profundidades  $y_1$  y  $y_2$  con  $\Delta Z$  en el flujo supercrítico es visto en la Figura 38.

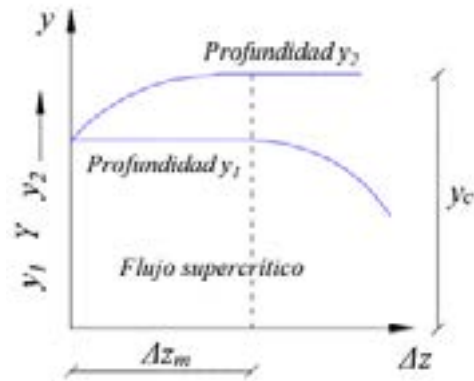


Figura 37. Variación de  $y_1$  y  $y_2$  en flujo supercrítico sobre el obstáculo.

Fuente: elaboración propia.

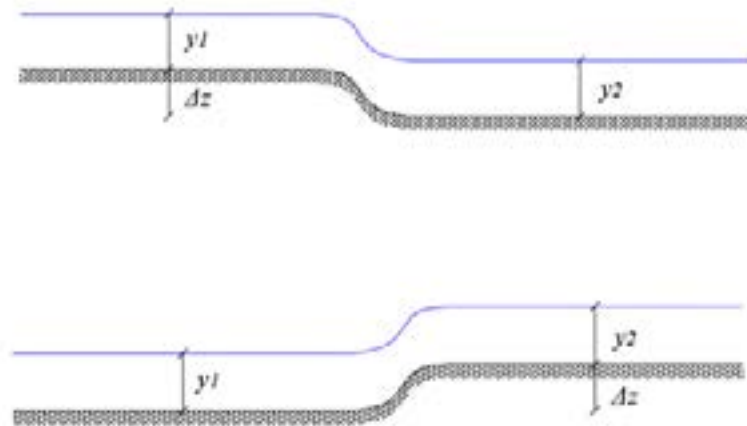


Figura 38. Variación de  $y$  en flujo supercrítico con caída y obstáculo

Fuente: elaboración propia.

### 2.4.3.2. Transición con un cambio de ancho

#### Flujo subcrítico en reducción de ancho

Considere un canal horizontal sin fricción de ancho  $B_1$ , transportando un caudal  $Q$  con una profundidad  $y_1$  como se muestra en la Figura 39. En la sección 2, el ancho del canal ha sido reducido a  $B_2$  por una transición suave. Dado que no hay pérdidas involucradas y que las elevaciones del fondo del canal en las secciones 1 y 2 son iguales, la energía específica en la sección 1 es igual a la energía específica en la sección 2.

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_1 + \frac{Q^2}{2gB_1^2 y_1^3}$$

$$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = y_2 + \frac{Q^2}{2gB_2^2 y_2^3} \quad (55)$$

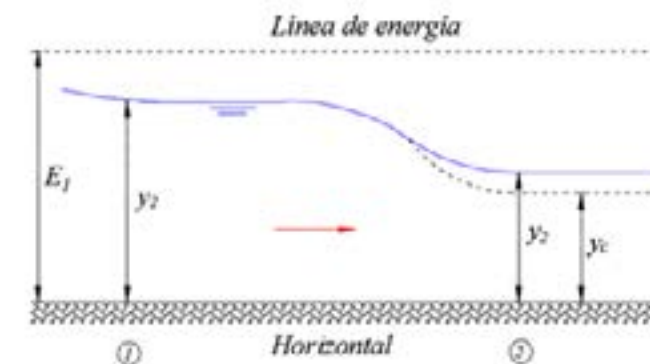


Figura 39. Transición con reducción de ancho

Fuente: elaboración propia.



Es conveniente analizar el flujo en términos de la intensidad de caudal dada por la expresión  $q = Q/B$  ( $q$  caudal por unidad de ancho). En la sección 1,  $q_1 = Q/B_1$  y en la sección 2  $q_2 = Q/B_2$ . De donde  $B_2 < B_1$ ,  $q_2 > q_1$ . En el diagrama de energía específica de la Figura 40, trazado con la intensidad de caudal como tercer parámetro, el punto  $P$  en la curva  $q_1$  corresponde a la profundidad  $y_1$  y energía específica  $E_1$ . Para la sección 2,  $E_2 = E_1$  y  $q = q_2$ , el punto  $P$  se moverá verticalmente hacia abajo hasta el punto  $R$  en la curva  $q_2$ , hasta la profundidad  $y_2$ . Por consiguiente, en el flujo subcrítico la profundidad  $y_2 < y_1$ . Si  $B_2$  se hace más pequeño, entonces  $q_2$  incrementará y  $y_2$  decrecerá. El límite de la base de la contracción  $B_2 = B_{2m}$  obviamente se alcanza cuando corresponde a  $E_1$ , y la intensidad de caudal  $q_2 = q_m$ , es decir, la intensidad de máximo caudal para una energía específica dada (condición flujo crítico) prevalecerá. En este mínimo ancho,  $y_2$  = profundidad crítica de la sección 2, además  $E_1$  estaría dado por la ecuación 56:

$$E_1 = E_{cm} = y_{cm} + \frac{Q^2}{2g(B_{2m})^2 y_{cm}^3} \quad (56)$$

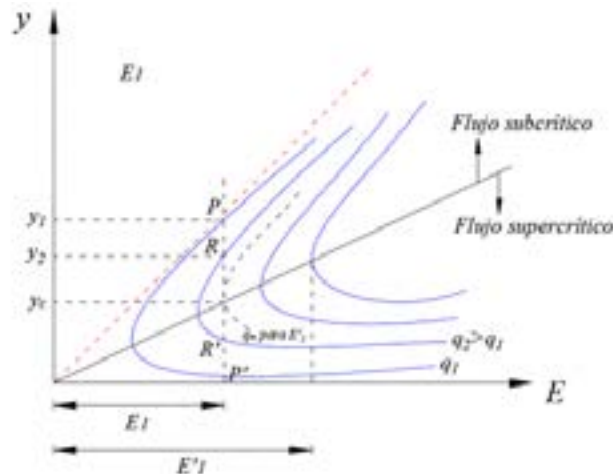


Figura 40. Diagrama de energía específica para transición de la Figura 39

Fuente: elaboración propia.

Para un canal rectangular, el flujo crítico ocurre en:

$$y_c = \frac{2}{3} E_c \quad (57)$$

Dado que  $E_1 = E_{cm}$ :

$$y_2 = y_{cm} = \frac{2}{3} E_{cm} = \frac{2}{3} E_1 \quad (58)$$

Además:

$$y_c = \left( \frac{Q^2}{B^2 2mg} \right)^{1/3} \quad (59)$$

Despejando  $B_{2m}$ , se tiene:

$$B_{2m} = \sqrt{\frac{Q^2}{gy_c^3}} \quad (60)$$

Es decir:

$$B_{2m} = \sqrt{\frac{27Q^2}{8gE_1^3}} \quad (61)$$

Si  $B_2 < B_{2m}$ , la intensidad de caudal  $q_2$  será más grande que la máxima intensidad de descarga  $q_m$  consistente con  $E_1$ . El flujo no será, por lo tanto, posible con las condiciones aguas arriba dadas. La profundidad aguas arriba tendrá que incrementar a  $y_1$  para que una nueva energía específica  $E'_1$  sea igual a  $\frac{Q^2}{2gB_1^2 y_1^3}$  que sea suficiente para causar un flujo crítico en la sección 2. Puede notarse que la nueva profundidad crítica en la sección 2 para en canal rectangular es:

$$y_{c2} = \left[ \frac{Q^2}{B_2^2 g} \right]^{1/3} = (q_2^2/g)^{1/3} \quad (62)$$

Además:

$$E_{c2} = y_{c2} + \frac{v_{c2}^2}{2g} = 1.5y_{c2} \quad (63)$$

Si  $B_2 < B_{2m}$ ,  $y_{c2}$  será más grande que  $y_{cm}$ . Además  $E'_1 = E'_2 = 1.5y_{c2}$ . Por lo tanto, aunque prevalece el flujo crítico para todo  $B_2 < B_{2m}$ , la profundidad de la sección 2 no es constante como en el caso del obstáculo, sino que incrementa como  $y'_1$  y, por lo tanto,  $E'_1$  aumenta. La variación

de  $y_1$ ,  $y_2$  y  $E$  con respecto a  $B_2/B_1$  es mostrada esquemáticamente en la siguiente Figura 41.

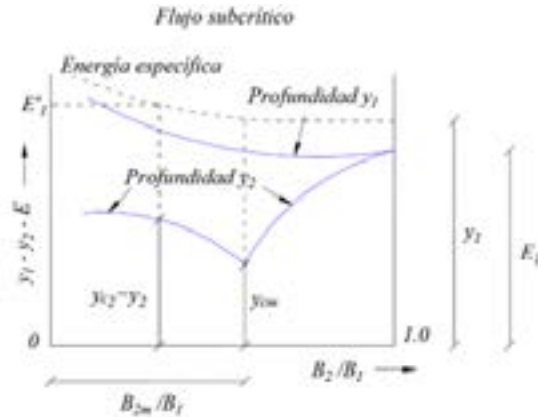


Figura 41. Variación de  $y_1$  y  $y_2$  en el flujo subcrítico en reducción ancho

Fuente: elaboración propia.

**Flujo supercrítico en una limitación de ancho (ver Figura 43)**

Si la profundidad aguas arriba  $y_1$  está en el régimen supercrítico, una reducción en el ancho del flujo  $y$ , por lo tanto, un aumento en la intensidad del caudal, provoca un aumento en la profundidad  $y_2$ . En la Figura 40, el punto  $P'$  corresponde a  $y_1$  y el punto  $R'$  a  $y_2$ . Como el ancho  $B_2$  ha disminuido,  $R'$  se mueve hacia arriba hasta que se vuelve crítico en  $B_2 = B_{2m}$ . Cualquier reducción en  $B_2$  causa que la profundidad aguas arriba decrezca a  $y'_1$  para  $E_1$  suba a  $E'_1$ . En la sección 2, prevalecerá la profundidad crítica  $y'_c$  y correspondiente a la nueva energía específica  $E'_1$ . La variación de  $y_1$ ,  $y_2$  y  $E$  con  $B_2/B_1$  en el régimen de flujo supercrítico está indicado en la siguiente Figura 44.



Figura 42. Transición con ampliación de ancho

Fuente: elaboración propia.



Figura 43. Ampliación de canal de drenaje

Fuente: elaboración propia.

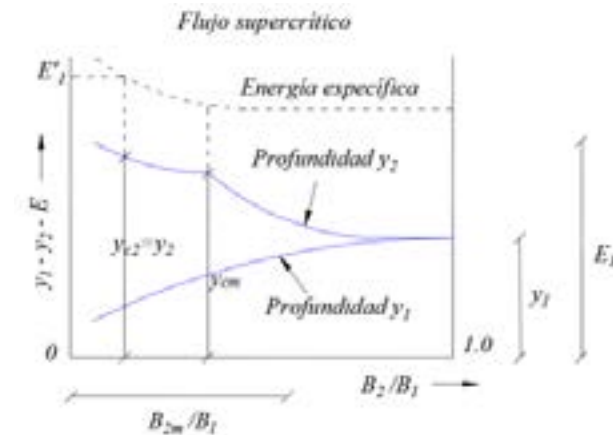


Figura 44. Variación de  $y_1$  y  $y_2$  en el flujo supercrítico en reducción ancho

Fuente: elaboración propia.

### 2.4.3.3. Transición en general

Una transición en su forma general puede tener un cambio en la forma del canal, provisto de un obstáculo o joroba y una contracción o expansión en el ancho del canal, en cualquier combinación. Además, puede haber varios grados de pérdidas de energía en varios componentes. Sin embargo, la dependencia básica de las profundidades de flujo en la geometría del canal y la energía específica de la corriente permanecerá constante. Se puede analizar muchas situaciones de transición complicadas utilizando los principios de energía específica y profundidad crítica.

De acuerdo con lo anterior, (Duarte, 2016) afirma que: “el estudio del comportamiento del flujo en transiciones es de suma importancia en la hidráulica de canales abiertos debido a los efectos que esta estructura genera en la profundidad del flujo tanto aguas arriba como aguas debajo de esta”.

Debido a problemas geológicos, topográficos o problemas de carácter técnico, en el trazado longitudinal de un canal se despliega la necesidad de:

- Ampliar o reducir, en una longitud corta, el ancho de la sección transversal del canal.
- Unión de las secciones transversales de diferente forma.
- Superación de cambios repentinos o abruptos en el fondo del canal.

## 2.5. FUERZA ESPECÍFICA O MOMENTUM

Como se expresó en el capítulo 1, el momentum de un caudal que fluye a través de la sección transversal del flujo en un canal determinado, por unidad de tiempo, es expresado mediante la relación  $\beta w Q V / g$ , con  $\beta$  como el coeficiente de momentum o de Bussinesq,  $w$  es la unidad de peso del agua,  $Q$  y  $V$  son el respectivo caudal y velocidad en la sección del canal.

De acuerdo con la segunda ley de Newton de movimiento, la variación de momentum por unidad de tiempo del flujo por un canal, es equivalente a la resultante de las diferentes fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo del fluido. Para el caso de un canal de alta pendiente, al aplicar este principio, la expresión para el cambio de momentum por unidad de tiempo para el volumen de control entre las secciones 1 y 2 del flujo, se puede expresar mediante la ecuación 64, ver Figura 45.

$$\frac{Qw}{g} (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1) = F_1 - F_2 + W \sin \theta - F_f \quad (64)$$

De donde  $F_1$  y  $F_2$  son las resultantes de presión actuando en la sección 1 y 2 del flujo respectivamente y,  $F_f$ , representa la fuerza total de fricción que actúa en toda la superficie del canal que está en contacto con el agua. La ecuación 64 es conocida como *ecuación de momentum*; fue propuesta por primera vez por J.B. Bélanger en 1838 (Chow, 1994).

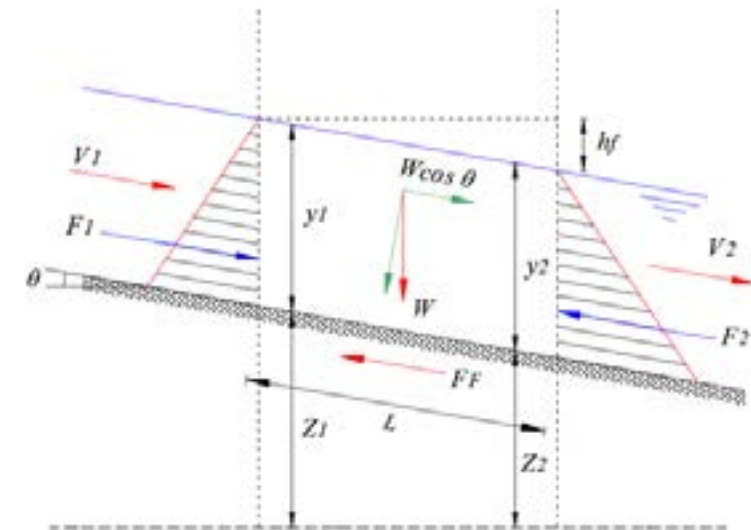


Figura 45. Aplicación del principio de momento

Fuente: adaptado de Chow, 1994.

En la ecuación 64 las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  se calculan asumiendo una distribución hidrostática de presiones, esto en el caso de que se trate de un flujo paralelo o uno gradualmente variado. Para el caso de un flujo curvilíneo, dado que la distribución de presiones ya no es hidrostática, las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  deben ajustarse mediante la aplicación de un coeficiente.

De esta manera, (Chow, 1994) afirmó que la  $F_1$  y  $F_2$  puede ser reemplazada por  $\beta'_1 F_1$  y  $\beta'_2 F_2$ , respectivamente. Estos coeficientes son llamados *coeficientes de distribución de presión*. Debido a que  $F_1$  y  $F_2$  son fuerzas, los coeficientes corresponden específicamente a *coeficientes de fuerza*. Este coeficiente puede ser expresado con la ecuación 65:

$$\beta' = \frac{1}{A\bar{z}} \int_0^A h \, dA = 1 + \frac{1}{A\bar{z}} \int_0^A c \, dA \quad (65)$$

De donde  $\bar{z}$  es la profundidad a la que se encuentra el centroide del área  $A$  del flujo bajo la superficie libre,  $h$  es la cabeza de presión en el diferencial de área  $dA$  y  $c$  es la corrección de la cabeza de presión.

Si la ecuación 64 se aplica un tramo corto de un canal prismático, se pueden suprimir la fuerza de fricción y el peso del agua. Por lo que para las variables  $\theta$  y  $F_f$  tendrán un valor de cero. En contraste, las variables  $\beta_1$  y  $\beta_2$  se asumirán con valor de 1. Bajo estas condiciones la ecuación 64 se convierte en:

$$\frac{Qw}{g} (V_2 - V_1) = F_1 - F_2 \quad (66)$$

Siendo  $F$  las fuerzas hidrostáticas se pueden expresar de la siguiente manera:

$$F_1 = w\bar{z}_1 A_1 \text{ y } F_2 = w\bar{z}_2 A_2 \quad (67)$$

De donde  $\bar{z}$ , es la profundidad a la que se encuentra el centroide del área  $A_1$  y  $A_2$  del flujo bajo la superficie libre. También, la variable  $V$  se puede expresar en función del caudal y el área, resultando la ecuación 66, con las respectivas sustituciones de la ecuación 67 y la variable  $V$  y simplificando, resultaría en la ecuación 68:

$$\frac{Q^2}{gA_1} + \bar{z}_1 A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + \bar{z}_2 A_2 \quad (68)$$

Como se puede apreciar en la ecuación anterior, sus dos extremos son análogos, por lo tanto, se puede definir como una función general para una sección determinada del canal mediante la ecuación 69.

$$F = \frac{Q^2}{gA} + \bar{z}A \quad (69)$$

Los dos términos de la ecuación 69 representan el momentum del flujo por unidad de tiempo en una sección determinada de un canal y la fuerza por unidad de peso del agua. Esto es, como afirma (Chow, 1994) que la ecuación 69 representa una fuerza por unidad de peso del agua, y se denomina *fuerza específica*.  $F_1$  y  $F_2$  serán iguales, si se tiene que para el volumen de control entre las secciones 1 y 2 del flujo, las fuerzas externas y el peso del agua son despreciables.

Así como se realiza la grafica profundidad y energia, se puede graficar la fuerza específica. Obteniendose se curva de *fuerza específica*. Como se aprecia en la Figura 46, para dos profundidades se tiene un mismo valor determinado para la fuerza específica. Para el punto C, las dos profundidades se convierten en una sola, estableciendo la energia y fuerza mínima. De lo anterior se concluye que, para la profundidad en el valor mínimo de la fuerza específica es igual a la profundidad crítica.

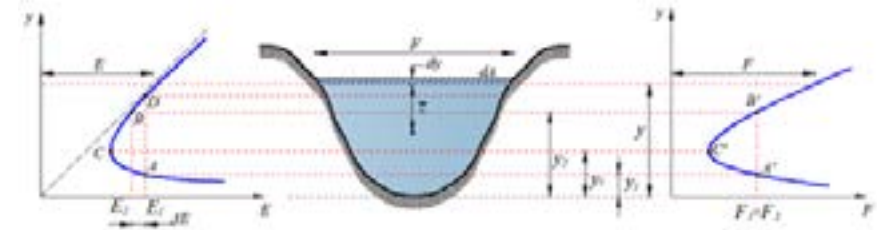


Figura 46. Curva de fuerza específica complementada con una curva de energía específica

Fuente: adaptada de Chow, 1994.

Para una fuerza específica mínima, la primera derivada de  $F$  con respecto a  $y$  debe dar como resultado el valor de 0. Partiendo de la ecuación 69, la derivada sería la ecuación 70:

$$\frac{dF}{dy} = -\frac{Q^2}{gA^2} \frac{dA}{dy} + \frac{d(\bar{z}A)}{dy} = 0 \quad (70)$$

Para un cambio en la profundidad, el cambio correspondiente  $d(\bar{z}A)$  en el momento estático del área mojada alrededor de la superficie libre igual ha  $[A(\bar{z} + dy) + T(dy)^2/2] - \bar{z}A$  (basado en la Figura 46). Al no considerar el diferencial de orden mayor, es decir, suponiendo  $(dy)^2 = 0$ , el cambio en el momento estático se convierte en

$d(\bar{z}A) = A dy$ . Por lo que reemplazando este valor en la ecuación 69, resultaría:

$$\frac{dF}{dy} = -\frac{Q^2}{gA^2} \frac{dA}{dy} + A = 0 \quad (71)$$

Ahora, la expresión  $dA/dy = T$ . Además, las variables  $V = Q/A$  y  $AT = D$ , reemplazándolas en la ecuación 71 y simplificando, se obtiene:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{D}{2} \quad (72)$$

Nótese que la ecuación 72 se había explicado anteriormente (ecuación 10), deduciéndose que la profundidad que corresponde al valor mínimo de la fuerza específica es la profundidad crítica. También se pudiéndose establecer que en el estado crítico de flujo la fuerza específica es mínima par aun caudal determinado (Chow, 1994).

### 2.5.1. Aplicaciones de la fuerza específica o momentum

Las ecuaciones de momentum o fuerza específica y energía deben dar los mismos resultados si se aplican correctamente a cualquier problema de flujo. Sin embargo, cual ecuación debería usarse para una situación en particular depende del problema en cuestión. Aunque es difícil establecer pautas rígidas, a continuación, se proporcionarán ventajas y limitaciones de cada ecuación que debería ser útil para la selección.

La ecuación de energía proporciona facilidad computacional y simplicidad conceptual, ya que la energía es una cantidad escalar, en comparación con la ecuación de momento, debido a que diferentes términos son cantidades vectoriales. Por lo tanto, en este último caso, la magnitud y la dirección deben ser conocidas. Esto puede hacer que el análisis sea más difícil y engorroso. Las pérdidas de cabeza o altura que se incluirán en la ecuación de energía son las pérdidas internas que se producen en el volumen de líquido. Las pérdidas a considerar en la ecuación de momento son aquellas debidas a la tensión de corte externa que actúa sobre los límites del volumen de control. Las pérdidas locales, como aquellas en una curva o en un salto hidráulico (más adelante se explicará este concepto), ocurren en una longitud corta del canal. Las

pérdidas debidas al corte en los límites de estas longitudes son muy pequeñas y pueden descuidarse. Por lo tanto, la ecuación de momento es preferible en tales situaciones, ya que la ecuación de energía no se puede usar directamente porque no se conoce la cantidad de pérdidas internas. Sin embargo, es ventajoso usar la ecuación de energía primero si hay algunas fuerzas externas desconocidas, es decir, fuerzas en los lados de una expansión o contracción del canal, siempre que las pérdidas en la transición sean despreciables, y luego usar la ecuación de momento para determinar la magnitud de estas fuerzas externas.

Por otro lado, en la elección de cada una de estas ecuaciones dependen también que sean las fuerzas totales o la energía del flujo la que se necesita en la solución. Por el contrario, en muchos casos, la base del problema requiere que las dos ecuaciones se usen simultáneamente para estudiar la solución (Sotelo, 1997).

Como conclusión, cualquiera que sea el orden de las ecuaciones a utilizar, se deben plantear muy bien las condiciones del problema, es decir, que se conozcan las variables con exactitud, sus valores de energía de posición, de presión, de velocidad y, por ende, la energía total. También es importante e indispensable conocer los coeficientes de Coriolis y Boussinesq que intervienen, tanto en la ecuación de energía como de momentum.

### 2.5.2. Resalto hidráulico

El flujo en un canal puede cambiar desde el estado subcrítico al supercrítico y viceversa, debido a los cambios en las características o condiciones límites, o la presencia de estructuras hidráulicas. Los cambios desde el estado subcrítico al supercrítico usualmente ocurren a través de la profundidad crítica. Sin embargo, el cambio desde el estado supercrítico a subcrítico ocurre abruptamente a través de un resalto hidráulico, mostrado en la Figura 47.

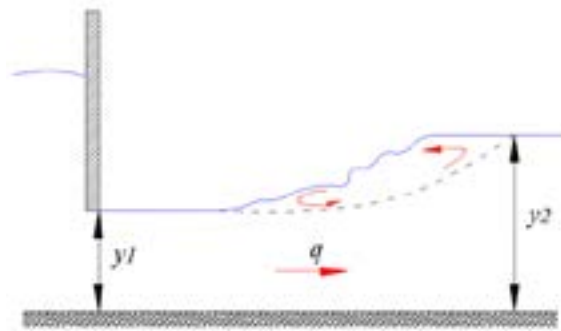


Figura 47. Resalto hidráulico

Fuente: elaboración propia.

Un resalto hidráulico es altamente turbulento, con complejos patrones internos de flujo y está acompañado por considerable pérdida de energía. En la Figura 47, el flujo es supercrítico para la profundidad  $y_1$ , justo antes del resalto y subcrítico para la profundidad  $y_2$  después de este.

En la mayoría de los problemas de flujo de canales abiertos involucrados con resaltos hidráulicos, una de las dos profundidades  $y_1$  o  $y_2$  es conocida, conllevando a calcular la otra, pero debido a que la pérdida de energía en el resalto hidráulico es notablemente significativa y desconocida, la ecuación de energía no puede ser utilizada para determinar la profundidad desconocida. Además, usualmente la fuerza de fricción entre las secciones es despreciable. Si el canal es casi horizontal, la componente del peso en la dirección del flujo es igualmente despreciable. Entonces, en la ausencia de cualquier otra fuerza externa, la ecuación de fuerza específica (ecuación 68) puede ser planteada para la situación de la Figura 47, resultando la ecuación 73:

$$\frac{Q^2}{gA_1} + \bar{z}_1 A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + \bar{z}_2 A_2 \quad (73)$$

Renombrando los términos de la ecuación 73 de acuerdo con la definición de la fuerza específica, la ecuación simplemente se puede escribir como la ecuación 74:

$$F_1 = F_2 \quad (74)$$

Una vez resuelta esta ecuación para la profundidad desconocida, la ecuación de energía puede ser usada para calcular la pérdida debido al resalto hidráulico. En la Figura 48, se demuestra la relación entre la profundidad del flujo antes y después del resalto hidráulico. En dicha figura se observa  $h_L$  que es la pérdida de energía debido a esta condición.

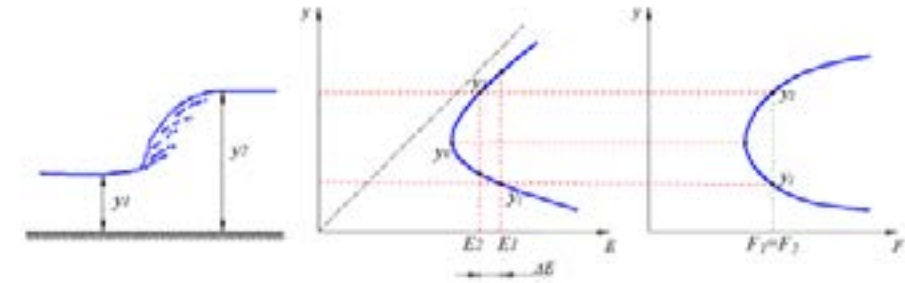


Figura 48. Diagrama de energía y fuerza específica para resalto hidráulico.

Fuente: elaboración propia.

Como se aprecia en la Figura 48 anterior, el resalto hidráulico disipa parte de la energía disponible en la sección 1 debido a la formación de gran turbulencia y demás fenómenos asociados. Por lo tanto la energía en la sección 2 es menor, en una magnitud  $\Delta E = E_1 - E_2$  que la existente en la sección 1.

Para que la energía específica se mantenga constante es necesario que la fuerza específica cambie, lo cual no es posible bajo estas condiciones supuestas. Por otra parte aplicando la ecuación de fuerza específica (ecuación 69) al caso específico de un canal prismático con sección transversal rectangular de ancho  $B$ , es fácil mostrar que la relación existente entre la profundidad  $y_1$  del resalto y su correspondiente profundidad seguida  $y_2$  está dada por cualquiera de las siguientes ecuaciones:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[ -1 + \sqrt{1 + 8F^2_{R_1}} \right] \quad \text{o} \quad \frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left[ -1 + \sqrt{1 + 8F^2_{R_2}} \right] \quad (75)$$

### 2.5.3. Resalto hidráulico y compuerta (sin fricción)

Observando la situación de un salto hidráulico de una compuerta vertical plana en un canal horizontal (ver Figura 49), se puede demostrar que la pérdida de energía que ocurre entre las secciones 0 y 1 es despreciable, conservándose la energía específica en el volumen de control limitado por las superficies pero no por la fuerza específica; el fluido ejerce una fuerza dinámica sobre la compuerta (Duarte, 2016).

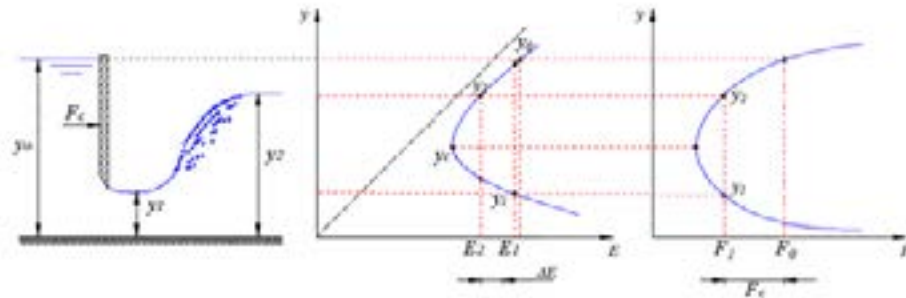


Figura 49. Resalto hidráulico después de una compuerta

Fuente: adaptada de Duarte, 2016.

Analizando la Figura 49, se tiene que para la misma energía específica  $E_1$ , la curva que representa dicha energía posee dos profundidades  $y_0$  y  $y_1$ , pero la proyección para estas mismas profundidades hay una fuerza externa actuando ( $F_0 > F_1$ ). En el resalto hidráulico libre sin fricción (volumen limitado por las secciones 1 y 2), la fuerza específica se conserva mas no la energía específica, siendo las profundidades respectivas ( $y_1$  y  $y_2$ ) conjugadas entre sí. De acuerdo a esto hay una conservación de momentum en el resalto hidráulico pero la proyección de la profundidad  $y_2$  en la curva de energía específica se aprecia que hay disipación de energía con respecto a la  $y_1$ . Aplicando la ecuación 68 al volumen de control definido por las secciones 0 y 1 respectivamente, resultando:

$$\frac{Q^2}{gA_0} + \bar{z}_0 A_0 - \frac{Q^2}{gA_1} + \bar{z}_1 A_1 - F_c = 0 \quad (76)$$

Interpretando la ecuación 76 anteriormente indicada, se puede concluir:

$$F_c = F_0 - F_1 \quad (77)$$

Con la conclusión anterior, indica que la fuerza dinámica es igual a la diferencia de fuerzas específicas. De igual manera, a partir de la ecuación de energía se tiene que  $E_0 = E_1$ .

### 2.5.4. Resalto hidráulico sin fricción pero con obstáculo

Cuando existe un canal y en su fondo o piso existe un obstáculo o una estructura hidráulica específica, se puede formar un resalto hidráulico. Generalmente esta estructura tiene como función no solo permitir la formación del fenómeno local sino también garantizar la estabilidad del resalto (Duarte, 2016).

A continuación, en la Figura 50 se muestra el comportamiento del agua con un obstáculo en un canal.

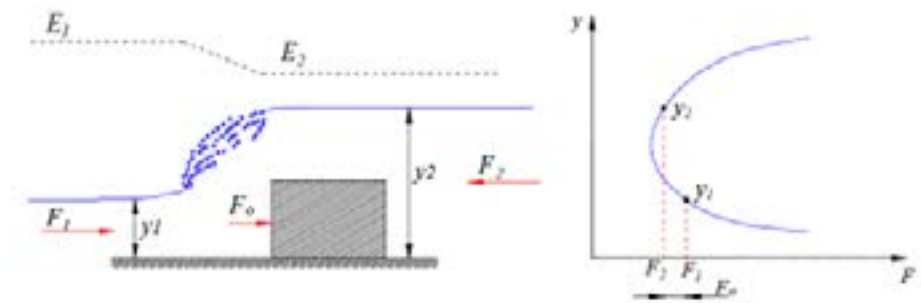


Figura 50. Caso de resalto hidráulico con estructura

Fuente: adaptado de Duarte, 2016.

## 2.6. FENÓMENOS LOCALES

En muchas situaciones prácticas, el flujo en canales abiertos experimenta cambios, lo que se manifiesta en un cambio en la profundidad del mismo. Estos cambios son muy importantes analizarlos

y estudiarlos, del cual son denominados *fenómenos locales*. Los tipos de fenómenos más comúnmente conocidos son la caída hidráulica, caída libre y el resalto hidráulico. A continuación, se describirán.

### 2.6.1. Caída hidráulica

Este fenómeno es conocido por un cambio de la superficie del agua, de una cota alta a una cota más baja resultado una depresión abrupta. Además, también se debe a un cambio demasiado pronunciado en la pendiente del fondo del canal (ver Figura 51) o cambio abrupto en la sección transversal (ver Figura 52). En la zona donde ocurre la transición en la altura del flujo, se presenta la profundidad crítica del flujo, que corresponde a la energía específica mínima de este, pasando el flujo de un estado subcrítico a un estado supercrítico (Chow, 1994).

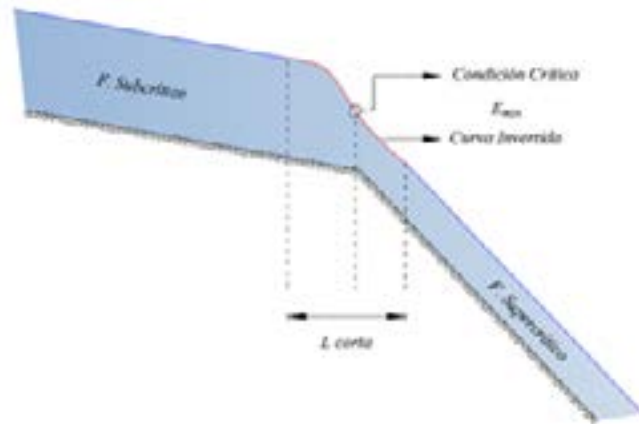


Figura 51. Caída hidráulica por cambio de pendiente

Fuente: elaboración propia.

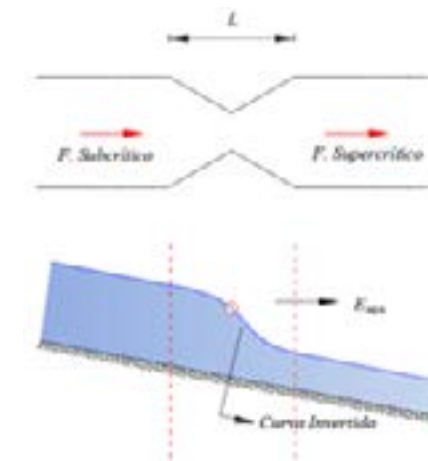


Figura 52. Caída hidráulica por cambio de sección

Fuente: elaboración propia.

### 2.6.2. Caída libre

La caída libre hace parte de la caída hidráulica, pero a diferencia de la segunda, esta se produce por una discontinuidad en el fondo del canal. Además, mientras ocurre la caída libre del agua esta no formará la curva invertida como se vio en las dos figuras anteriores, sino es cuando el agua choque con la superficie en la elevación más baja. La energía mínima de la caída libre ocurre en el borde de la caída (ver Figura 53).

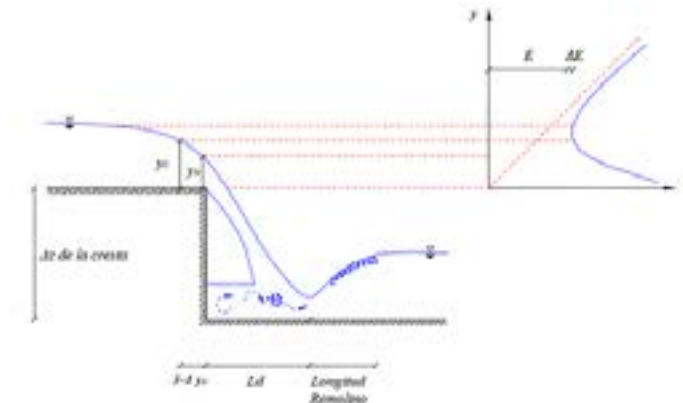


Figura 53. Caída libre

Fuente: elaboración propia.



Como se puede ver en Figura 53, (Rouse, 1936) encontró que, para canales de baja pendiente, la profundidad crítica corresponde aproximadamente a 1.4 veces la altura del flujo en el borde de la caída, es decir  $y_c = 1.4y_0$ . Además, la altura crítica del flujo está localizada aproximadamente a  $3y_c$  o  $4y_c$  aguas arriba del borde de la caída.

### 2.6.3. Resalto hidráulico

Como se observó en las aplicaciones de la fuerza específica, el resalto hidráulico es el resultado de un cambio súbito en la altura del flujo, pasando de un nivel bajo hacia uno alto. Este cambio se percibe con un aumento considerable en el nivel de la superficie del flujo. Este cambio abrupto en el nivel del flujo en el canal se traduce en una importante pérdida de energía, la cual se produce por una alta turbulencia que sufre el flujo en el tramo donde se produce el resalto.

La altura del flujo antes del resalto es llamada *profundidad inicial* o  $y_1$  y la altura después de éste se conoce como *profundidad seciente* o  $y_2$ .

#### 2.6.3.1. Ejemplos de resalto hidráulico

Para realizar un empalme entre dos niveles, se construye una pendiente en estado supercrítica. Al final de esta pendiente debe disiparse parte de la energía, por lo que el resalto hidráulico actúa como disipador (ver Figura 55 y Figura 54).

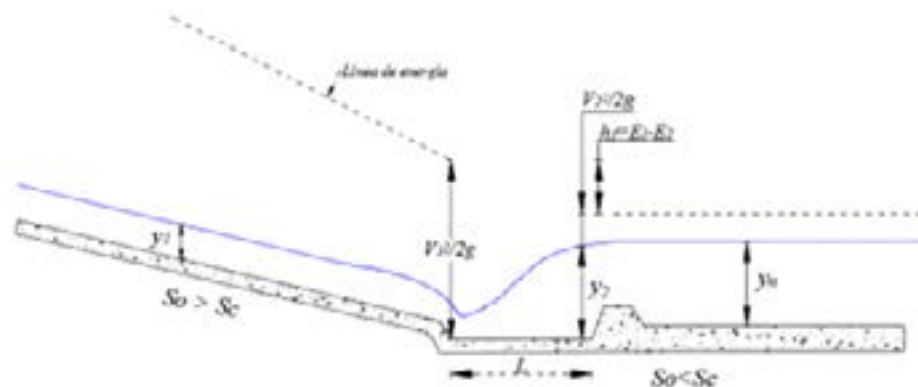


Figura 54. Resalto hidráulico en empalme de niveles

Fuente: elaboración propia.

Utilización del resalto hidráulico para disipar energía del agua que fluye por una corriente natural en época de crecientes, para lo cual se construye en una sección del cauce una estructura de control que hace las veces de barrera y que permite indicar las condiciones para que se produzca el resalto, ver Figura 55.

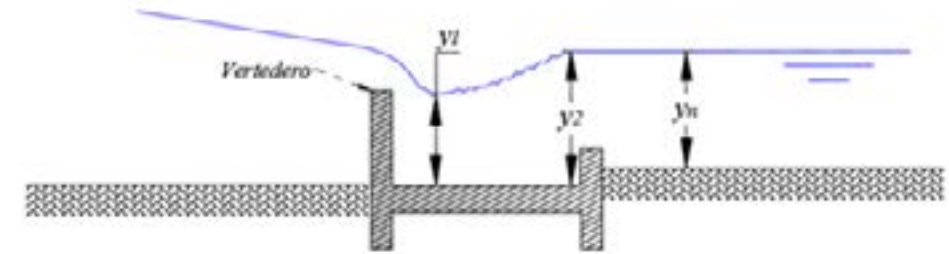


Figura 55. Resalto hidráulico en barreras

Fuente: elaboración propia.

Instalación de una compuerta para control de flujo en un canal, permitiendo el paso de un caudal determinado por la parte inferior de la compuerta, en esta condición se puede hacer que el flujo bajo la compuerta sea de alta velocidad y luego se genere un resalto hidráulico aguas debajo de esta, ver Figura 56.

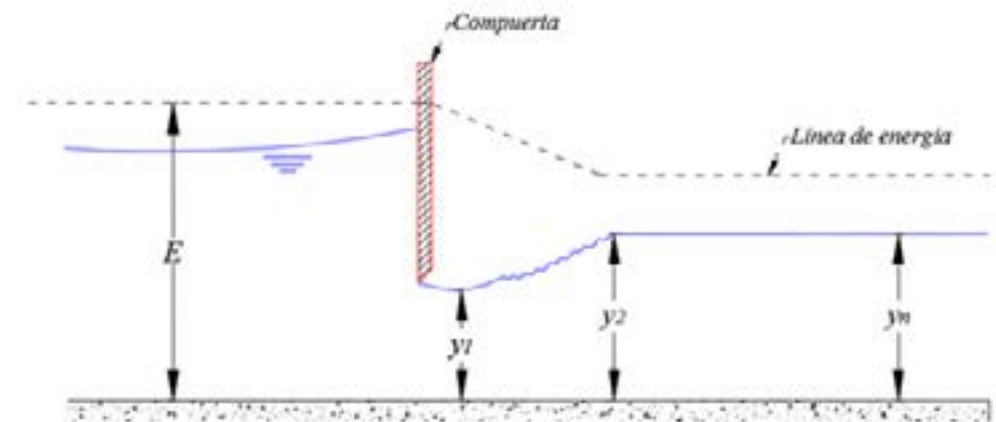


Figura 56. Resalto hidráulico en compuerta

Fuente: elaboración propia.

Para el caso del paso de un caudal bajo una compuerta de control de flujo en un canal, se puede presentar que si la altura normal  $y_n$  del flujo aguas abajo de la compuerta es mayor que  $y_g$ , el resalto hidráulico que se produce es de tipo ahogado, como se aprecia en la Figura 57.

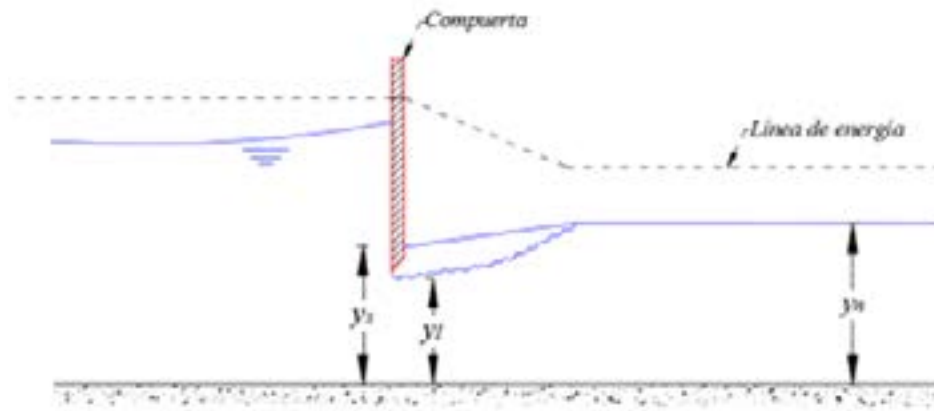


Figura 57. Resalto hidráulico ahogado en compuerta

Fuente: elaboración propia.

## 2.7. ENERGÍA Y FUERZA ESPECÍFICA EN LOS FENÓMENOS LOCALES

A continuación, se explicará mediante un esquema (ver Figura 58), el fenómeno local que se presente en un determinado canal y en que condición se comporta la energía específica y la fuerza específica para cada uno de ellos.

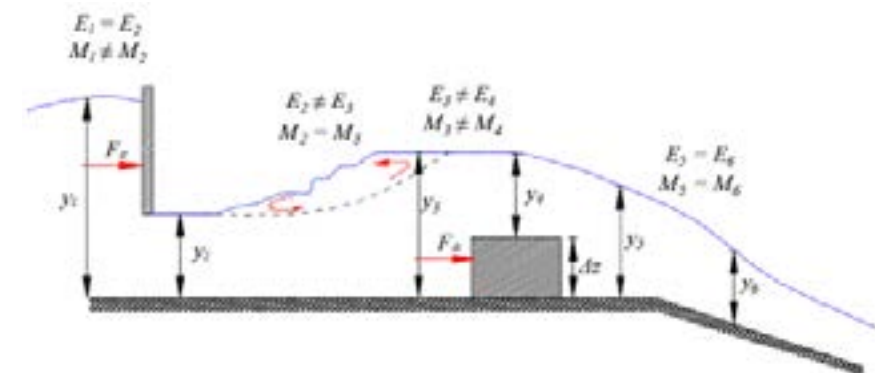


Figura 58. Energía y fuerza específica en fenómenos locales

Fuente elaboración propia.

## 2.8. EJERCICIOS DE APLICACIÓN

### 2.8.1. EJERCICIOS RESUELTOS

1. En un conducto circular el caudal es de  $2 \text{ m}^3/\text{s}$  y el diámetro de  $1 \text{ m}$ . Calcular:

Profundidad crítica

Velocidad crítica

Energía mínima

Ángulo en el centro

**Solución:**

Profundidad crítica

Teniendo en cuenta la ecuación correspondiente al flujo crítico y resolviendo la ecuación para los datos dados:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T_c} \rightarrow \frac{2^2}{9.81} = \frac{\left[\frac{d_0}{8}(\theta - \sin\theta)\right]^3}{d_0 \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right)}$$

El valor de  $\theta \cong 4.4791 \text{ rad}$

Para este valor de  $\theta$ , el valor de la profundidad crítica sería aproximadamente a:

$$y_c = 0.81 \text{ m}$$

Velocidad crítica

$$A = \frac{d_0}{8} (\theta - \sin \theta) = \frac{1}{8} (4.4791 - \sin 4.4791) = 0.6740 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{2}{0.6740} = 2.9673 \text{ m/s}$$

Energía mínima

$$E_m = y_c + \frac{V^2}{2g} = 0.81 + \frac{2.9673^2}{2(9.81)} = 1.2588 \text{ m}$$

Ángulo en el centro

$$\theta = 4.4791 \text{ rad} \approx 256.6323^\circ$$

Mediante la hoja Electrónica N°1. Energía Específica, Canal Trapezoidal, Rectangular, Triangular y Circular, se pueden verificar los anteriores resultados. A continuación, se muestran los resultados obtenidos:

y (m)	A (m <sup>2</sup> )	V (m/s)	V <sup>3</sup> /2g	E (m)	F <sub>2</sub>	Regimen
0.72	0.63	3.18	0.51	1.2599	1.18	Supercrítico
0.77	0.65	3.07	0.48	1.2536	1.11	Supercrítico
0.79	0.67	3.00	0.48	1.2501	1.06	Supercrítico
0.81	0.68	2.93	0.44	1.2490	1.00	Crítica
0.83	0.71	2.81	0.40	1.2331	0.89	Subcrítico
0.89	0.74	2.70	0.37	1.2647	0.79	Subcrítico
0.93	0.76	2.62	0.35	1.2829	0.68	Subcrítico

2. Para un canal rectangular de base 5 m y un caudal de 4 m<sup>3</sup>/s, graficar la curva de energía y fuerza específica.

**Solución:**

Para la energía específica se determina el  $y_c$  debido a que es la profundidad de partida para la graficar la curva correspondiente. A partir del valor la profundidad crítica, se hacen incrementos o decrementos de profundidad y por ende obtener puntos de energía.

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T_c} \rightarrow \frac{4^2}{9.81} = \frac{(5y_c)^3}{5}$$

$$y_c = 0.4025 \text{ m}$$

Utilizando la ecuación de energía específica se determinan cierto número de valores para realizar la gráfica correspondiente

$$E = \frac{V^2}{2g} + y$$

$y$ (m)	$A$ (m <sup>2</sup> )	$V$ (m/s)	$V^2/2g$	$E$ (m)	$F_R$	Régimen
0.1	0.5	8.0	3.2620	3.3620	8.0771	Supercrítico
0.2	1	4.0	0.8155	1.0155	2.8556	Supercrítico
0.3	1.5	2.6667	0.3625	0.6625	1.5544	Supercrítico
0.4025	2.0125	1.9887	0.2015	0.6040	1.0008	Crítico
0.5	2.5	1.60	0.1305	0.6305	0.7224	Subcrítico
0.6	3.0	1.3333	0.0906	0.6906	0.5495	Subcrítico

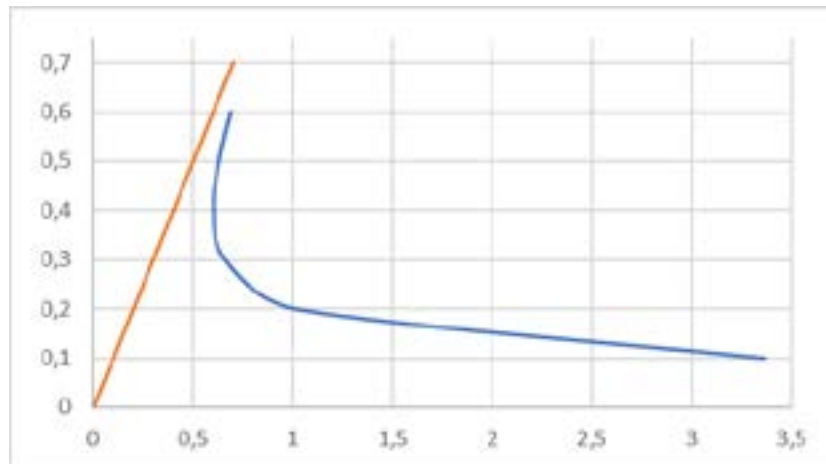


Figura 59. Gráfica energía específica

Fuente: elaboración propia.

Para la fuerza específica se utilizará la fórmula:

$$F = \bar{y}A + \frac{Q^2}{gA}$$

$y$ (m)	$A$ (m <sup>2</sup> )	$V$ (m/s)	$\bar{y}$ (m)	$F$
0.1	0.5	8.0	0.05	3.2870
0.2	1	4.0	0.1	1.7310
0.3	1.5	2.6667	0.15	1.3123
0.4025	2.0125	1.9887	0.20125	1.2154
0.5	2.5	1.60	0.25	1.2774
0.6	3.0	1.3333	0.3	1.4437

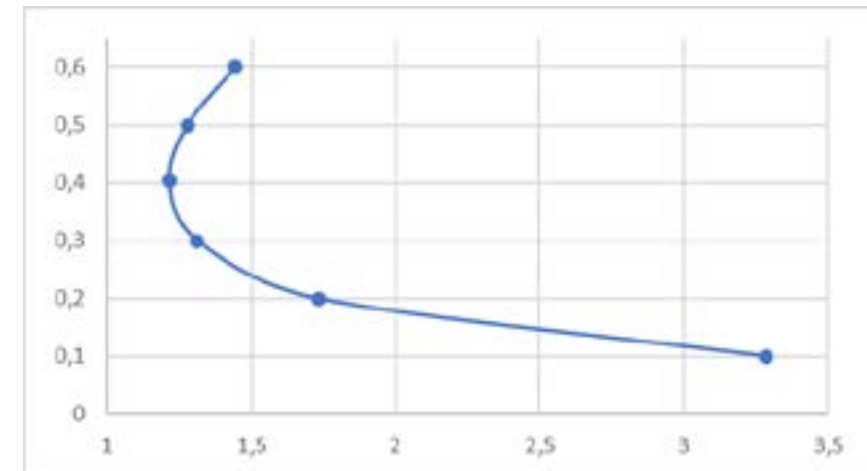


Figura 60. Gráfica fuerza específica

Fuente: elaboración propia.

3. Con base en el siguiente esquema, determinar la fuerza que la compuerta debe soportar. El caudal que lleva el canal triangular es de 1.5 m<sup>3</sup>/s.

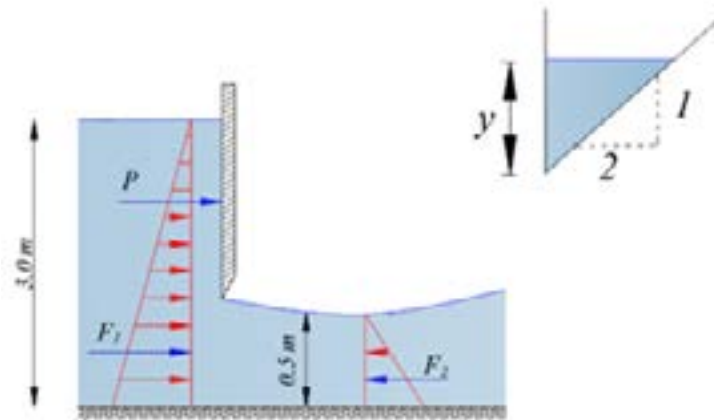


Figura 61. Esquema ejemplo 3 capítulo 2

Fuente: elaboración propia.

**Solución:**

La fuerza que está recibiendo la compuerta se puede determinar por la diferencia de fuerza específica en las secciones 1 y 2, arrojando que la pérdida de fuerza es la misma que está absorbiendo la compuerta.

Se determina el área y el centroide hidráulico en cada sección:

$$A = \frac{y \cdot 2y}{2} = y^2$$

$$A_1 = 9m^2$$

$$A_2 = 0.25m^2$$

$$\bar{y} = \frac{y}{3}$$

$$\bar{y}_1 = 1m$$

$$\bar{y}_2 = 0.1666 m$$

Luego se calcula la fuerza específica en cada sección:

$$F = \bar{y}A + \frac{Q^2}{gA}$$

$$F_1 = 9.0347 m^3$$

$$F_2 = 1.2904 m^3$$

La fuerza en la compuerta es dada por la ecuación:

$$P = (F_1 - F_2)\gamma_{agua}$$

$$P = (9.0347 - 1.2904 m^3) 9.81 kN/m^3$$

$$P = 75.97 kN$$

Por otro lado, se puede también realizar por medio de la ecuación de cantidad de momentum, donde:

$$\sum Fuerzas_{externas} = \sum Fuerzas_{internas}$$

Por lo tanto, la ecuación sería:

$$Fuerza_1 - Fuerza_2 - P = \rho Q(V_2 - V_1)$$

De donde:

$$Fuerza_1 = 9.81 kN/m^3 (1m)(9m^2) = 88.29 kN$$

$$Fuerza_2 = 9.81 kN/m^3 (0.1666m)(0.25m^2) \\ = 0.4086 kN$$

$$V_1 = \frac{1.5 \text{ m}^3/\text{s}}{9 \text{ m}^2} = 0.1667 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{1.5 \text{ m}^3/\text{s}}{0.25 \text{ m}^2} = 6.000 \text{ m/s}$$

$$P = 88.29 \text{ kN} - 0.4086 \text{ kN}$$

$$\frac{\left(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 1.5 \text{ m}^3/\text{s} (6.000 \text{ m/s} - 0.1667 \text{ m/s})\right)}{1000}$$

$$P = 79.1315 \text{ kN}$$

4. Demostrar que en un canal triangular  $E_{min} = \frac{5}{4} y_c$

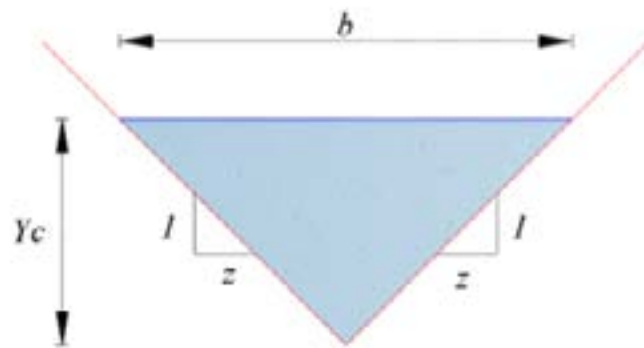


Figura 62. Canal triangular

Fuente: elaboración propia.

**Solución:**

$$A = 2 \frac{zyy}{2} = zy^2 \quad (\text{a})$$

Reemplazamos el área en la ecuación de energía específica:

$$E = \frac{Q^2}{2gA^2} + y$$

$$E = \frac{Q^2}{2gz^2y^4} + y \quad (\text{b})$$

Derivamos la energía específica con respecto a la profundidad de flujo:

$$\frac{dE}{dy} = -\frac{2Q^2}{gz^2y^5} + 1 = 0$$

$$\frac{gy^5}{2} = \frac{Q^2}{z^2} \quad (\text{c})$$

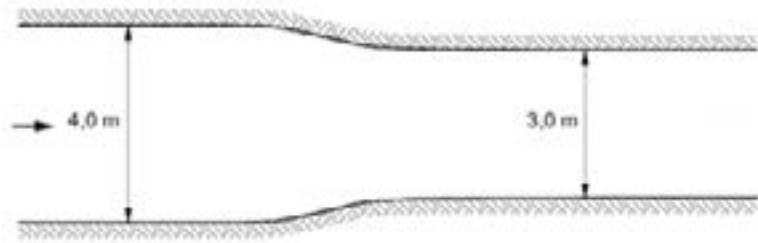
Reemplazamos la ecuación c en la b:

$$E = y + \frac{gy^5}{4gy^4} = y + \frac{1}{4}y = \frac{5}{4}y$$

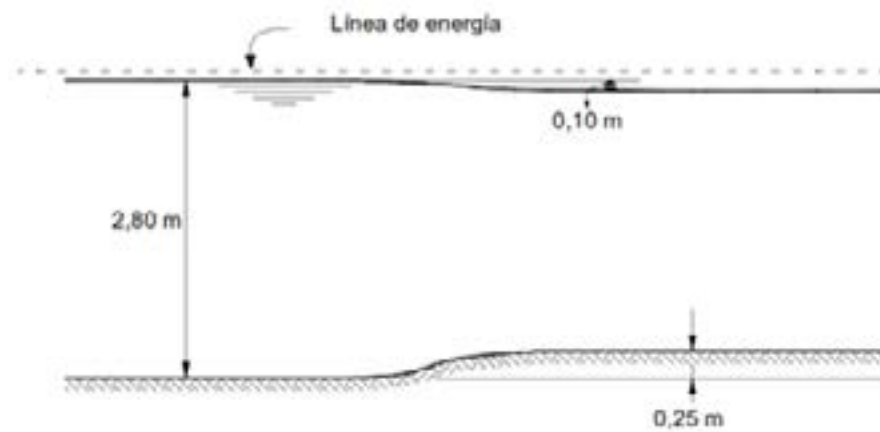
5. Un canal rectangular presenta una transición gradual en su sección transversal, pasando de un ancho de 4 m a un ancho de 3 m. Adicionalmente, en la zona de la transición se establece una elevación gradual del fondo del canal de 0.25 m, tal como se indica en las figuras siguientes. Si en la sección antes de la elevación del fondo, la altura de flujo es de 2.8 m y la superficie del flujo en la zona de la transición desciende 0.1 m, calcular el caudal y dibujar el perfil de la superficie libre.

**Solución:**

Primero se dibuja la contracción:



Luego se dibuja el perfil longitudinal del canal



Se calcula la profundidad aguas abajo de la contracción y la grada:

$$y_2 = 2.80 - 0.1 - 0.25 = 2.45 \text{ m}$$

Aplicando la ecuación de energía entre las secciones 1 y 2, se tiene que:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

$$2.80 + \frac{V_1^2}{2g} = 2.45 + \frac{V_2^2}{2g} + 0.25 \quad (\text{a})$$

Ahora, se determina la ecuación de velocidad para cada sección:

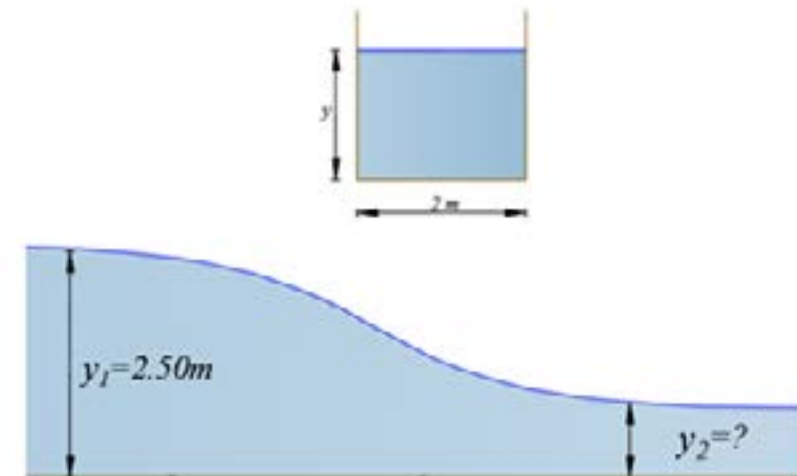
$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{11.2} \quad (\text{b})$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{7.35} \quad (\text{c})$$

Reemplazamos las ecuaciones b y c en la ecuación a, y despejando el caudal se tiene que:

$$Q = 13.6443 \text{ m}^3/\text{s}$$

6. Calcular la profundidad crítica aguas debajo de una caída hidráulica si se establece que el número de Froude antes del fenómeno local es 0.5.



Primero se calcula la velocidad mediante la ecuación del número de Froude:

$$F = \frac{V_1}{\sqrt{gD}}$$

$$D = \frac{A}{T} = \frac{2y}{2} = y$$

Por lo tanto, la velocidad es:

$$V_1 = F \sqrt{gy_1} = 0.50 \sqrt{9.81 * 2.50} = 2.47 \text{ m/s}$$

Debido a que en una caída hidráulica hay conservación de la energía, es decir:

$$E_1 = E_2$$

$$E_1 = 2.50 + \frac{2.47^2}{2 * 9.81} = 2.81 \text{ m}$$

Para la energía en la profundidad alterna 2, se debe dejar la velocidad en función de la profundidad. Se debe determinar primero el caudal:

$$Q = VA = 2.47 \frac{\text{m}}{\text{s}} * 2(2.5) = 12.35 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$E_2 = y_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2} = y_2 + \frac{12.35}{2 * 9.81 * (2y_2)^2} = y_2 + \frac{1.9434}{y_2^2}$$

Igualando las energías, se tiene que:

$$2.81 \text{ m} = y_2 + \frac{1.9434}{y_2^2}$$

Resolviendo la ecuación anterior, el valor de  $y_2$  sería:

$$y_2 = 1.05 \text{ m}$$

## 2.8.2. Ejercicios propuestos

1. Demuestre las siguientes ecuaciones de caudal crítico para las secciones triangular, trapezoidal y circular:

Sección del canal	Ecuación
Triangular	$Q_c = 2.295 z H_c^{2.5}$
Trapezoidal	$Q_c = \frac{5.671[(b + zy)y]^{1.5}}{(b + 2zy)^{0.5}}$
Circular	$Q_c = \frac{0.251(\theta - \sin \theta)^{1.5}}{(\text{sen } 1/2 \theta)^{0.5}} d_0^{2.5}$

En las ecuaciones anteriores  $\alpha = 1$  y  $H_c \alpha = 1$  y  $H_c$  es la altura de energía específica.

2. Demuestre que la profundidad y velocidades críticas para un canal rectangular se expresan por:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gb^2}} \quad \text{y} \quad V_c = \sqrt{\frac{gy_c}{\alpha}}$$

3. Para un caudal rectangular de 3 metros de ancho conduce un caudal de  $4.45 \text{ m}^3/\text{s}$ . Calcule la profundidad y la velocidad crítica.

4. Las dos profundidades alternas en un canal rectangular de base de 4 m son 3.86 y 1.0 m respectivamente. El caudal en el canal en  $\text{m}^3/\text{s}$  es:

- 15
- 1.5
- 7.76
- 31.0



5. En un canal rectangular, con un caudal de  $10 \text{ m}^3/\text{s}$  y base de 1.95m, posee profundidades alternas de 1.0 m y 2.0 m respectivamente. La energía específica en m es:

- a) 3.38
- b) 1.33
- c) 2.34
- d) 3.0

6. Un canal rectangular de 1.45m de base, transporta un caudal de  $5 \text{ m}^3/\text{s}$  el cual las profundidades alternas son 3.0 y 1.0 m. La profundidad crítica en m para este flujo es:

- a) 2.65
- b) 1.65
- c) 0.65
- d) 1.07

7. La condición de flujo crítico en un canal es dada por:

a)  $\frac{\alpha Q T^2}{g A^3} = 1$

b)  $\frac{\alpha Q^2 T^2}{g A^3} = 1$

c)  $\frac{\alpha Q^2 T}{g A^3} = 1$

d)  $\frac{\alpha Q T}{g A^3} = 1$

8. En la definición del número de Froude aplicado a canales abiertos de cualquier sección, el valor del parámetro es usado en la:

- a) Relación de área y ancho superior
- b) Relación del área y perímetro mojado
- c) Profundidad de flujo
- d) Raíz de la cuadrada del área

9. Para un canal triangular de lados inclinados m:1 (H:V), el número de Froude es dado por  $F =$

a)  $\frac{m}{\sqrt{g y}}$

b)  $\frac{v}{\sqrt{2 g y}}$

c)  $\frac{v \sqrt{2}}{g y}$

d)  $\frac{v}{\sqrt{g y}}$

10. Para un canal triangular tiene un ángulo de vértice de  $90^\circ$  y lleva un caudal de  $1.90 \text{ m}^3/\text{s}$  y una profundidad de flujo de 0.8 m. ¿El número de Froude del flujo es?

11. En un canal triangular el valor de  $E_c/y_c$  es:

- a) 1.25
- b) 2.5
- c) 3.33
- d) 1.5

12. En un canal parabólico ( $x^2 = 4ay$ ), el valor de  $E_c/y_c$  es:

- a) 1.5
- b) 2.0
- c) 3.33
- d) 1.25

13. En un canal rectangular llevando un flujo uniforme con una energía específica  $E$  y profundidad de flujo  $y_0$ , la relación  $E/y_c$  es igual a:

- a)  $\left(\frac{y_0}{y_c}\right)^2 + \frac{1}{2\left(\frac{y_0}{y_c}\right)^3}$
- b)  $\left(\frac{y_c}{y_0}\right) + 2\left(\frac{y_c}{y_0}\right)^2$
- c)  $2\left(\frac{y_c}{y_0}\right) + \frac{1}{2\left(\frac{y_c}{y_0}\right)^3}$
- d)  $\left(\frac{y_0}{y_c}\right) + \frac{1}{2\left(\frac{y_0}{y_c}\right)^3}$

14. Si  $F_0 =$  es el número de Froude en un canal rectangular a la profundidad de flujo de  $y_0$ , entonces  $y_c/y_0 =$

- a)  $\sqrt{F_0}$
- b)  $F_0^{2/3}$
- c)  $F_0^{1/3}$
- d)  $F_0^{3/2}$

15. El número de Froude de un flujo en un canal rectangular es de 0.73. Si la profundidad de flujo es 1.50 m, la energía específica en m es:

- a) 1.90
- b) 1.50
- c) 1.73
- d) 0.73

16. El número de Froude para un flujo supercrítico es igual a 2.0, el cual ocurre a una profundidad de 0.63 en un canal rectangular. La profundidad crítica en m es:

- a) 0.857
- b) 0.735
- c) 1.000
- d) 0.500

17. Determinar si es flujo es subcrítico o supercrítico para los canales con las secciones y datos indicados en la tabla siguiente:

Tipo de sección	b (m)	Q (m <sup>3</sup> /s)	d <sub>0</sub> (m)	z	y (m)
Rectangular	1.0	2.0	-	0	1.5
Trapezoidal	1.2	6.0	-	2.0	0.8
Triangular	0	1.0	-	1.5	1.6
Circular	-	2.5	1.0	-	0.4

18. De acuerdo con el punto anterior, dibujar la gráfica de energía específica para cada uno de los canales.

19. En una alcantarilla con un diámetro de 1.0 m lleva un caudal de  $0.75 \text{ m}^3/\text{s}$ . Un resalto hidráulico ocurre en esta alcantarilla, y la profundidad del flujo aguas arriba del resalto es 0.30 m. Encontrar la profundidad agua abajo del resalto.

20. Si  $y_1$  y  $y_2$  son las profundidades en un canal rectangular, probar que

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{2(y_1 y_2)^2}{y_1 + y_2}}$$

## BIBLIOGRAFÍA

AKAN, A. (2006). *Open Channel Hydraulics* (First ed.). Oxford: Elsevier.

CHAUDHRY, M. (2008). *Flow Open Channel* (Second ed.). New York: Springer Science+Business Media.

CHOW, V. T. (1994). *Hidráulica de canales abiertos*. McGRAW-HILL.

DUARTE, A. (2016). *Introducción a la hidráulica de canales*. Bogotá, D.C.: Editorial Universidad Nacional de Colombia.

GALLARDO, R., JARAMILLO, H. Y GÓMEZ J. (2020). *Conceptos básicos de mecánica de fluidos e hidráulica*. Bogotá: Ecoe Ediciones; Ocaña: Universidad Francisco de Paula Santander.

ROUSE, H. (abril de 1936). *Discharge characteristics of the free overfall*. Civil Engineering, 6(7), 257-260.

SOTELO ÁVILA, G. (1997). *Hidraulica General* (Vol. 1). Mexico D.F.: Editorial Limusa S.A.

SUBRAMANYA, K. (2009). *Flow in open channel* (Third ed.). New Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited.

## **ANEXO 1**

Hoja electrónica No. 1 para cálculo de:

Elementos geométricos, el número de Froude y Reynolds para canales de sección transversal rectangular, triangular, trapezoidal y circular.

Energía específica y fuerza específica para canales de sección transversal rectangular, triangular, trapezoidal y circular.

La hoja de cálculo se puede descargar en el siguiente enlace:

<https://grupo-de-investigacion-gigma.webnode.com.co/software/>

Este libro se terminó de imprimir  
en el mes de octubre del 2022  
**EDICIONES NUEVA JURÍDICA**  
TELÉFONO: 232 71 13  
E-MAIL: [nueva\\_juridica@yahoo.com](mailto:nueva_juridica@yahoo.com)  
[www.nuevajuridica.com](http://www.nuevajuridica.com)  
Bogotá D.C. - Colombia



**E**n el análisis del recurso hídrico, el movimiento del agua a través de canales es de gran importancia, es por ello que la hidráulica, en particular la hidráulica de canales, toma relevancia al ser la disciplina encaminada a canalizar los fluidos, generalmente agua, que se encuentran a flujo libre (la superficie del flujo está bajo presión atmosférica). Los canales son obras que conducen el agua entre dos puntos determinados, que pueden tener condiciones particulares de topografía, tipología de suelos, etc., por lo que el comportamiento y diseño de estas obras son un reto para los ingenieros hidráulicos.

Se encuentra diversidad de canales abiertos que pueden ser naturales o hechos por el hombre, normalmente la superficie del flujo está descubierta como los ríos, arroyos, estuarios, canales de riego, etc. La clasificación también puede estar de acuerdo a sus características geométricas como la sección transversal, dimensiones y la pendiente longitudinal, y características hidráulicas como el área, el perímetro mojado y el radio hidráulico, que serán los temas abordados en este libro.

Los flujos en los canales abiertos son comunes, su característica es la superficie libre. Como los ríos y canales, zanjas de drenaje, cunetas e incluso en condición cerrada como el caso de un conducto de una red de alcantarillado, estos flujos pueden ser variados o uniformes. Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, en la primera parte de este libro se analizan conceptos principales de la hidráulica, el flujo libre, geometría de los canales, velocidades en la sección de un canal calculando el coeficiente de Coriolis y Boussinesq y en la segunda parte los principios fundamentales de la hidráulica de canales para el análisis de la energía y momentum.

¡ESCANÉAME!



[www.nuevajuridica.com](http://www.nuevajuridica.com)

E-ISBN 978-958-49-7545-4  
ISBN 978-958-49-7544-7



[www.nuevajuridica.com](http://www.nuevajuridica.com)