



HIDRÁULICA DE CANALES, ANÁLISIS DEL FLUJO UNIFORME Y DEL FLUJO GRADUALMENTE VARIADO



Universidad Francisco
de Paula Santander
Vigilada Mineducación



Universidad Francisco
de Paula Santander
Ocaña - Colombia
Vigilada Mineducación

Nelson Javier Cely Calixto
Romel Jesús Gallardo Amaya
Gustavo Guerrero Gómez

**HIDRÁULICA DE CANALES,
ANÁLISIS DEL FLUJO
UNIFORME Y DEL FLUJO
GRADUALMENTE VARIADO**

NELSON JAVIER CELY CALIXTO
ROMEL JESÚS GALLARDO AMAYA
GUSTAVO GUERRERO GÓMEZ

Cely Calixto, Nelson Javier, autor

Hidráulica de canales, análisis del flujo uniforme y del flujo gradualmente variado / Nelson Javier Cely Calixto, Romel Jesús Gallardo Amaya, Gustavo Guerrero Gómez – Primera edición -- San José de Cúcuta : Universidad Francisco de Paula Santander ; Bogotá : Ecoe Ediciones, 2022.

121 páginas. -- (Ingeniería y afines. Ingeniería civil)

Incluye datos curriculares de los autores -- Incluye referencias bibliográficas.

ISBN 978-958-503-546-1 -- 978-958-503-547-8 (e-book)

1. Canales (Ingeniería hidráulica) - Problemas, ejercicios, etc. 2. Hidráulica - Problemas, ejercicios, etc. I. Gallardo Amaya, Romel Jesús, autor II. Guerrero Gómez, Gustavo, autor

CDD: 627.23 | ed. 23

CO-BoBN- a1103767



Área: Ingeniería y afines

Subárea: Ingeniería civil



**Universidad Francisco
de Paula Santander**

Vigilada Mineducación

© Nelson Javier Cely Calixto
© Romel Jesús Gallardo Amaya
© Gustavo Guerrero Gómez

© Universidad Francisco
de Paula Santander
Avenida Gran Colombia
No. 12E-96, Barrio Colsag
San José de Cúcuta - Colombia
Teléfono: 607 577 6655

► Ecoe Ediciones S.A.S.
info@ecoeediciones.com
www.ecoeediciones.com
Carrera 19 # 63 C 32 - Tel.: 919 80 02
Bogotá, Colombia

Primera edición: Bogotá, noviembre del 2022

ISBN: 978-958-503-546-1
e-ISBN: 978-958-503-547-8

Directora editorial: Claudia Garay Castro
Coordinadora editorial: Paula Bermúdez B.
Corrección de estilo: Oscar Andrés Díaz
Diagramación: Paula Andrea Cubillos
Carátula: Wilson Marulanda Muñoz
Impresión: Xpress Estudio Gráfico y digital
Carrera 69 H # 77 - 40

*Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio
sin la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.*

Impreso y hecho en Colombia - Todos los derechos reservados



DEDICATORIA



Este libro está dedicado a mis hijos Yurnel, James, Nicolás, y a mi esposa Yurby.

Nelson Javier Cely Calixto

Este libro está dedicado a mis hijas, a mi hijo, a mi esposa y a mis padres.

Romel Jesús Gallardo Amaya

Este libro está dedicado a mis padres, hermanos, a mis docentes y a mis estudiantes.

Gustavo Guerrero Gómez

AGRADECIMIENTOS

A Dios. A mi familia.

A la Universidad Francisco de Paula Santander, seccional Cúcuta.

Nelson Javier Cely Calixto

A Dios. A mi familia.

A la Universidad Francisco de Paula Santander, seccional Ocaña.

Romel Jesús Gallardo Amaya

A mi madre María Elena Gómez de Guerrero y a mi padre Gustavo Guerrero Farelo.

A mis hermanos Iván Guerrero Gómez y Mario Guerrero Gómez.

A la Universidad Francisco de Paula Santander, seccional Ocaña.

A Dios.

Gustavo Guerrero Gómez

CONTENIDO

PRÓLOGO	XXI
CAPÍTULO 1. DESARROLLO DEL FLUJO UNIFORME.....	1
1.1 Definición.....	1
1.2 Ecuación de resistencia al flujo	4
1.3 Ecuación de flujo uniforme	5
1.3.1 Ecuación de Chézy.....	5
1.3.2 Ecuación de Manning	8
1.3.3 Factor de fricción de Darcy Weisbach.....	16
1.4 Cálculo del flujo uniforme.....	22
1.4.1 Conductividad de una sección de canal.....	22
1.4.2 Factor de sección.....	23
1.4.3 Tipologías de problemas	23
1.5 Rugosidad equivalente.....	24
1.5.1 Método de Horton de estimación de rugosidad equivalente	25
1.6 Canales compuestos.....	27
1.6.1 Método de canal dividido (DCM).....	29
1.6.2 Otros métodos	30
1.7 Pendiente del canal.....	31
1.8 Diseño de canales	32
1.8.1 Introducción	32
1.8.2 Canales erosionables.....	33

1.8.3 Canales no erosionables	45
1.8.4 Diseño de curvas	53
1.8.5 Consideraciones de diseño	58
1.9 Ejercicios de aplicación.....	60
1.9.1 Ejercicios resueltos.....	60
1.9.2 Ejercicios propuestos	67
CAPÍTULO 2. FLUJO GRADUALMENTE VARIADO.....	69
2.1 Introducción.....	69
2.2 Ecuación del flujo gradualmente variado.....	70
2.2.1 Otras formas de la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado.....	72
2.3 Clasificación de canales para flujo gradualmente variado	74
2.4 Características de los perfiles de flujo.....	75
2.5 Clasificación de los perfiles de flujo	82
2.5.1 Perfiles tipo M. $S_0 < S_c$ y $y_n > y_c$	82
2.5.2 Perfiles tipo S. $S_0 > S_c$ y $y_n < y_c$	83
2.5.3 Perfiles tipo C. $S_0 = S_c$ y $y_n = y_c$	84
2.5.4 Perfiles tipo H. $S_0 = 0$ y $y_n = \infty$	85
2.5.5 Perfiles tipo A.	85
2.6 Análisis del perfil de flujo	86
2.7 Métodos para determinar la forma del perfil de flujo.....	94
2.7.1 Método de paso directo.....	95
2.7.2 Método estándar por etapas	97
2.7.3 Método de Runge-Kutta de 4.º orden	100
2.8 Ejercicios de aplicación.....	101
2.8.1 Ejercicios resueltos.....	101
2.8.2 Ejercicios propuestos	107
2.9 Evaluación de los perfiles de flujo mediante el <i>software</i> HEC-RAS	109
2.9.1 Información inicial de la modelación.....	109
2.9.2 Fases de la modelación.....	110
2.9.3 Datos de entrada en el <i>software</i> HEC-RAS.....	110
REFERENCIAS	117
ANEXO	121

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Flujo uniforme en pendiente subcrítica	3
Figura 2. Flujo uniforme en pendiente crítica	3
Figura 3. Flujo uniforme en pendiente supercrítica.....	4
Figura 4. Parámetros para deducir la ecuación de Chézy en un flujo uniforme.....	5
Figura 5. Canal muy rugoso en concreto.....	10
Figura 6. Vegetación en canal.....	10
Figura 7. Cambios en el alineamiento del canal	11
Figura 8. Efecto de la presencia de sedimentos en un canal	12
Figura 9. Obstrucción en canal.....	12
Figura 10. Crecimiento de plantas en época de sequía en las paredes laterales del canal.....	13
Figura 11. Ábaco de Moody	18
Figura 12. Sección de canal con diferentes rugosidades.....	24
Figura 13. Tipo de perímetro con múltiples rugosidades	25
Figura 14. Esquema de un canal compuesto	27
Figura 15. Modelo conceptual de interacción de los flujos de los planos de inundación y el canal principal.....	28

Figura 16. Área de división de la sección transversal de un canal para las interfaces vertical y diagonal	30
Figura 17. Curvas de caudal vs. profundidad y pendiente crítica vs. caudal.	32
Figura 18. Ángulo de la pendiente lateral del canal	35
Figura 19. Velocidades de erosión, transporte y depositación.....	35
Figura 20. Fuerza actuando en una partícula en un canal abierto	40
Figura 21. Ángulos de reposo para suelos friccionantes	41
Figura 22. Fuerzas tractivas unitarias permisibles recomendadas para canales en materiales no cohesivos.....	42
Figura 23. Fuerzas tractivas unitarias permisibles para canales en materiales cohesivos.....	42
Figura 24. Ejemplos de pendiente topográficas y pendiente hidráulicas	47
Figura 25. Demostración sección trapezoidal eficiente.....	50
Figura 26. Trayectoria en espiral del flujo en una curva en un canal	54
Figura 27. Perturbaciones que experimenta el flujo a través de una curva circular en un canal.....	56
Figura 28. Comportamiento del flujo en canal abierto en una curva.....	57
Figura 29. Distancia de revestimiento y de borde libre sobre la superficie libre del flujo en canales revestidos.....	59
Figura 30. Esquema canal ejercicio resuelto 1	60
Figura 31. Resultados hoja de cálculo Prof. Normal (Manning).....	61
Figura 32. Esquema canal ejercicio resuelto 2	62
Figura 33. Profundidad normal vs. Sc (%)	65
Figura 34. Esquema sección transversal canal ejercicio resuelto 5	65
Figura 35. Dibujo esquemático del FGV	71
Figura 36. Regiones de los perfiles de flujo	75
Figura 37. Tipología de perfiles de flujo que se pueden presentar en condiciones de FGV.....	79
Figura 38. Puntos teóricos de inflexión en perfiles de flujo.....	82
Figura 39. Ejemplos de perfiles de flujo tipo M.....	83
Figura 40. Ejemplos de perfiles de flujo tipo S.....	84
Figura 41. Ejemplos de perfiles de flujo tipo C.....	85
Figura 42. Ejemplos de perfiles de flujo tipo H	85
Figura 43. Algunos casos donde se presentan perfiles tipo A.....	86
Figura 44. Perfiles de FGV en canal prismático largo con cambio en la pendiente de fondo	87

Figura 45. Continuación de la Figura 43	88
Figura 46. Localización de la sección crítica de control: (a) Flujo en canal prismático, (b) Flujo en canal no prismático o flujo espacialmente variado	89
Figura 47. Perfiles de flujo gradualmente variado en un canal prismático con pendiente alta	90
Figura 48. Perfiles de flujo gradualmente variado en un canal prismático.....	91
Figura 49. Perfil M1.....	91
Figura 50. Perfil M2.....	91
Figura 51. Perfil M3.....	92
Figura 52. Perfil S1.....	92
Figura 53. Perfil S2.....	93
Figura 54. Perfil S3.....	93
Figura 55. Perfil S3.....	93
Figura 56. Perfiles H2 y H3	94
Figura 57. Perfil A2.....	94
Figura 58. Cálculo de la distancia para una profundidad específica	95
Figura 59. Cálculo de la profundidad en una ubicación específica	98
Figura 60. Aproximación para el cálculo de $y_i + 1$	101
Figura 61. Perfil de flujo ejemplo 1 FGV	104
Figura 62. Esquema canal ejemplo 2 FGV	105
Figura 63. Formación de perfil M2	106
Figura 64. Formación de perfiles M3 y M1	107
Figura 65. Definición de la geometría del canal en HEC-RAS.....	110
Figura 66. Introducción de datos de caudal para el perfil de trabajo en HEC-RAS	111
Figura 67. Definición de condiciones de contorno	112
Figura 68. Estructura de control para general FGV	112
Figura 69. Ejecución del modelo en HEC-RAS.....	113
Figura 70. Visualización de resultados en HEC-RAS	113
Figura 71. Datos del perfil de flujo generados por HEC-RAS.....	114

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.	Valores para m de Bazin	7
Tabla 2.	Valores para la ϵ de Powell	8
Tabla 3.	Valores para los factores incluidos en la ecuación 21	14
Tabla 4.	Valores típicos de la n de Manning	15
Tabla 5.	Valores de la n de Manning del reglamento técnico colombiano.....	16
Tabla 6.	Valores de ϵ_s para algunas superficies de canales comunes	20
Tabla 7.	Valores de ϵ_s para algunas superficies de canales según el Reglamento Técnico Colombiano del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico	21
Tabla 8.	Tipos de problemas para los cálculos de flujo uniforme	24
Tabla 9.	Ecuaciones propuestas para el cálculo de la rugosidad equivalente	26
Tabla 10.	Tipo de pendiente lateral para canales trapezoidales	34
Tabla 11.	Velocidad máxima permisible	34
Tabla 12.	Velocidad crítica de arrastre para diferentes condiciones del agua	36
Tabla 13.	Velocidades máximas permitidas en un canal no revestido según el tipo de material suspendido.....	37

Tabla 14. Velocidades máximas permitidas en un canal con revestimiento	46
Tabla 15. Elementos geométricos para las secciones más eficientes hidráulicamente.....	52
Tabla 16. Longitud del borde libre.....	59
Tabla 17. Longitud de borde libre utilizados actualmente.....	59
Tabla 18. Clasificación de canales para flujo gradualmente variado.....	64
Tabla 19. Perfiles de flujo en canales primáticos con FGV	74
Tabla 20. Resultados hoja electrónica para cálculo del perfil de flujo por el método del paso directo	78

LISTA DE ABREVIATURAS

A	Área transversal
a	Área efectiva
a_n	Aceleración normal
C	Coefficiente de Chézy
Const.	Constante
D	Profundidad hidráulica
D_m	Diámetro de las partículas
DCM	Método de canal dividido
E	Energía específica
eq	Sufijo que denota equivalente
em	Sufijo que denota la sección más eficiente de forma trapezoidal
f	Factor de fricción de Darcy Weisbach
FGV	Flujo gradualmente variado
F_f	Fuerza de fricción
ft	Pies
g	Fuerza de la gravedad
H	Altura total
h_f	Pérdida de energía que le ocurre al flujo que se mueve por una tubería

in	Pulgada
K	Conductividad de una sección de canal
kg	Kilogramo
km	Kilómetro
K_s	Coefficiente que depende de la forma de las partículas
L	Longitud
LPC	Línea de profundidad crítica
LPN	Línea de profundidad normal
m	Coefficiente de Bazin
mm	Milímetro
n	Coefficiente de Manning
n_e	Coefficiente de rugosidad equivalente
P	Perímetro mojado
Q	Caudal
Q_{max}	Caudal máximo
R	Radio hidráulico
R_c	Radio hidráulico crítico
R_e	Número de Reynolds
Resul.	Resultante
s	Segundos
S	Pendiente
S_0	Pendiente inferior
S_L	Pendiente límite
S_c	Pendiente crítica
S_f	Pendiente de fricción
S_s	Gravedad específica de las partículas del material que conforma la base del canal
S_t	Pendiente topográfica
S_w	Pendiente de la superficie del agua
T	Ancho superior
V	Velocidad media de la sección normal
V_p	Volumen de la partícula
W	Peso del fluido
W_s	Peso sumergido de la partícula
y	Altura de flujo

y_c	Profundidad crítica
y_n	Profundidad normal del canal
V	Viscosidad cinemática del fluido
α	Coefficiente de energía o de Coriolis
β	Coefficiente de la forma de las partículas del suelo
γ	Peso específico del fluido
λ	Coefficiente de forma
τ	Esfuerzo cortante
τ_s	Esfuerzo cortante en los lados del canal
φ	Ángulo de reposo de la partícula
ϵ	Coefficiente de Powell



PRÓLOGO

Los canales abiertos se caracterizan por diversos tipos de flujo, entre estos el flujo uniforme permanente o no permanente según cambie o no la profundidad en el tiempo. En el caso de la hidráulica de canales abiertos el flujo uniforme permanente es esencial, donde las características hidráulicas del flujo (caudal, velocidad media, tirante, entre otras), en una sección del canal, permanecen constantes con respecto al tiempo. Por otro lado, se encuentra el flujo gradualmente variado, este flujo también es permanente cuya profundidad varía gradualmente a lo largo de la longitud del canal para un caudal dado.

Los canales pueden ser construidos con una sección transversal y pendiente de plantilla constante o sin estas condiciones, considerándose canal no prismático, como los canales naturales. El análisis del flujo de agua en canales es importante para el diseño de los mismos, el diseño de estos debe cumplir con todas las condiciones de funcionamiento hidráulico.

La obra *Hidráulica de canales. Análisis del flujo uniforme y del flujo gradualmente variado* está diseñada como un libro de referencia que contiene varios ejercicios de aplicación. Analiza la hidráulica de los canales abiertos realizando ejercicios de aplicación de canales con flujo permanente y flujo gradualmente variado. Esta obra da continuidad al libro *Hidráulica de canales. Principios fundamentales*. El libro está dividido en dos capítulos. En el capítulo 1 se introduce la definición de flujo uniforme, ecuaciones de flujo uniforme, cálculo del flujo uniforme, rugosidad equivalente, canales compuestos, pendientes del canal, y una introducción al

diseño de canales, canales erosionables y canales no erosionables y ejercicios de aplicación. En el capítulo 2 se introduce el flujo gradualmente variado, ecuación de flujo gradualmente variado, características de los perfiles de flujo, clasificaciones de los perfiles de flujo, análisis del perfil de flujo gradualmente variado, canales prismáticos y no prismáticos, proceso de identificación de posibles perfiles de flujo como antelación a los cálculos cuantitativos, una síntesis de la información sobre los perfiles del flujo gradualmente variado, métodos de cálculo (paso directo, estándar por etapas y método Runge-Kutta 4.º orden) y ejercicios de aplicación. Por último, se incluye la modelación y evaluación del proceso del flujo gradualmente variado a través del *software* HEC-RAS.

CAPÍTULO 1

DESARROLLO DEL FLUJO UNIFORME

1.1 Definición

El flujo uniforme se caracteriza porque parámetros como la altura de flujo, el área de la sección transversal del flujo en el canal abierto, la velocidad media y el caudal no presentan variación a lo largo de un tramo del canal. Lo anterior se indica mediante las expresiones de la Ecuación 1.

$$\frac{\partial y}{\partial s} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial v}{\partial s} = 0 \quad (1)$$

De donde s es la coordenada en la dirección del flujo. Este flujo en equilibrio en canales abiertos es comúnmente llamado *flujo uniforme* o *flujo normal*.

Otra característica importante de estos flujos es que las pendientes de la línea de energía, la de la superficie del flujo y del fondo del canal son iguales ($S_f = S_w = S_0 = S$).

En contraste con lo anterior, en el flujo uniforme la componente del peso del líquido en la dirección del flujo causa su aceleración (si la pendiente del fondo es negativa el flujo desacelera), mientras que la tensión de corte que actúa tanto en el fondo del canal como en los lados ofrece resistencia al flujo. Según la relación de estas fuerzas de aceleración y desaceleración, el flujo puede acelerar o desacelerar. Por ejemplo, si la fuerza de resistencia es más grande que la componente del peso, el flujo tiende a desacelerar y, para cumplir con la ecuación de continuidad, la profundidad del flujo

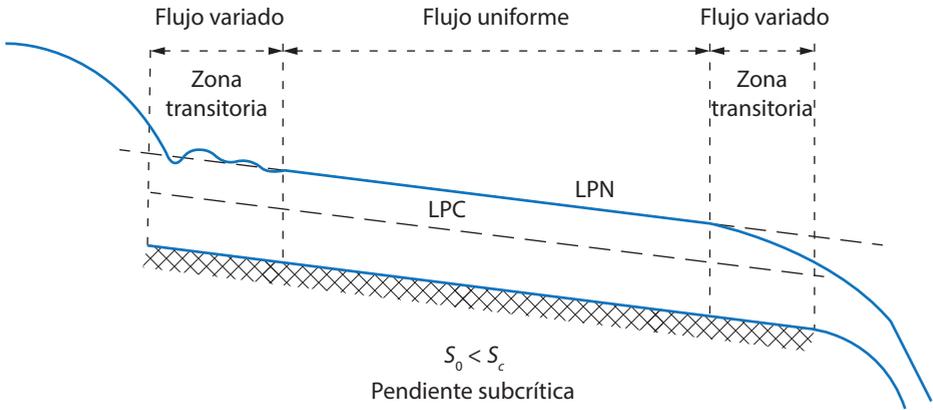
aumenta. De forma contraria, si la componente del peso es más grande que la fuerza de resistencia, el fluido acelerará y la profundidad tiende a disminuir. Sin embargo, si el canal es largo y prismático (sección transversal del canal y su pendiente no cambian), entonces el flujo acelera o desacelera una distancia hasta que las fuerzas de aceleración y resistencia son iguales. A partir de ese momento, la velocidad y la profundidad del flujo permanecen constantes; llamándose esta condición flujo uniforme y para la profundidad constante como profundidad normal.

Se debe tener en cuenta que, para el caso de una corriente natural, un flujo permanente es muy raro que se presente, debido a que en los ríos y quebradas casi no se da condición plena de flujo uniforme. Pero a pesar de estas condiciones, obviando la realidad del flujo, por lo general, se considera condición de flujo uniforme para el análisis de flujo en corrientes naturales. No obstante, aunque los resultados que se obtienen a partir de este tipo de suposiciones son aproximados y generalizados, ofrecen una solución bastante satisfactoria (Chow, 1994).

Se considera que un flujo uniforme se ha desarrollado completamente en un canal en el momento en que se tiene balance entre las fuerzas que se resiste al movimiento del flujo y las fuerzas relacionadas con la gravedad, caso en el cual la velocidad del flujo en el canal es constante. Pero, aguas arriba del flujo uniforme hay una zona llamada *zona transitoria*, que se considera como la zona donde se empiezan a desarrollar las características de este flujo. Para los canales mostrados en las figuras 1 a 3, que corresponden a canales de longitud considerable y bajo condiciones de pendiente supercrítica, crítica y subcrítica, respectivamente, se puede observar la ocurrencia de la zona de transición con las siguientes particularidades: en la condición subcrítica la superficie del flujo presenta sinuosidad, con flujo uniforme en la sección media de canal y flujo variado en los extremos. Para el caso en que la pendiente del canal es igual a la pendiente canal, la superficie del flujo es inestable, manteniéndose en promedio una altura de flujo constante, con variaciones de alrededor del 1 % en promedio, por lo que es aplicable la condición de flujo uniforme (Chow, 1994). Para el caso en que la pendiente del canal es superior a la pendiente crítica, flujo supercrítico, en la zona de transición se presenta el cambio desde la altura subcrítica a la supercrítica a través de un flujo gradualmente variado y, posteriormente, el flujo se considera uniforme.

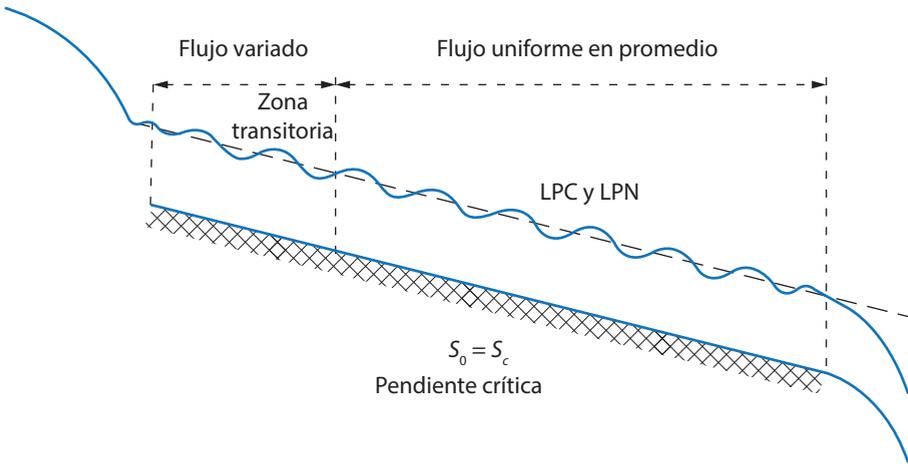
En las figuras 1, 2 y 3 aparecen dos líneas punteadas llamadas LPN (línea de profundidad normal) y LPC (línea de profundidad crítica).

Figura 1. Flujo uniforme en pendiente subcrítica

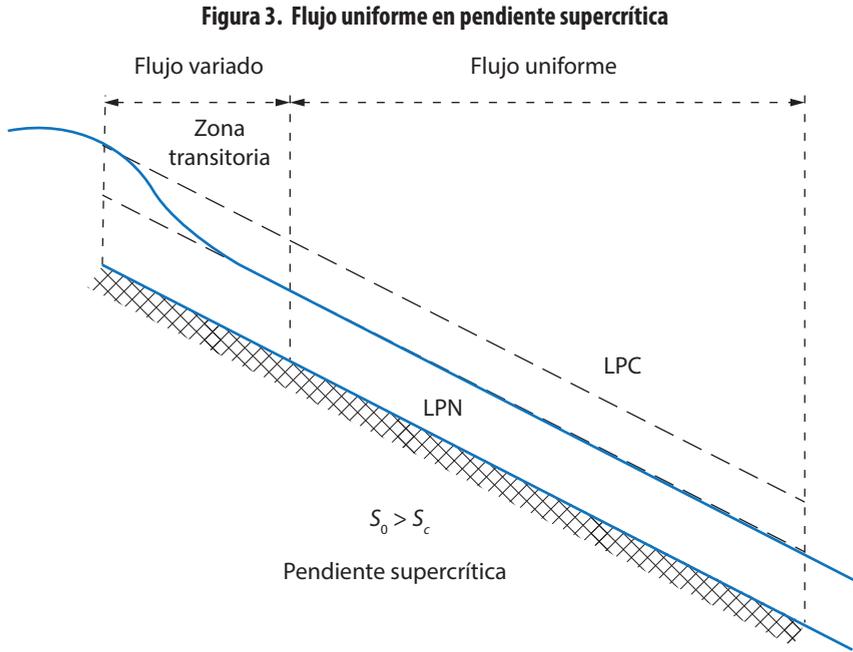


Fuente: adaptado de Chow (1994).

Figura 2. Flujo uniforme en pendiente crítica



Fuente: adaptado de Chow (1994).



Fuente: adaptado de Chow (1994).

1.2 Ecuación de resistencia al flujo

La resistencia al flujo puede ser explicada en términos de las fricciones internas o externas. Estas fuerzas de fricción externas se encuentran en los límites del canal. Las fuerzas de fricción internas, sin embargo, ocurren debido al gradiente de velocidad interno a la sección transversal del flujo. Es más conveniente, y tradicional, explicar la resistencia al flujo en términos de la fricción límite.

Estableciendo la pendiente de fricción S_f como los límites de las fuerzas de fricción por unidad de peso del fluido presente en el canal. Para un sector de un canal de longitud ΔX , área de flujo A y perímetro mojado P , la pendiente de fricción está dada por la Ecuación 2:

$$S_f = \frac{F_f}{A \Delta X \gamma} \quad (2)$$

Donde γ y F_f son el peso específico del agua y la fuerza de fricción en el fondo de canal, respectivamente. La fuerza de fricción ejercida sobre el área del fondo del canal es $P \Delta X$ y definiendo el esfuerzo de corte τ_0 en el fondo del canal como $F_f/A_{\text{fondo canal}} = F_f/P \Delta X$, la Ecuación 2 daría:

$$S_f = \frac{\tau_0 P \Delta X \gamma}{A \Delta X \gamma} \quad (3)$$

Teniendo en cuenta que el radio hidráulico R es el área del flujo A sobre el perímetro mojado P , la Ecuación 3 resultaría:

$$S_f = \frac{\tau_0}{\gamma R} \tag{4}$$

1.3 Ecuación de flujo uniforme

Para cálculos hidráulicos en canales abiertos en condiciones de flujo uniforme la velocidad media del flujo generalmente es expresado por la *ecuación de flujo uniforme*, que por definición corresponde a la Ecuación 5 (Chow, 1994):

$$V = CR^x S^y \tag{5}$$

De donde V representa la velocidad del flujo, R el radio hidráulico, S la pendiente correspondiente a la línea de energía (la pendiente de energía se denominará específicamente mediante S_f en lugar de S), x y y son exponentes, y la variable C representa la resistencia al flujo.

Partiendo de la Ecuación 5, se han definido varias ecuaciones para flujo uniforme, entre las más conocidas se encuentran la de Chézy y la de Manning, las cuales se describen a continuación.

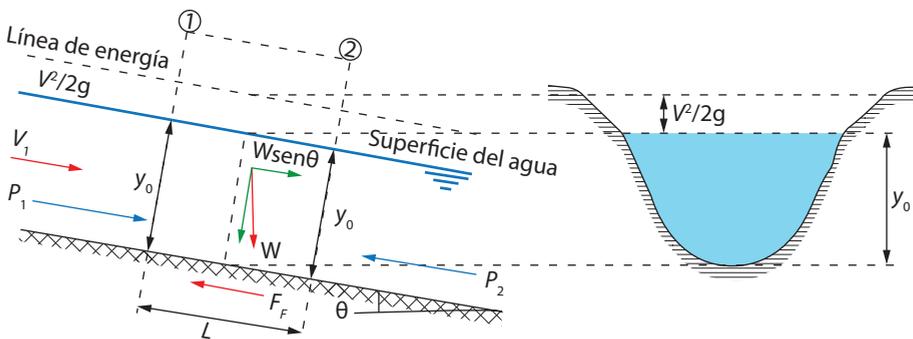
1.3.1 Ecuación de Chézy

Por definición, no hay aceleración en un flujo uniforme. Teniendo en cuenta la Figura 4 y al aplicar la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento al volumen de control entre las áreas de flujo 1 y 2, se tiene la Ecuación 6:

$$P_1 - W \sin\theta - F_f - P_2 = M_2 - M_1 \tag{6}$$

De donde P_1 y P_2 son fuerzas de presión y M_1 y M_2 son los momentum o fuerzas específicas en las secciones del flujo en 1 y 2 respectivamente, W corresponde al peso del fluido en el volumen de control y F_f es la fuerza de fricción que se opone al flujo.

Figura 4. Parámetros para deducir la ecuación de Chézy en un flujo uniforme



Fuente: adaptado de Chow (1994).

Debido a que el flujo es uniforme, se tiene que:

$$P_1 = P_2 \text{ y } M_1 = M_2 \quad (7)$$

Además,

$$W = \gamma AL \text{ y } F_f = \tau_0 PL \quad (8)$$

De donde τ_0 es el esfuerzo de cortante promedio en el perímetro mojado P y γ es peso unitario del agua. Reemplazado $\sin \theta$ por S_0 (pendiente de la base del canal) y las anteriores especificaciones de la Ecuación 8, la Ecuación 6 quedaría:

$$\gamma AL S_0 = \tau_0 PL \quad (9)$$

o

$$\tau_0 = \gamma \frac{A}{P} S_0 = \gamma R S_0 \quad (10)$$

De donde $R = A/P$ es definido como radio hidráulico, que es un parámetro de longitud que tiene en cuenta la forma del canal. El cual permite desarrollar ecuaciones de flujo que son comunes a todas las formas de canales.

Se puede expresar el esfuerzo cortante como $\tau_0 = k\rho V^2$. De donde k es un coeficiente que se determina según la tipología de los parámetros de superficie y de flujo. Por lo tanto, la Ecuación 10 se simplificaría a:

$$k\rho V^2 = \gamma R S_0 \quad (11)$$

Despejando la variable velocidad, la Ecuación 11 sería:

$$k\rho V^2 = \gamma R S_0 \quad (12)$$

De donde $C = \sqrt{\gamma/pk}$, coeficiente el cual depende del tipo de superficie y el flujo.

La Ecuación 12 es conocida como la fórmula de Chézy gracias al ingeniero francés Antonie Chézy, a quien se le atribuye el desarrollo de esta sencilla relación básica en 1769. El coeficiente C es conocido como coeficiente de Chézy (Subramanya, 2009).

Las tres principales ecuaciones para determinar el valor del coeficiente C de Chézy se explicarán a continuación.

a) Ecuación de G.K.

En 1869, Ganguillet y Kutter publicaron una ecuación que expresa el parámetro en función de la pendiente del canal S , el radio hidráulico R y el coeficiente de rugosidad n (Chow, 1994), la cual corresponde a la Ecuación 13:

$$C = \frac{41.65 + \frac{0.00281}{S} + \frac{1.811}{n}}{1 + \left(41.65 + \frac{0.00281}{S}\right) \frac{n}{\sqrt{R}}} \quad (13)$$

El coeficiente n es conocido como el n de Kutter.

La anterior Ecuación 13 se concluyó gracias a las mediciones realizadas previamente en diferentes tipos de canales. A pesar de que la ecuación se ve complicada, generalmente produce resultados confiables (Chow, 1994).

b) La ecuación de Bazin

El francés H. Bazin en 1897 estableció una ecuación que tenía en cuenta el coeficiente de Chézy y que este era una función de R y no de S (Chow, 1994). La ecuación es:

$$C = \frac{157.6}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}} \quad (14)$$

De donde m es la rugosidad definida en la Tabla 1.

Tabla 1. Valores para m de Bazin

Tipología del canal	m de Bazin
Cemento suave con formaleta de madera cepillada	0.10
Madera natural	0.21
Mampostería de piedra	0.82
Canal de tierra liso	1.53
Canal de tierra normal	2.35
Canal de tierra rugoso	3.15

Fuente: Chow (1994).

c) La ecuación de Powell

La ecuación de Powell fue definida en 1950 y corresponde a la Ecuación 15 (Chow, 1994):

$$C = -42 \log \left(\frac{C}{4R_e} + \frac{\epsilon}{R} \right) \quad (15)$$

Donde:

R = radio hidráulico

R_e = número de Reynolds

ϵ = rugosidad del canal (ver Tabla 2)

Tabla 2. Valores para la ϵ de Powell

Tipología del canal	ϵ de Powell	
	Nuevo	Viejo
Canal con superficie pulida en cemento	0.00018	0.00039
Canal con superficie de madera natural	0.0010	0.0017
Canal con superficie revestida en concreto	0.0038	0.0059
Canal de tierra natural	0.039	-
Canal dragado	0.09	-

Fuente: Chow (1994).

Para un canal rugoso, el flujo es tan turbulento que R_e obtiene un valor extremadamente grande si se compara con respecto a C , luego la Ecuación 15 se volvería:

$$C = 42 \log(R/\epsilon) \quad (16)$$

Para un canal liso, la rugosidad superficial logra tener un valor tan pequeño que ϵ es insignificante con R , entonces la Ecuación 15 quedaría:

$$C = 42 \log\left(4R_e/\epsilon\right) \quad (17)$$

1.3.2 Ecuación de Manning

Desde la derivación de la ecuación de Chézy en 1768, varios investigadores han intentado desarrollar un procedimiento racional para la estimación del valor de la constante de Chézy C (Chaudhry, 2008). Basándose en las observaciones de Ganguillet y Kutter (Chow, 1994), propusieron una complicada fórmula para C . Luego, Gauckler y Hagen independientemente mostraron que (Chaudhry, 2008):

$$C \propto R^{1/6} \quad (18)$$

Por otra parte, Chaudhry (2008) afirma que: “Un ingeniero llamado A. Flamant erróneamente atribuyó la anterior Ecuación 18 a un irlandés, R. Manning, el cual la expresó de la siguiente forma en 1891” (p. 95):

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S_f^{1/2} \quad (19)$$

De donde n es el coeficiente de Manning. Este coeficiente no es una constante adimensional, tiene dimensiones de $Longitud^{1/3}/tiempo$. Por lo tanto, convertir esta ecuación para el valor de n es el mismo en ambos sistemas de unidades, SI e

inglés. La Ecuación 19 es válida para el SI de unidades, es decir, V se encuentra en m/s y R (radio hidráulico) está en m . Para las unidades de pies-libras-segundos, la Ecuación 19 se vuelve:

$$V = \frac{1.49}{n} R^{2/3} S_f^{1/2} \quad (20)$$

El cual V se encuentra en ft/s y R es ft . Como resultado de la conversión anterior, el valor de n es el mismo en ambos sistemas de unidades.

En contraste con lo anterior, en la fórmula de Manning todos los términos, excepto n , son medidos de forma directa. Este coeficiente de rugosidad, siendo un parámetro que representa los efectos integrados en la resistencia de la sección del flujo en un canal, debe ser estimado. La selección del valor para n es subjetivo, basado en experiencias propias y leyes de la ingeniería. Sin embargo, se dispone de algunas ayudas que reducen en cierta medida la subjetividad en la selección de un valor apropiado de n para un canal dado. Estas ayudas son:

- a. Fotografías de alcances típicos de canales seleccionados, su descripción y medida de n . Estos actúan como valores de tipo y al comparar el canal en cuestión con una fotografía y una descripción que más se asemeja, se puede estimar el valor de n bastante bien. Las fotografías estereoscópicas y grabaciones de video de alcances típicos seleccionados son otras posibles ayudas efectivas dentro de esta categoría (Subramanya, 2009).
- b. Una lista completa de varios tipos de canales, además de sus descripciones con los rangos asociados del valor de n .

Factores que afectan la rugosidad de Manning.

Cabe señalar que el valor de n depende principalmente de la superficie rugosa, la cantidad de vegetación y las irregularidades del canal y, en menor grado, el desgaste, la deposición y la alineación del canal. Por tal motivo, Chow (1994) explica estos factores realizando la descripción e influencia de cada uno, tanto para el flujo en canales artificiales como para el flujo en canales naturales.

a. Rugosidad superficial

Este factor lo definen la forma y tamaño que poseen las partículas del material ubicadas en el perímetro mojado del canal, generando oposición al flujo. Si se presentan partículas finas el valor de n puede ser bajo, y para partículas de mayor tamaño los valores de n son altos.

Como se puede apreciar en la Figura 5, el material del canal triangular es de concreto, pero la textura del acabado ofrecerá más resistencia al flujo debido al tamaño de los granos.

Figura 5. Canal muy rugoso en concreto

Fuente: elaboración propia.

b. Vegetación

Ejerce un efecto de freno en el flujo, disminuyendo su velocidad, por lo cual se considera como un tipo de rugosidad superficial. Se debe tener muy en cuenta en el diseño de canales pequeños, porque su influencia en las condiciones del flujo puede ser notoria, según sea el tipo de vegetación y la densidad que tenga esta (ver Figura 6). En una investigación reportada por MacGregor *et al.* (2021) para el caso de un canal de riego que transporta un caudal promedio de $0.12 \text{ m}^3/\text{s}$, se analizó la influencia de la presencia de vegetación y sedimentación en un tramo del canal, encontrándose que la velocidad media se aumentó en un 23 %, el esfuerzo cortante disminuyó en un 12.11 % y la rugosidad general n pasó de 0.027 a 0.020, luego de la limpieza del canal.

Figura 6. Vegetación en canal

Fuente: elaboración propia.

c. Irregularidad del canal

Se pueden considerar como irregularidades variaciones que se presentan en el perímetro mojado y en la sección transversal del canal.

d. Alineamiento del canal

Dependiendo de las curvas que presente el canal dependerá el valor de n , por lo que para curvas suaves con radios grandes el valor del coeficiente es relativamente bajo. Por el contrario, para curvas bruscas o pronunciadas incrementará este valor (ver Figura 7).

Figura 7. Cambios en el alineamiento del canal



Fuente: elaboración propia.

e. Sedimentación y socavación

Estos dos factores pueden jugar en contra o a favor de la dirección del flujo, es decir, al presentarse cierto grado de sedimentación, esta puede uniformizar la superficie del canal (particularmente la del fondo), llevando a que un canal considerado irregular se convierta en uno uniforme, con la consiguiente disminución del coeficiente de rugosidad. Caso opuesto, puede aumentarlo drásticamente. El efecto dominante de la sedimentación dependerá del tipo de material que conformen los sedimentos depositados y, la uniformidad y cantidad de la socavación, son variables relacionadas al material del que está compuesto el perímetro mojado (ver Figura 8).

Figura 8. Efecto de la presencia de sedimentos en un canal



Fuente: elaboración propia.

f. Obstrucción

Materiales que obstruyan el paso del fluido por el canal tienden a incrementar el valor de n . La Figura 9 muestra un canal que se encuentra obstruido por material vegetal en la parte derecha de su sección transversal, por lo que produciría un aumento en el valor de n .

Figura 9. Obstrucción en canal



Fuente: elaboración propia.

g. Nivel y caudal

El valor de n es reducido con el aumento del nivel y del caudal, ya que, cuando la profundidad es baja, existen alteraciones o irregularidades en el fondo del canal, las

cuales al quedar expuestas desarrollan efectos prominentes, por lo que producirá un aumento en el coeficiente.

h. Cambio estacional

En épocas de invierno se puede favorecer el crecimiento de pastos, malezas arbóreas e incluso árboles en un canal. Este factor hace que se aumente el valor del coeficiente de rugosidad n del canal (ver Figura 10).

Figura 10. Crecimiento de plantas en época de sequía en las paredes laterales del canal



Fuente: elaboración propia.

i. Material en suspensión y carga de lecho

Cuando el flujo lleva suspendidos sedimentos o estos se encuentran depositados en el fondo, ya sean adheridos a este o en movimiento, se presentarán pérdidas de energía en el flujo y desarrollará pérdidas en la altura, así como aumentará la rugosidad aparente dentro del canal.

Cálculo del coeficiente n de Manning en canales naturales.

La estimación correcta de la magnitud del coeficiente de rugosidad n en canales naturales, es decir, ríos o causes superficiales, es de suma importancia en los problemas prácticos asociados con los cálculos de remanso, estimación del flujo de inundación, planificación y gestión.

Mediante la Ecuación 21 (Cowan, 1956) se puede determinar el valor del coeficiente de rugosidad para canales naturales ponderando un conjunto de factores relevantes que influyen en la rugosidad.

$$n = (n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4)m_5 \quad (21)$$

De donde:

- » n_0 : coeficiente en condiciones normales (canal recto, uniforme y liso).
- » n_1 : corrección asociada a las irregularidades superficiales.
- » n_2 : corrección por cambios en la sección transversal del canal (forma y tamaño).
- » n_3 : corrección asociada a obstrucciones.
- » n_4 : corrección debida a la presencia de vegetación y condiciones de flujo.
- » m_5 : ajuste para canales sinuosos.

De acuerdo con las anteriores variables, se muestra a continuación una tabla propuesta por Chow (1994), el cual describe el valor para cada una especificando su característica.

Tabla 3. Valores para los factores incluidos en la Ecuación 21

Condiciones de flujo		Valor	
Tipos de materiales involucrados	Tierra	n_0	0.021
	Corte en roca		0.026
	Grava fina		0.025
	Grava gruesa		0.029
Irregularidad	Suave	n_1	-
	Menor		0.006
	Moderado		0.011
	Severo		0.021
Alteración en la sección transversal	Gradual	n_2	-
	Ocasionalmente alternante		0.006
	Frecuentemente alternante		0.011-0.016
Efecto de las obstrucciones	Insignificante	n_3	-
	Menor		0.011-0.016
	Apreciable		0.021-0.031
	Severo		0.041-0.061
Cantidad de vegetación	Baja	n_4	0.006-0.011
	Media		0.011-0.026
	Alta		0.026-0.051
	Muy alta		0.051-0.100
Efecto generado por meandros	Menor	m_5	1.000
	Apreciable		1.160
	Severo		1.350

Fuente: Chow (1994).

Además de la Ecuación 21, también se plantearon fórmulas de forma empírica para determinar el n de Manning para canales naturales. Estas se relacionan con el tamaño de las partículas. La forma más popular de este tipo de estimaciones es la fórmula de Strickler (Subramanya, 2009):

$$n = \frac{d_{50}^{1/6}}{21.1} \quad (22)$$

De donde d_{50} representa el tamaño de las partículas al 50 % del material más fino del perímetro mojado del canal; su unidad es en metros.

Para mezclas de materiales del perímetro mojado del canal con tamaños gruesos considerables la ecuación sería:

$$n = \frac{d_{90}^{1/6}}{26} \quad (23)$$

Donde d_{90} es la medida en el que el 90 % de las partículas son más finas que el d_{90} .

Valores típicos de la n de Manning

En la Tabla 4, propuesta por Chow (1994), se muestran valores usuales de n para diferentes materiales:

Tabla 4. Valores típicos de la n de Manning

Material	n de Manning		
	Mínimo	Normal	Máximo
Acero	0.010	0.012	0.014
Hierro fundido	0.010	0.013	0.014
Metal corrugado	0.021	0.024	0.030
Lucita	0.008	0.085	0.011
Vidrio	0.085	0.011	0.014
Concreto	0.012	0.014	0.015
Madera	0.011	0.013	0.015
Arcilla	0.011	0.013	0.017
Mampostería	0.012	0.012	0.014
Cortes de roca	0.025	0.035	0.040

Fuente: Chow (1994).

Paralelo a lo anterior, el Reglamento Técnico Colombiano del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico, actualizado con la Resolución 0330 del 2017, establece algunos valores recomendados para la n de Manning según el tipo de revestimiento del canal (ver Tabla 5).

Tabla 5. Valores de la n de Manning del reglamento técnico colombiano

Naturaleza del recubrimiento del canal		n de Manning
Revestimiento	Pavimento	0.012-0.018
	Mampostería en general	0.011-0.019
	Concreto	0.010-0.021
	Empedrado o cubierto de escombros	0.019-0.036
	Cubierta vegetal	0.029-0.41
Sin revestimiento	Canal de tierra, alineamiento curvo y uniforme	0.024-0.041
	Excavación en roca	0.029-0.046
	Canales excavados sin mantenimiento	0.052-0.145
Canales naturales (menores de 30 m de longitud)	Sección regular	0.031-0.071
	Sección irregular	0.041-0.110

Fuente: Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio (2012).

1.3.3 Factor de fricción f de Darcy Weisbach

El flujo turbulento ha sido estudiado por diversos investigadores, entre ellos Prandtl (1875-1953) y Von Karman (1881-1963). En el análisis de este tipo de flujo es preciso estudiar el factor de fricción. A continuación, se resume la información más importante asociada a estos conceptos.

Flujo en tuberías

Una superficie puede denominarse hidráulicamente lisa, rugosa o en transición, según el grosor relativo de la magnitud de rugosidad al grosor de la subcapa laminar. La clasificación es la siguiente:

$$\frac{\varepsilon_s \nu_*}{\nu} < 4 \quad \text{pared hidráulicamente lisa}$$

$$4 < \frac{\varepsilon_s \nu_*}{\nu} < 60 \quad \text{régimen transicional}$$

$$\frac{\varepsilon_s \nu_*}{\nu} > 60 \quad \text{flujo áspero}$$

De donde ε_s es la rugosidad equivalente del grano de arena, $\nu_* = \sqrt{\tau_0/\rho} = \sqrt{gRS_0}$ es la velocidad de corte y ν es la viscosidad cinemática.

Para el flujo en tuberías, la ecuación de Darcy-Weisbach es:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (24)$$

De donde h_f es la pérdida de energía que le ocurre al flujo que se mueve por una tubería de diámetro D y longitud L ; f es el factor de fricción de Darcy Weisbach. Para tuberías lisas, f depende del número de Reynolds $[R_e = \frac{vD}{\nu}]$ solamente. Para flujos en tuberías rugosas, f está asociado a la rugosidad relativa ($\frac{\epsilon_s}{D}$) y es independiente del número de Reynolds.

La magnitud de la rugosidad para tuberías comerciales está expresada como la rugosidad equivalente del grano de arena ϵ_s . Las extensas investigaciones experimentales del flujo en tuberías han dado lugar a las siguientes relaciones generalmente aceptadas para la variación de f en varios regímenes de flujo (Subramanya, 2009):

» Para paredes lisas y $R_e < 10^5$

$$f = \frac{0.316}{R_e^{1/4}} \quad (\text{Fórmula de Blasius}) \quad (25)$$

» Para paredes lisas y $R_e > 10^5$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.0 \log R_e \sqrt{f} - 0.8 \quad (\text{Ecuación de Karman-Prandtl}) \quad (26)$$

» Para contorno rugoso y $R_e > 10^5$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \frac{\epsilon_s}{D} + 1.14 \quad (\text{Ecuación de Karman-Prandtl}) \quad (27)$$

» Para la zona de transición

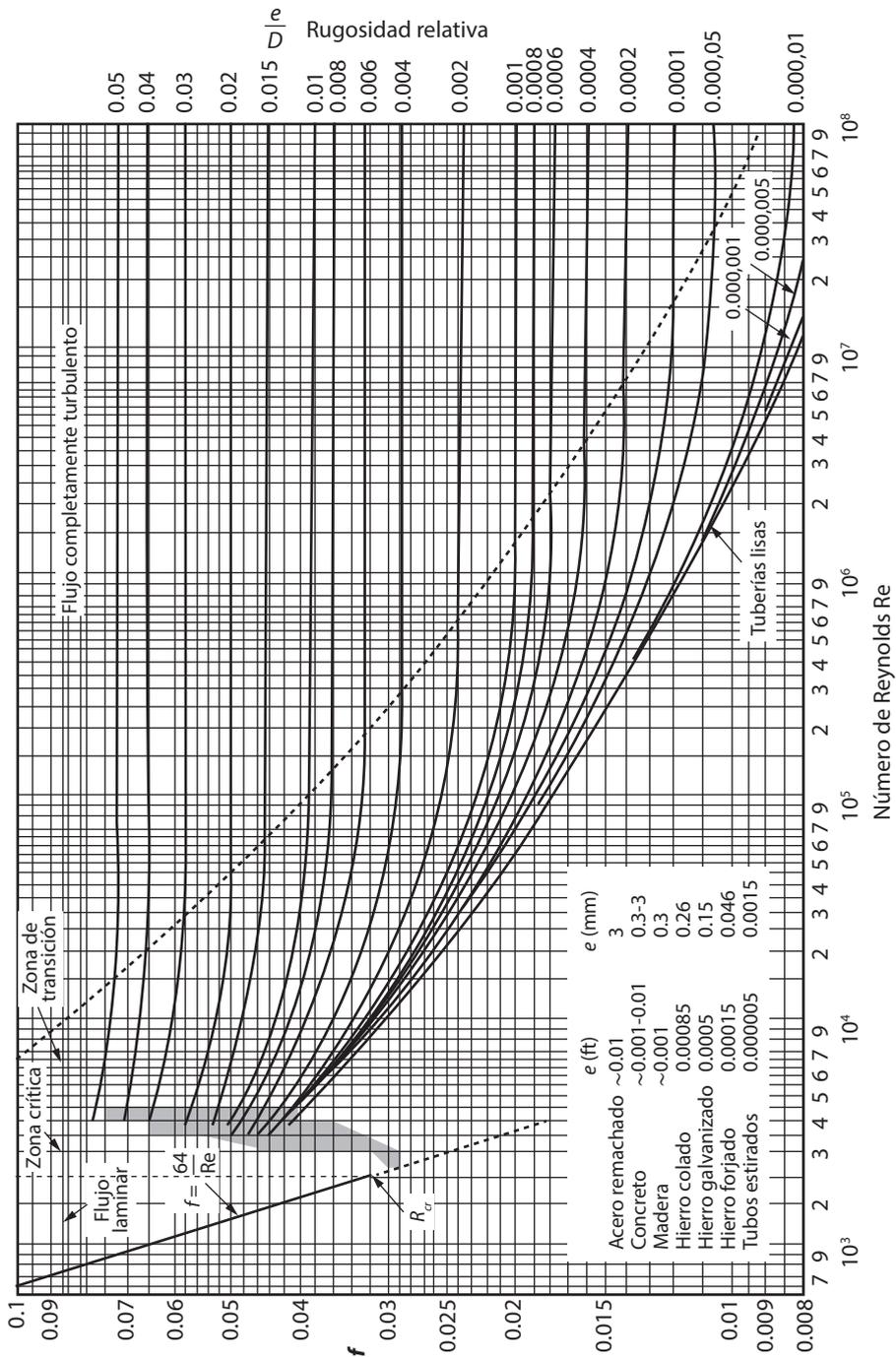
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{\epsilon_s}{D} = 1.14 - 2 \log \left[1 + 9.35 \frac{D/\epsilon_s}{R_e \sqrt{f}} \right] \quad (28)$$

(Ecuación de Colebrook-White)

Es habitual que se muestre la variación de f con R_e y $\frac{\epsilon_s}{D}$ mediante un gráfico de tres parámetros conocido como el gráfico de Moody (ver Figura 11).

El estudio de conductos no circulares, tales como formas rectangulares, ovaladas y triangulares han mostrado que al introducir el radio hidráulico R , las fórmulas desarrolladas para tuberías también son aplicables para conductos no circulares. Como para una forma circular $R = D/4$, al reemplazar D por R , se puede usar las ecuaciones 25 a 28, para cualquier forma del conducto, siempre que las áreas del mismo estén lo suficientemente cerca del área de un círculo o un semicírculo circunscrito.

Figura 11. Ábaco de Moody



Fuente: Moody (1944).

Canales abiertos

Para propósitos de resistencia al flujo que esencialmente tiene lugar en una capa delgada adyacente a la pared, en canales abiertos puede considerarse como un conducto cortado en dos. El radio hidráulico sería entonces el parámetro de longitud apropiado y se pueden utilizar las ecuaciones 25 a 28 para la predicción del factor de fricción f . Debe recordarse que $R_e = 4RV/\nu$ y la rugosidad relativa es $\epsilon_s/4R$.

La Ecuación 24 puede entonces ser escrita para un flujo de canal abierto como:

$$h_f = f \frac{L}{4R} \frac{V^2}{2g} \quad (29)$$

Despendajo la variable velocidad, se tiene que:

$$V = \sqrt{\frac{8g}{f}} \sqrt{R} \sqrt{h_f/L} \quad (30)$$

Teniendo en cuenta que el flujo en un canal abierto en condición uniforme h_f/L es la pendiente de la línea de energía ($S_f = S_0$), esto puede ser visto en la Ecuación 30, la cual es la misma Ecuación 12 (ecuación de Chézy) con:

$$C = \sqrt{8g/f} \quad (31)$$

Para conveniencia de uso, la Ecuación 31 junto con las ecuaciones 25 a la 28 pueden ser usadas para preparar una modificación del gráfico de Moody mostrando la variación de C con $R_e = 4RV/\nu$ y $\epsilon_s/4R$.

Si f se calcula utilizando una de las ecuaciones 25 a la 28, las ecuaciones 26 a la 28 presentan inconvenientes en usar ya que f está involucrada en ambos lados de la ecuación. Jain (2001) brinda formas empíricas simplificadas de las ecuaciones 26 a la 28, que son precisas para cualquier propósito práctico, como sigue:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.80 \log R_e - 1.5246 \quad (32)$$

y

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2.0 \log \left[\frac{\epsilon_s}{4R} + \frac{21.25}{R_e^{0.9}} \right] \quad (33)$$

La ecuación anterior es válida para $5000 \leq R_e \leq 10^8$ y $10^{-6} < \epsilon_s/4R < 10^{-2}$.

Las anteriores dos ecuaciones son muy usadas para obtener soluciones explícitas de muchos problemas de resistencia de flujo.

Generalmente, los canales abiertos que se encuentran en campo son muy grandes en tamaño y también en la magnitud de la rugosidad de los elementos. En consecuencia, los números de Reynolds y las grandes irregularidades relativas son operativas con el resultado de que la mayoría de canales abiertos tienen regímenes de flujo turbulento aproximado. Debido a la escasez de datos experimentales o de campos fiables en canales que cubren una amplia gama de parámetros, los valores de ϵ_s no están disponibles con el mismo grado de confianza que para los materiales de tubería. Sin embargo, la Tabla 6 se puede usar para establecer los valores de ϵ_s correspondientes a algunas superficies de canales abiertos comunes.

Tabla 6. Valores de ϵ_s para algunas superficies de canales comunes

Superficie	Rugosidad equivalente ϵ_s in mm
Vidrio	3×10^{-4}
Concreto muy liso	0.15-0.30
Tubería de alcantarillado acristalado	0.60
Gunita (liso)	0.50-1.5
Concreto rugoso	3.0-4.5
Canal en tierra	3.0
Mampostería de escombros	6.0
Gunita sin tratar	3.0-10.0

Fuente: Subramanya (2009).

Ahora bien, existen normas en cada país para diseñar tanto tuberías como canales abiertos. Para el caso de Colombia existe el Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico, que en su título D especifica:

La ecuación de Darcy-Weisbach utilizada para el dimensionamiento de ductos en sistemas de alcantarillado, en conjunto con la ecuación de Colebrook-White para el cálculo del factor de fricción, es aplicable a todos los regímenes de flujo turbulento, desde hidráulicamente liso hasta hidráulicamente rugoso... Cuando se haga uso de la ecuación de Manning para el diseño de tuberías en sistemas de alcantarillados, el coeficiente de rugosidad n de Manning que debe utilizarse depende, en general, del tipo de material del ducto (Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio, 2012, pp. 117-118).

A continuación, se muestran, respectivamente, las ecuaciones antes mencionadas.

» Ecuación de Darcy-Weisbach:

$$v = -2\sqrt{8gRS} \log_{10} \left(\frac{\epsilon_s}{14.8R} + \frac{2.51v}{4R\sqrt{8gRS}} \right) \quad (34)$$

» Ecuación de Manning

$$v = \frac{R^{2/3} \sqrt{S}}{n} \quad (35)$$

Tabla 7. Valores de ϵ_s para algunas superficies de canales según el Reglamento Técnico Colombiano del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico

Materiales y conductos	Condiciones	ϵ_s (mm)
Conductos de cobre y latín arrastrado y prensado, tubos de vidrio y plástico	Técnicamente liso, también conductos con enchapados metálicos (cobre, níquel, cromo)	0.00135-0.00152
	Nuevo	0.00150-0.00700
Tubos de acero sin costuras enrollados (comercial) nuevos	Cobertura enrollada típica	0.02000-0.06000
	Corroído	0.03000-0.04000
	Sin corrosión	0.03000-0.06000
	Acero inoxidable con inyección de cobertura de metales	0.08000-0.09000
	Coberturas limpias de zinc	0.07000-0.10000
	Coberturas comerciales de zinc	0.10000-0.16000
Hojas de acero soldado, nuevos	Cobertura enrollada típica	0.04000-0.10000
	Cuberturas de bitumen	0.01000-0.05000
	Cuberturas de cemento	Sobre 0.18000
	Tubos galvanizados de presión	Sobre 0.0080
Tubos de acero usado	Con óxido simétrico marcado	Sobre 0.15000
	Oxidadas moderadamente	0.15000-0.40000
	Incustradas moderadamente	Sobre 0.15000
	Incustradas altamente	0.20000-0.40000
	Limpias después de largo uso	0.15000-0.20000
	Cubiertas de bitumen parcialente oxidado	Sobre 0.10000
	Con múltiples años de servicio	Sobre 0.5000
	Depósitos en formas de hojas	Sobre 1.10000
Más de 20 años de servicio, con depósitos de brea irregular y naftalina	Sobre 2.50000	
Tubos de hierro fundido	Nuevos fundidos típicamente	0.20000-0.30000
	Nuevos con cubierta de bitumen	0.10000-0.13000
	Oxidados	1.0000-1.50000
	Incrustado	1.50000-4.0000
	Limpios pero con múltiples años de servicio	0.30000-1.50000
	Alcantarillas urbanas	Sobre 1.20000
	Oxidados altamente	4.50000

Materiales y conductos	Condiciones	ϵ_s (mm)
Tuberías de concreto	Nuevos, comerciales y lisos	0.30000-0.80000
	Nuevos, comerciales y rugosos moderadamente	1.00000-2.00000
	Nuevo, comercial y altamente rugosos	2.00000-3.00000
	Nuevo, con concreto reforzado y liso	0.10000-0.150000
	Nuevos, con concreto fundido y liso	0.10000-0.15000
	Nuevo, hierro fundido centrifugado, sin yeso	0.20000-0.80000
	Conductos lisos después de múltiples años de servicio	0.20000-0.30000
	Valor medio para extensión de tubos	0.20000-0.30000
Tubos de asbesto cemento Tubos de cerámica	Nuevo y liso	0.03000
	Tubos nuevos de drenaje	Sobre 0.70000
	Nuevo, hecho de ladrillo de arcilla cruda	Sobre 0.90000

Fuente: Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio (2012).

1.4 Cálculo del flujo uniforme

1.4.1 Conductividad de una sección de canal

La conductividad de la sección de un canal se expresa por el término K , el cual se define como:

$$K = CAR^x \quad (36)$$

Esta medida es la capacidad que tiene una sección de canal para transportar. Esta es directamente proporcional al caudal Q , por lo tanto, se puede expresar en términos de flujo uniforme el cual resultaría:

$$Q = VA = CAR^x S^y = KS^y \quad (37)$$

Al utilizar la ecuación de Manning o de Chézy, vistas anteriormente, la ecuación de flujo uniforme se convierte en:

$$Q = K\sqrt{S} \quad (38)$$

Por lo tanto, la conductividad hidráulica es, en términos del caudal:

$$K = \frac{Q}{\sqrt{S}} \quad (39)$$

La Ecuación 39 requiere que se conozcan la pendiente del canal y el caudal que fluye por este. Si se desea utilizar la ecuación de Chézy. La Ecuación 36 se convierte en:

$$K = CAR^{1/2} \quad (40)$$

En la Ecuación 40 C corresponde al factor de Chézy.

Ahora bien, si se utiliza la ecuación de Manning la Ecuación 36 resultaría:

$$K = \frac{1}{n} AR^{1/2} \quad (41)$$

1.4.2 Factor de sección

El factor de sección está dado por $AR^{2/3}$, a partir de la Ecuación 41 este factor se puede expresar:

$$AR^{2/3} = nK \quad (42)$$

Y a partir de la Ecuación 39 como:

$$AR^{2/3} = \frac{nK}{\sqrt{S}} \quad (43)$$

A partir de la Ecuación 43, si n y S son términos fijos, resultarían canales de primer tipo y poseen una profundidad única en flujo uniforme asociado con cada caudal. A esta altura de flujo se le denomina *profundidad normal*, la cual se define como la profundidad de flujo a la que fluye un caudal dado como flujo uniforme en un caudal determinado. La profundidad es asignada como y_n ; los canales de primer orden solo tienen una profundidad normal.

Mientras que la mayoría de los canales pertenecen al primer tipo, a veces se presentan canales que se cierran con el ancho superior. Las alcantarillas y ovoides son ejemplos típicos. De esta categoría, los canales con un ancho superior de cierre pueden designarse como canales de segundo tipo.

1.4.3 Tipologías de problemas

Las variables básicas en las situaciones de flujo uniforme pueden ser el caudal Q , velocidad de flujo V , profundidad normal y_n , rugosidad n , pendiente del canal S y elementos geométricos del canal. En la Tabla 8 se indican cinco tipologías de problemas que se pueden presentar en el cálculo del flujo uniforme.

Tabla 8. Tipos de problemas para los cálculos de flujo uniforme

Tipo de problema	Variables dadas	Variables requeridas
1	y_n, n, S , elementos geométricos	Q y V
2	Q, y_n, n , elementos geométricos	S
3	Q, y_n, S , elementos geométricos	n
4	Q, n, S , elementos geométricos	y_n
5	Q, y_n, n, S , geometría	Elementos geométricos

Fuente: adaptado de Chow (1994).

Los problemas de tipo 1, 2 y 3 normalmente tienen soluciones explícitas y, por lo tanto, no presentan ninguna dificultad en sus cálculos. Los problemas de los tipos 4 y 5 generalmente no tienen soluciones explícitas, por lo que pueden implicar procedimientos de soluciones de prueba y error.

1.5 Rugosidad equivalente

En algunos canales, diferentes partes del perímetro del canal pueden tener distintas rugosidades. Canales que poseen en la base un material diferente a las paredes del mismo son un ejemplo típico. En el caso de canales como el mostrado en la Figura 12 es necesario calcular un coeficiente de rugosidad equivalente que se pueda aplicar a toda la sección transversal, de modo que se pueda aplicar la ecuación de Manning. Esta *rugosidad equivalente* es llamada también *rugosidad compuesta* y representa un valor promedio ponderado para el coeficiente de rugosidad.

Figura 12. Sección de canal con diferentes rugosidades



Fuente: elaboración propia.

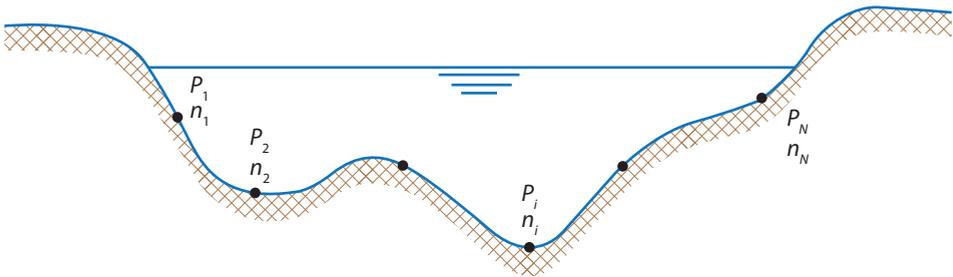
Un gran número de fórmulas propuestas por varios investigadores para el cálculo de la rugosidad equivalente de canales con rugosidad múltiple están disponibles en la literatura. Todas ellas están basadas en algunas suposiciones y son aproximadamente efectivas en la misma medida. Uno de los métodos más usados debido a Horton (1933) y Einstein (1934) se describe a continuación. Para calcular las subáreas, las líneas divisorias pueden ser líneas verticales o bisectrices de ángulos en la ruptura en la geometría del elemento de rugosidad (Subramanya, 2009).

1.5.1 Método de Horton de estimación de rugosidad equivalente

Si se considera un canal que tiene su perímetro compuesto por N tipos de rugosidad, $P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_N$ son las longitudes de esas N partes y $n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_N$ son los respectivos coeficientes de rugosidad (ver Figura 13). Cada parte de P_i está asociado con un área parcial A_i , por lo tanto:

$$\sum_{i=1}^N A_i = A_1 + A_2 + \dots + A_i + \dots + A_N = A = \text{área total} \quad (44)$$

Figura 13. Tipo de perímetro con múltiples rugosidades



Fuente: elaboración propia.

Se asume que el promedio de velocidad en cada área parcial es el promedio de velocidad para toda el área del flujo, es decir:

$$V_1 = V_2 = \dots = V_i = \dots = V_N = V \quad (45)$$

Por la fórmula de Manning:

$$S^{1/2} = \frac{V_1 n_1}{R_1^{2/3}} = \frac{V_2 n_2}{R_2^{2/3}} = \dots = \frac{V_i n_i}{R_i^{2/3}} = \dots = \frac{V_N n_N}{R_N^{2/3}} = \frac{V n}{R^{2/3}} \quad (46)$$

De donde n es la rugosidad equivalente. Además, de la Ecuación 46 se tiene que:

$$\left(\frac{A_i}{A}\right)^{2/3} = \frac{n_i P_i^{2/3}}{n D^{2/3}} \quad (47)$$

Despejando A_i de la Ecuación 47, se obtiene:

$$A_i = A \frac{n_i^{3/2} P_i}{n^{3/2} P} \tag{48}$$

Por lo tanto:

$$\sum A_i = A = A \frac{\sum(n_i^{3/2} P_i)}{n^{3/2} P} \tag{49}$$

Es decir:

$$n_e = \frac{(\sum n_i^{3/2} P_i)^{2/3}}{P^{2/3}} \tag{50}$$

De donde n_e es la rugosidad equivalente.

Esta ecuación permite estimar la rugosidad equivalente de un canal teniendo múltiples tipos de rugosidad en su perímetro. Esta fórmula fue desarrollada independientemente por Horton en 1933 y por Einstein en 1934. Sin embargo, la Ecuación 50 es popularmente conocida como la *fórmula de Horton*.

La Tabla 9 presenta algunas de las ecuaciones propuestas para la estimación de la rugosidad equivalente. Esta tabla es extraída de Ben Chei Yen (2002), que contiene una lista de 17 ecuaciones para el cálculo de la rugosidad compuesta.

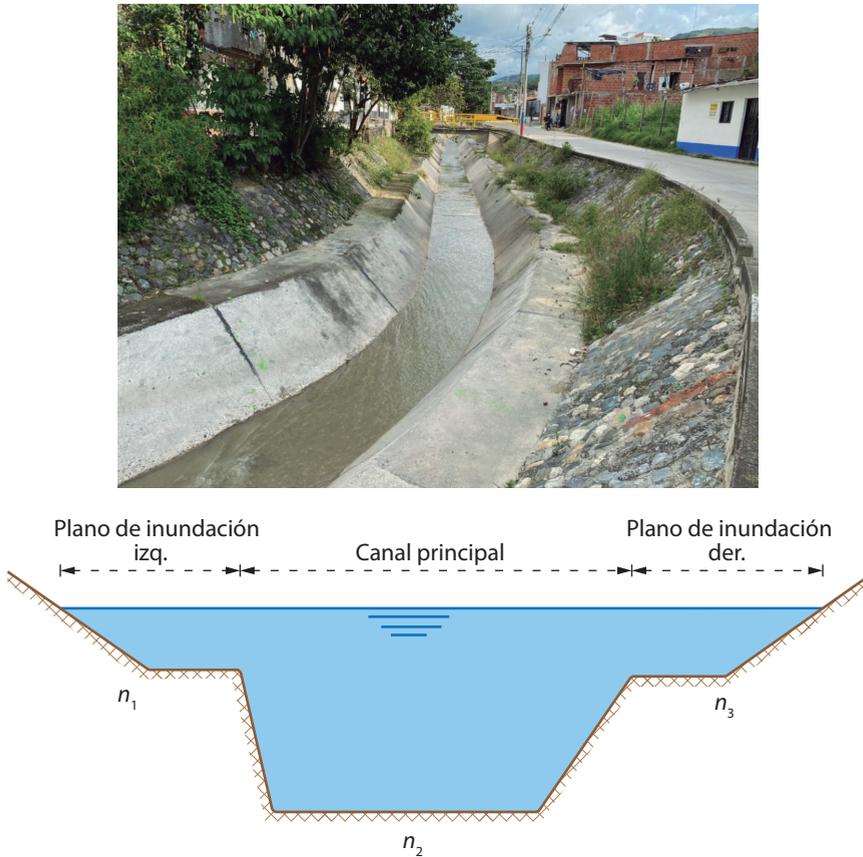
Tabla 9. Ecuaciones propuestas para el cálculo de la rugosidad equivalente

Investigador	n_e	Concepto
Horton (1933)	$= \left[\frac{1}{P} \sum (n_i^{3/2} P_i) \right]^{2/3}$	La velocidad media es constante en todas las subáreas.
Einstein (1934)		
Pavlockii (1931) Muhlhofer (1933) Einstein y Banks (1950)	$= \left[\frac{1}{P} \sum (n_i^2 P_i) \right]^{1/2}$	La fuerza de resistencia total F es la suma de las fuerzas de resistencia de la subárea.
Lotter (1932)	$= \frac{PR^{5/3}}{\sum \frac{P_i R_i^{5/3}}{n_i}}$	El total del caudal es la suma de los caudales de cada subárea.
Felkel (1960)	$= \frac{P}{\sum \frac{P_i}{n_i}}$	El total del caudal es la suma de los caudales de cada subárea.
Krishnamurthy y Christense (1972)	$= \exp \left[\frac{\sum P_i y_i^{3/2} \ln n_i}{\sum P_i y_i^{3/2}} \right]$	Distribución logarítmica de velocidad en profundidad y para canal ancho.
Yen (1991)	$= \frac{\sum(n_i P_i)}{P}$	La velocidad total de corte es la suma ponderada de la velocidad de corte de la subárea.

1.6 Canales compuestos

Este tipo de canal integra una parte profunda principal y uno o dos planos de inundación que transportan incrementos de flujo. El canal principal transporta el flujo en clima seco y durante la estación húmeda, el flujo puede extenderse de las orillas del canal principal a las planicies de inundación adyacentes. La mayoría de ríos o quebradas tiene sección compuesta, el cual también es llamado canal de dos etapas. Las condiciones hidráulicas del canal principal, así como los planos de inundación difieren especialmente en la geometría del canal y en su rugosidad. Los planos de inundación generalmente tienen elementos de rugosidad considerablemente más largos y variados (ver Figura 14).

Figura 14. Esquema de un canal compuesto



Fuente: elaboración propia.

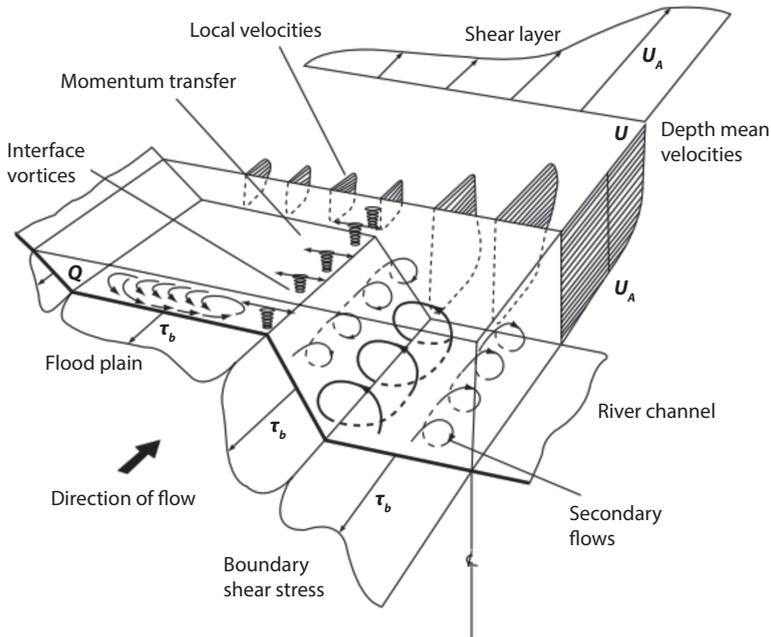
En un canal compuesto la velocidad del flujo en los planos de inundación es menor que la que lleva en el canal principal, se hace complicado el análisis. El flujo que se encuentra en el canal principal tendrá interacción con el flujo en los planos de

inundación, lo que conduce a un intercambio de momento en la interfaz. Además, habrá una interacción compleja en las zonas de unión de los flujos de las dos zonas del canal que dan lugar a varios conjuntos de vórtices que conducen a la generación de turbulencia. En la Figura 15, planteada por Knight y Shiono (1996), se muestra un modelo conceptual de este escenario de interacción. En la figura se muestran varias características relevantes del flujo en la unión del canal principal y los planos de inundación.

Las siguientes características que se analizan son:

- » En la unión del canal principal con el plano de inundación existe un conjunto de estructuras de vórtice que tiene un eje vertical que se extiende hasta la superficie del agua. Se cree que este conjunto de vórtices es responsable del intercambio de impulso entre los flujos del agua principal y superficial (Subramanya, 2009).
- » Presencia de flujos secundarios helicoidales en la dirección de la corriente longitudinal en varias esquinas de la sección del canal como se observa en la Figura 15. Estos flujos secundarios tienen diferentes direcciones en distintas esquinas y tienen influencia en la modificación del esfuerzo cortante límite.

Figura 15. Modelo conceptual de interacción de los flujos de los planos de inundación y el canal principal



Fuente: Knight y Shiono (1996).

La velocidad promedio del flujo para toda la sección transversal disminuye con el aumento de la altura de flujo, alcanza un mínimo y luego comienza a aumentar con la profundidad (Subramanya, 2009).

En el análisis unidimensional, la fórmula de Manning es aplicada a canales compuestos considerando un transporte y una pendiente de energía común en toda la sección para obtener un caudal determinado. Sin embargo, para tener en cuenta las diferentes secciones del canal, como la principal y las de inundación, se considera que cada una se divide en subsecciones y tienen su propio transporte de flujo. La suma de estas características del flujo dará el transporte total del canal. Diversos investigadores proponen varios métodos para definir los límites de las subsecciones, lo que conduce a la mayoría de los métodos propuestos a continuación. Sin embargo, el método general de considerar el canal como un compuesto de subsecciones es bien aceptado y el método se conoce como Método de Canal Divido (DCM sigla en inglés de Divided Channel Method) (Subramanya, 2009).

Actualmente, DCM es ampliamente utilizado y muchos *software* conocidos, incluido HEC-RAS, adoptan este método para tratar canales compuestos.

1.6.1 Método de canal dividido (DCM)

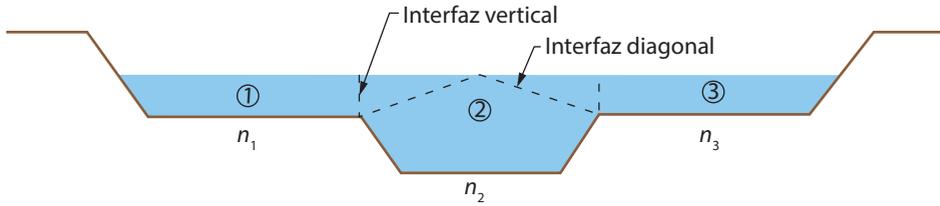
Un gran número de métodos para definir las subsecciones en el método de canal dividido están disponibles en la literatura. Estos incluyen interfaz vertical, diagonal, horizontal, curva y variable para dividir las subsecciones. Sin embargo, los siguientes dos métodos son populares, han sido bien estudiados y se han encontrado que dan resultados razonablemente buenos (Subramanya, 2009).

Método de interfaz vertical

En este método los planos de inundación están separados desde el canal principal por medio de una interfaz vertical (ver Figura 16). Esta interfaz es considerada como una superficie de cero cortante donde no toma lugar la transferencia de momento. Por lo tanto, la longitud de la interfaz vertical no se incluye en el cálculo del perímetro mojado del flujo en exceso del banco o del flujo del canal principal.

Método de interfaz diagonal

En este método, una interfaz diagonal, como se aprecia en la Figura 16, se traza una línea desde el borde superior correspondiente al canal principal hasta el punto medio de la superficie del agua. Esta interfaz es considerada una superficie de cero esfuerzos cortantes y por lo tanto la longitud de las interfaces diagonales no son incluidas en el cálculo del perímetro mojado.

Figura 16. Área de división de la sección transversal de un canal para las interfaces vertical y diagonal

Fuente: elaboración propia.

Mientras no haya un acuerdo general para elegir un método en particular, en general se cree que el método de interfaz vertical o diagonal parecen dar los mejores resultados (Subramanya, 2009). El *software* HEC-RAS usa el procedimiento de interfaz vertical. En dicho procedimiento el flujo en las secciones 1 y 3 del canal se subdivide mediante la utilización de puntos de quiebre de n valores como base. El canal principal no es dividido. El transporte es calculado para cada subdivisión considerando una interfaz vertical.

1.6.2 Otros métodos

En adición al DCM ha habido muchos otros enfoques para el estudio del problema de distribución de caudal de canales compuestos. Los autores Cao (2006) y Sturm (2001) describen breves revisiones de estos métodos y también resultados de importantes estudios. A primera vista, los enfoques salientes que no sean DCM son:

Métodos empíricos

Muchos métodos empíricos han sido desarrollados para estimar la división de caudal entre la sección principal y los planos de inundación. De estos métodos, el *Método coherente* de Ackers (1993) y el *Método del índice ϕ* de Wormleaton y Merry (1990) son prominentes.

Métodos numéricos

Varios investigadores han utilizado los procedimientos de cálculo para resolver ecuaciones de control mediante el uso de varios modelos de turbulencia (Subramanya, 2009).

Modelo de caudal de intercambio

Este modelo fue propuesto por Bousmar y Zech (1990) y es enfocado en el intercambio de caudales y transferencia de momentos a través de procedimientos de cálculos (Subramanya, 2009).

1.7 Pendiente del canal

La pendiente del canal generalmente está asociada a la topografía y la cota de energía necesaria para garantizar el flujo del agua. Dependiendo de la utilidad del canal será el criterio de diseño.

Además de lo anterior, la pendiente longitudinal de un canal se puede calcular conociendo el caudal y la rugosidad, mediante la aplicación de la ecuación de Manning para la profundidad normal de flujo y_n . Esta pendiente corresponde a la pendiente normal S_n .

Si se varía la pendiente del canal, de modo que el flujo en el canal se mueva bajo condición crítica, se dice la pendiente corresponde a la crítica S_c .

Para determinar la pendiente normal se calcula con la ecuación de Manning como se expresó anteriormente, obteniendo la forma:

$$S_n = \left[\frac{Q_n}{R^{2/3}A} \right]^2 \quad (51)$$

Para la pendiente crítica en condición de flujo uniforme se puede obtener mediante la condición de profundidad crítica vista en el capítulo 1. Despejando el caudal en condición de la profundidad crítica, cumpliendo que $F = 1$, se tiene que:

$$S_n = \frac{Dgn^2}{R_c^{4/3}} \quad (52)$$

De donde D es la profundidad hidráulica y R_c es el radio hidráulico en términos de profundidad crítica.

La Ecuación 52 también puede ser expresada como:

$$S_c = \frac{Agn^2}{TR_c^{4/3}} \quad (53)$$

Cuando la sección transversal del canal es rectangular:

$$S_c = gn^2 \frac{(2y_c + b)^{4/3}}{b^{4/3}y_c^{4/3}} \quad (54)$$

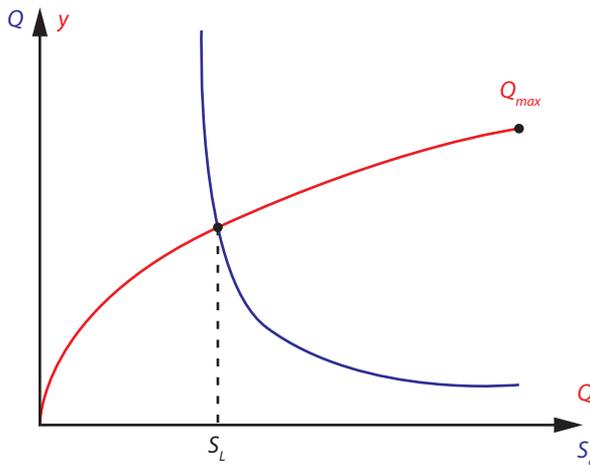
Derivando la Ecuación 54 respecto a y_c e igualando a cero, se puede obtener la pendiente crítica mínima, la cual se conoce como *pendiente límite* S_L , con lo cual se tiene que:

$$b = 6y_c \quad (55)$$

Por lo tanto, el perímetro para el canal rectangular es $P = 8y_c$ y el radio hidráulico es $R = \frac{3}{4}y_c$. Estos parámetros serían los correspondientes para el cálculo de una sección rectangular a la pendiente límite.

La pendiente límite también se puede analizar y obtener por medio de las gráficas de pendiente crítica vs. caudal y caudal vs. profundidad. La cual, donde se interceptan las dos curvas, es donde ocurre la pendiente límite para determinada sección del canal (ver Figura 17).

Figura 17. Curvas de caudal vs. profundidad y pendiente crítica vs. caudal



Fuente: elaboración propia.

Las pendientes laterales del canal se definen de acuerdo con el tipo de material, proceso constructivo, infiltración, condiciones climáticas, etc.

1.8 Diseño de canales

1.8.1 Introducción

Para diseñar un canal se debe inicialmente seleccionar su forma, tamaño y la pendiente longitudinal del mismo y si debería estar alineado para reducir la infiltración o prevenir la erosión de las paredes laterales y su fondo. Un canal alineado ofrece menos resistencia para el flujo que un canal desalineado o sinuoso, el tamaño del canal requerido para transportar un caudal de flujo especificado en una pendiente seleccionada, es más pequeña para un canal alineado que si no se proporcionara un revestimiento. Sin embargo, en algunos casos, un canal alineado puede ser más económico que uno desalineado.

Actualmente no hay procedimientos disponibles para seleccionar los parámetros del canal óptimo directamente. Cada fuente tiene procedimientos diferentes

que requieren consideraciones especiales. Normalmente, el diseño de un canal se realiza por prueba y error, los parámetros del canal son seleccionados y un análisis es realizado para verificar que los requisitos operacionales cumplen con esos parámetros. Un número de alternativas son consideradas y sus costos son comparados. Entonces, se selecciona la alternativa más económica que da un rendimiento satisfactorio. En este proceso es necesario incluir los costos de mantenimiento mientras se comparan diferentes alternativas. De manera similar, los costos de energía requeridos si el bombeo está involucrado y, para los canales de energía, la cantidad de ingresos conocidos por la generación de energía hidroeléctrica debe incluirse en el análisis económico general.

El diseño de canales puede ser dividido en dos categorías, dependiendo de si el límite del canal es erosionable o no. Para canales erosionables, la velocidad de flujo se mantiene baja para que la parte inferior y los lados del canal no se erosionen. La velocidad de flujo mínima que fluye y que lleva una gran cantidad de sedimentos debería ser tal que el material que se transporta no se deposite en el canal.

1.8.2 Canales erosionables

Para el diseño de este tipo de canales el factor que más incide en el diseño es la estabilidad de la sección transversal del canal, garantizada esta condición se puede aplicar la ecuación de flujo uniforme. Existen dos métodos aplicables en el diseño de estos canales: el *método de la velocidad permisible* y el *de la fuerza tractiva*.

Velocidad máxima permisible

La definición de esta velocidad radica en que cumpla con la condición no erosionable, es decir, aquella máxima velocidad media del flujo en el canal para la cual no hay arrastre de partículas de las paredes y fondo del canal.

En este método se busca una sección de canal que permita una velocidad media inferior a la máxima permisible, para el caudal de diseño bajo condiciones de flujo uniforme. Dicha velocidad dependerá de la tipología de suelos y granulometría de este, aunque también influyen la altura de flujo (a menor profundidad mayor velocidad de flujo) y el alineamiento del canal (zonas curvas producen corrientes secundarias, creando mayores velocidades de flujo cerca de los lados del canal). Las condiciones anteriores pueden facilitar la erosión.

Los canales trapezoidales son generalmente utilizados para canales erosionables. Para el diseño de estos canales, primero se selecciona un valor apropiado para la pendiente lateral para que los lados sean estables en todas las condiciones. La Tabla 10 muestra los valores proporcionados por Fortier y Scobey en 1926, enumerando las pendientes recomendadas para diferentes materiales (Chaudhry, 2008).

En la Tabla 11 se definen valores de velocidad máxima en una variedad de materiales del lecho del canal. Los valores de esta tabla son para canales rectos que tienen una profundidad de flujo cerca de 1 metro. Como una estimación aproximada, Lane (1955) sugirió reducir estos valores en un 5 % “para canales ligeramente sinuosos, un 13 % para los moderadamente sinuosos y un 22 % para canales muy sinuosos” (pp. 1-16). Para otras profundidades de flujo, estas velocidades pueden ser multiplicadas por un factor de corrección propuesto k , para determinar la velocidad de flujo máxima permisible (Mehrotra, 1983). Para canales muy anchos, $k = y^{1/6}$.

Tabla 10. Tipo de pendiente lateral para canales trapezoidales

Material	Pendiente lateral (H:V)
Roca	Casi vertical
Arcilla dura	1/2 a 1:1
Suelo firme	1:1
Suelo de arena suelta	2:1
Suelos muy sueltos	3:1

Fuente: Fortier y Scobey (1926).

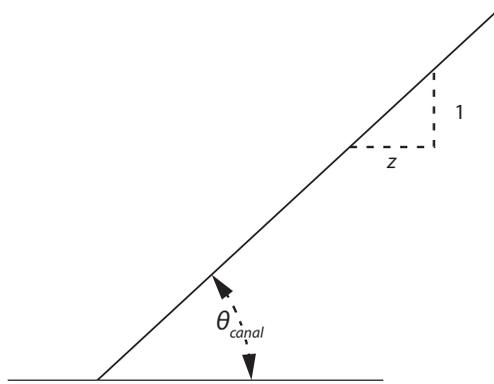
Tabla 11. Velocidad máxima permisible

Material	V(m/s)
Arenas finas	0.5
Arenas gruesas	1.1
Limos arenosos	0.5
Arcillas limosas	1.0
Arcillas	1.7
Areniscas	2.4
Rocas lutitas	1.1
Rocas buenas	6.1

Fuente: U. S. Army Corps of Engineers (2002).

Para el caso de las pendientes laterales de un canal trapezoidal, como se explicó anteriormente, no siempre se debe seguir estas recomendaciones, esto debido a las condiciones geotécnicas del suelo. Con base en ello, para determinar la pendiente lateral, el caso de canales trapezoidales, se debe estudiar las propiedades mecánicas del suelo. La variable más importante es el ángulo de reposo de las partículas del suelo.

Se debe cumplir que el ángulo de las pendientes laterales del canal debe ser menor que el ángulo de reposo del suelo, es decir, $\theta_{canal} < \theta_{reposo\ suelo}$ (ver Figura 18).

Figura 18. Ángulo de la pendiente lateral del canal

Fuente: elaboración propia.

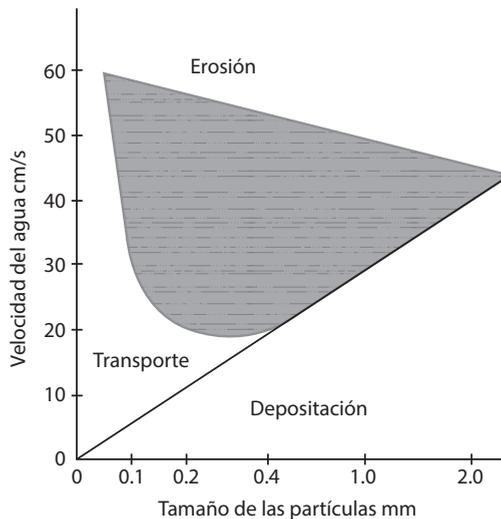
Por lo tanto:

$$\theta_{canal} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{z}\right) \quad (56)$$

Por lo que te tiene que cumplir, de acuerdo con las condiciones del terreno:

$$z > \frac{1}{\tan\theta_{reposito\ suelo}} \quad (57)$$

En la Figura 19 se indican las velocidades necesarias para que las partículas del suelo que conforma el lecho del canal se vean afectadas por erosión o transporte o depositación (Suárez, 2001).

Figura 19. Velocidades de erosión, transporte y depositación

Fuente: Suárez (2001).

Algunos autores establecen que para que el agua arrastre una partícula, erosione, el flujo debe tener una velocidad mínima crítica. Richardson y Richardson (1999) desarrollaron la Ecuación 58, mediante la cual se puede determinar esta velocidad crítica.

$$V_c = \frac{K_s^{1/2}(S_s - 1)^{1/2}D^{1/2}y^{1/2}}{n} \quad (58)$$

En esta ecuación se tiene que:

K_s = coeficiente que depende de la forma de las partículas.

S_s = gravedad específica de las partículas del material que conforma la base del canal.

D_m = diámetro de las partículas.

y = altura de flujo.

n = coeficiente de rugosidad.

En la Tabla 12 se muestran estas velocidades críticas para algunos tipos de materiales del lecho del canal y condiciones del agua que se transporta.

Tabla 12. Velocidad crítica de arrastre para diferentes condiciones del agua

Materiales	Agua limpia	Agua con limos finos	Agua con arena y gravas
Arenas finas	0.45	0.76	0.45
Arenas limosas	0.53	0.76	0.61
Limo arenoso	0.61	0.91	0.61
Limo no coloidal	0.61	1.06	0.61
Cenizas volcánicas	0.75	0.90	0.60
Grava fina	0.76	1.52	1.14
Arcillas compactas	1.14	1.51	0.91
Arenas grava limosas	1.14	1.52	1.52
Limo coloidal	1.15	1.52	0.91
Grava gruesa	1.20	1.50	0.90
Limo coloidal y guijarros	1.22	1.68	1.52
Guijarros	1.22	1.82	1.98
Cantos aluviales	1.50	1.65	1.95
Lutita fracturada	1.80	1.80	1.50
Esquisto y bloques de roca	1.82	1.82	1.42

Fuente: Aguirre (1998).

Paralelo a lo anterior, en Colombia, en el título D del Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico RAS, con su actualización en su Resolución 0330 del 2017, especifica que:

En general, la velocidad mínima permisible está determinada por aquel valor que dicte la sedimentación de aquellos materiales producidos por el arrastre de la escorrentía superficial. Teniendo en cuenta la naturaleza típica de dichos materiales, en medios ambientes urbanos, se recomienda un valor para la velocidad mínima de 0,6 m/s. Por otro lado, la velocidad máxima en el canal de drenaje depende del caudal de diseño, del radio hidráulico y del material que conforman las paredes y el fondo del canal (p. 102).

Como se aprecia anteriormente, debe el diseñador tener en cuenta el material que conformará el lecho del canal, para posteriormente realizar los respectivos cálculos de dimensionamiento, pendiente, profundidades y demás aspectos técnicos. Por lo tanto, se presenta a continuación en la Tabla 13 el tipo de material y las velocidades máximas que se le permiten para que el caudal o flujo a transportar por el canal no produzca daños en el mismo.

Tabla 13. Velocidades máximas permitidas en un canal no revestido según el tipo de material suspendido

Material excavado en la construcción del canal	Agua limpia sin detritos	Agua con sedimentos coloidales	Agua con sedimentos no coloidales, arenas, gravas o fragmentos de rocas
Arenas finas (no coloidales)	0.4	0.8	0.4
Barros arenosos (no coloidales)	0.5	0.8	0.6
Barros de sedimentación (no coloidales)	0.6	0.9	0.6
Material aluvión no coloidales	0.6	1.1	0.6
Barros compactados	0.8	1.1	0.7
Ceniza volcánica	0.8	1.1	0.6
Gravas finas	0.8	1.5	1.1
Arcillas duras (muy coloidales)	1.1	1.5	0.9
Barro formador de cantos terrosos, no coloidales	1.1	1.5	1.5
Materiales de aluvión coloidales	1.1	1.5	0.9
Sedimentos que forman gradualmente cantos coloidales	1.2	1.7	1.5
Grava gruesa no coloidal	1.2	1.8	2.0
Guijarros y piedras	1.5	1.7	2.0
Pizarras y esquistos	1.8	1.8	1.5

Fuente: adaptado de Fortier y Scobey (1926).

Fuerza tractiva

En comparación con la velocidad máxima permitida o admisible, el proceso de erosión puede verse de una manera más racional considerando las fuerzas actuantes sobre las partículas sólidas que conforman el lecho del canal. El canal es erosionado si las fuerzas que tienden a mover la partícula son mayores que las fuerzas que resisten el movimiento; de lo contrario, es estable. Este concepto, conocido como el método de fuerza tractiva, fue presentado por Du Boys en 1879 y reafirmado por Lane en 1955 (Chow, 1994).

La fuerza desarrollada por el flujo de agua en la base y los lados del canal es llamada fuerza tractiva o fuerza de arrastre. Esta es la fuerza debida al esfuerzo cortante. En el flujo uniforme en un canal recto, esta fuerza está definida por la componente del peso del volumen de agua paralela a la dirección en que se mueve el flujo.

Si la pendiente longitudinal de un canal es S_0 , el peso de la masa de agua en una longitud L del canal es γAL , de donde A es el área mojada o de flujo y γ es el peso específico del agua. Ahora, la componente del peso del agua en la dirección del flujo es γALS_0 . Esta componente, en flujo uniforme, representa la fuerza tractiva actuando en toda la longitud correspondiente al perímetro mojado. Luego, la fuerza tractiva unitaria promedio o esfuerzo cortante está dado por la ecuación:

$$\tau_0 = \gamma \frac{A}{P} S_0 = \gamma R S_0 \quad (59)$$

De donde R es el radio hidráulico. En canales de gran tamaño, $R \cong y$. Por lo tanto,

$$\tau_0 = \gamma y S_0 \quad (60)$$

La distribución de la fuerza tractiva unitaria o esfuerzo cortante sobre el perímetro del canal no es uniforme. Aunque muchos intentos han sido realizados para determinar esta distribución, no han sido definitivos. Como una aproximación para un canal trapezoidal (Lane, 1955), τ_0 en la parte inferior del canal se puede asumir que es igual a $\gamma y S_0$, y en los lados del canal serán igual a $0.76 \gamma y S_0$ (Chaudhry, 2008).

El esfuerzo cortante al que el material del canal simplemente se mueve desde una condición estacionaria es llamado esfuerzo crítico τ_c . El esfuerzo crítico es una función del tamaño del material y la concentración de los sedimentos.

Considerando una partícula que se encuentre en el lado del canal, como se logra observar en la Figura 20. El ángulo de inclinación de los lados del canal es θ , W_s es el área efectiva, es el peso sumergido de la partícula, ϕ es el ángulo de reposo de la partícula y τ_s es el esfuerzo cortante en los lados del canal. Dos fuerzas tienden a mover la partícula, la fuerza tractiva $a\tau_s$, debido al agua que fluye y la componente

del peso de la partícula a lo largo de pendiente lateral $W_s \sin \theta$. La resultante de esas dos fuerzas es:

$$R_{resul.} = \sqrt{W_s^2 \sin^2 \theta + a^2 \tau_s^2} \quad (61)$$

La fuerza normal $W_s \cos \theta \tan \varphi$, resiste el movimiento de la partícula. En esta expresión, φ es el ángulo de reposo del suelo del lecho del canal. En el punto de movimiento inminente, la resultante de las fuerzas que causan el movimiento debe ser igual a la resultante de las fuerzas que resisten el movimiento. Así, para el movimiento inminente:

$$W_s \cos \theta \tan \varphi = \sqrt{W_s^2 \sin^2 \theta + a^2 \tau_s^2} \quad (62)$$

De esta ecuación se deduce que:

$$\tau_s^2 = \frac{W_s}{a} \cos \theta \tan \varphi \sqrt{1 - \frac{\tan^2 \theta}{\tan^2 \varphi}} \quad (63)$$

Para el movimiento inminente de una partícula en una superficie nivelada:

$$W_s \tan \varphi = a \tau_l \quad (64)$$

De donde τ_l es el esfuerzo cortante del movimiento inminente de una partícula en una superficie nivelada. Despejando la ecuación anterior, se tiene que τ_l es:

$$\tau_l = \frac{W_s}{a} \tan \varphi \quad (65)$$

De las ecuaciones 63 y 64, se tiene que:

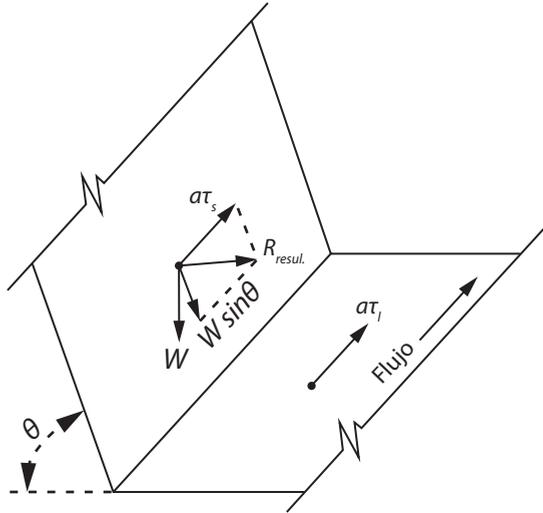
$$K = \frac{\tau_s}{\tau_l} = \cos \theta \sqrt{1 - \frac{\tan^2 \theta}{\tan^2 \varphi}} \quad (66)$$

Simplificando, quedaría:

$$K = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \varphi}} \quad (67)$$

Esta es el factor de reducción para el esfuerzo crítico en los lados del canal.

El efecto del ángulo de reposo debería considerarse solo para el caso de suelos friccionantes y no para suelos con cohesión y fricción, dado que, en estos últimos, la componente de la gravedad que hace que la partícula ruede por la cara lateral del canal es menor que las fuerzas cohesivas y, por lo tanto, puede desprenderse.

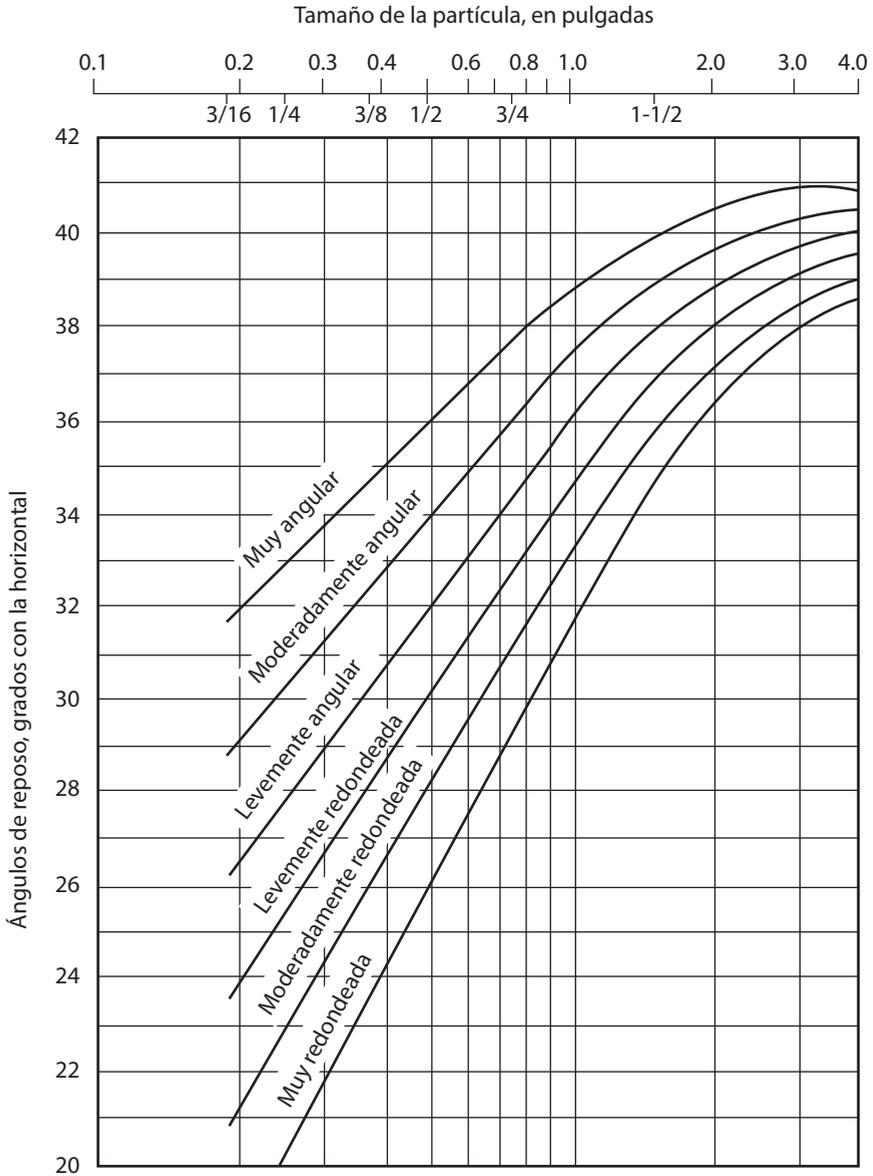
Figura 20. Fuerza actuando en una partícula en un canal abierto

Fuente: Chaudhry (2008).

En la Figura 21 se muestra la curva preparada por la U.S. Bureau of Reclamation (1973) para el ángulo de reposo de suelos friccionantes de más de 5 mm de diámetro. El diámetro en dicha figura es el diámetro de una partícula que el 25 % del suelo en peso es mayor que este diámetro.

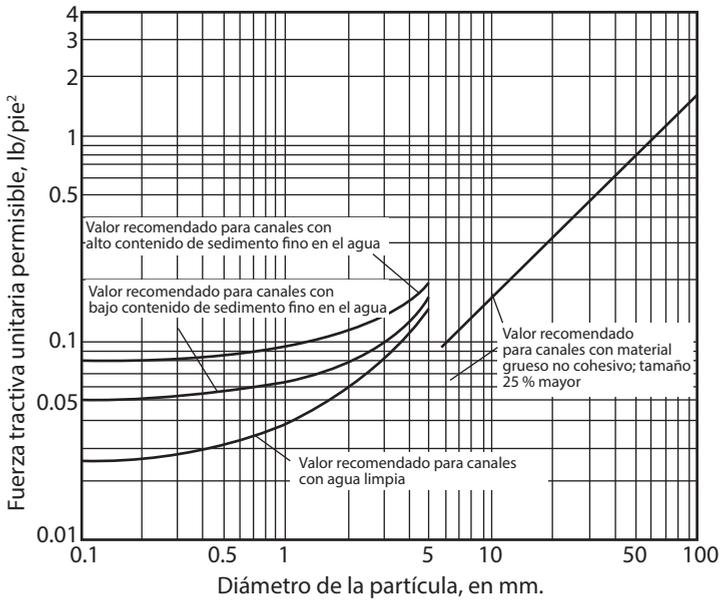
En la Figura 22 se muestra el esfuerzo cortante crítico para suelo no cohesivo y en la Figura 23 para suelo cohesivo. Esos valores son para canales lineales. Lane (1955) recomienda que: “Reducir los valores un 10 % para canales ligeramente sinuosos, un 25 % para moderadamente sinuosos y un 40 % para canales muy sinuosos” (pp. 1-16).

Figura 21. Ángulos de reposo para suelos friccionantes



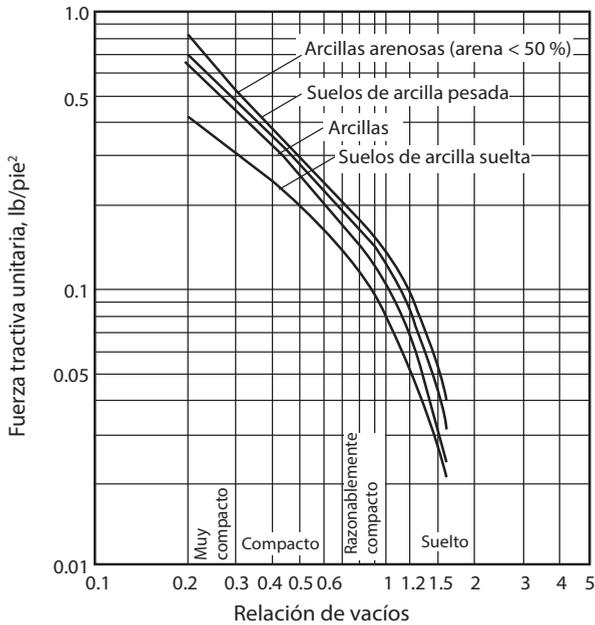
Fuente: U. S. Bureau of Reclamation (1973).

Figura 22. Fuerzas tractivas unitarias permisibles recomendadas para canales en materiales no cohesivos



Fuente: U. S. Bureau of Reclamation (1973).

Figura 23. Fuerzas tractivas unitarias permisibles para canales en materiales cohesivos



Fuente: Chow (1994).

El procedimiento para diseñar un canal mediante el enfoque de fuerza tractiva implica la selección de una sección transversal tal que dicha fuerza que actúa en los lados del canal sea igual al esfuerzo cortante permisible correspondiente al suelo que constituye el lecho del canal. Posteriormente, se requiere verificar que: fuerza tractiva en la base del canal < esfuerzo permisible.

Resistencia del suelo a la fuerza tractiva

En cada material que conforma el lecho de un canal erosionable, las partículas que lo conforman tienen un esfuerzo de corte crítico máximo τ_0 , que representa la resistencia de estas a ser arrastradas por el flujo.

A continuación, se presenta un resumen propuesto por Suárez (2001), el cual tiene diversos criterios para la tensión crítica de arrastre o resistencia del suelo a la fuerza tractiva.

- **Criterios de Schoklistch**

Schoklistch (1961) definió las siguientes ecuaciones para la tensión crítica de arrastre τ_c en kg/m^2 .

» Para suelos friccionantes con distribución de partículas uniforme:

$$\tau_c = \sqrt{0.385 \gamma_s (\gamma_s - \gamma) \lambda V_p} \quad (68)$$

De donde γ_s y γ es el peso específico de las partículas del suelo y el peso específico del agua, respectivamente. λ se denomina coeficiente de forma; adquiere valores de 1 para cantos redondeados, entre 1.15 y 1.35 para arenas y 3.1 para gravas. V_p es el volumen de la partícula.

» Para suelos friccionantes con distribución de partículas no uniforme:

$$\tau_c = \frac{\sqrt{0.385 \gamma_s (\gamma_s - \gamma) \lambda V_p}}{1 + \sqrt[4]{10.5 \left[\frac{V_p}{V_m} - 1 \right]}} \quad (69)$$

Donde V_m es el volumen medio de las piedras.

» También Schoklistch (1961) estableció:

$$\tau_c = \sqrt{0.201 \gamma_s (\gamma_s - \gamma) \beta D_m^3} \quad (70)$$

Donde D_m es el diámetro medio de las partículas, β se asocia a la forma de las partículas del suelo, con un valor de 1 para partículas esféricas y 4.4 para partículas planas.

También estableció que:

$$\tau_c = 0.000285 (\gamma_s - \gamma) D_m^{1/3} \quad (71)$$

Para $0.0001m < D_m < 0.003$

$$\tau_c = 0.076 (\gamma_s - \gamma) D_m \quad (72)$$

Para $D_m \geq 0.006_m$

- **Criterio de Leliavsky**

Leliavsky (1955) recomendó la ecuación:

$$\tau_c = 166 D_m \left(\frac{g}{m^2} \right) \quad (73)$$

De donde D_m es el diámetro medio en mm.

- **Criterio de Shields**

Shields propuso la siguiente ecuación para flujo turbulento:

$$\tau_c = 0.06 \gamma_s D_m \quad (74)$$

- **Criterio de Lane y Carson**

Lane y Carlson (1953) proponen para lechos no uniformes:

$$\tau_c = 0.05 (\gamma_s - \gamma) D_{m75} \quad (75)$$

- **Criterio de Miller**

Según Miller *et al.* (1977):

$$\tau_c = 0.045 (\gamma_s - \gamma) D_m \quad (76)$$

- **Criterio de Meyer-Peter**

Se basa en la siguiente expresión:

$$\tau_c = 0.047 (\gamma_s - \gamma) d \quad (77)$$

También puede utilizarse bajo la forma:

$$\tau_c = 0.02 (\gamma_s - \gamma) d_{95} \quad (78)$$

- **Criterio de Dunn para suelos cohesivos**

Se tiene la ecuación:

$$\tau_c = 10^{-3} (S_v + 0.876) \tan \beta \quad (79)$$

Donde:

S_v = esfuerzo cortante admisible del material.

β = ángulo en grados.

$\beta = 0.6 \times$ (% de material más fino de 0.06 mm), siempre que este no sea mayor del 90 %.

$\beta = 0.3 + 1.73IP$, si el % es mayor del 90 %

IP: índice de plasticidad del suelo.

1.8.3 Canales no erosionables

Los canales artificiales construidos con revestimientos, en su mayoría, son capaces de hacer frente a la erosión eficientemente; esta característica los clasifica como *no erosionables*. En el diseño de estos canales se determina la geometría de la sección del canal utilizando ecuaciones de flujo uniforme y sección óptima, aspectos prácticos constructivos y economía. En el diseño de estos canales los principales factores a tener en cuenta son: la tipología de material que constituirá el lecho del canal, el correspondiente coeficiente de rugosidad y velocidad mínima permisible, esta última para evitar el depósito de sedimentos en el fondo del canal (Chow, 1994).

A continuación, se explicarán los parámetros y métodos de diseños a tener en cuenta y métodos de diseño para canales revestidos:

Parámetros de diseño

Características de diseño:

Para diseñar un canal se deben considerar parámetros como:

- a. Localización: ubicarse en una zona que permita captar el caudal requerido.
- b. Alineamiento: el flujo del agua debe ser suave, evitando cambios de dirección o gradiente.
- c. Tamaño: se deben proyectar de modo que permitan disponer el caudal de diseño y un caudal adicional para cubrir pérdidas o requerimientos no previstos.
- d. Revestimiento: utilizar materiales que resistan la erosión generada por la velocidad del flujo.

Velocidad mínima permisible:

Es muy conocida en la literatura como velocidad más baja a la que se puede mover el flujo en el canal de manera que no se deposite sedimento o se favorezca el crecimiento de vegetación.

Para el caso del Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico RAS, con su actualización en su Resolución 0330 del 2017, especifica en su sección 4, artículo 149, que:

La velocidad mínima real permitida en el colector de alcantarillado pluvial o combinado es aquella que genere un esfuerzo cortante en la pared de la tubería mínimo de $2,0 Pa$. Los criterios de velocidad y esfuerzo cortante se deben determinar para el caudal de diseño en las condiciones iniciales y finales del periodo de diseño. (p. 93)

Velocidad máxima permisible:

Para el caso de una velocidad máxima en un canal determinado, como anteriormente se explicó, la Resolución 0330 del 2017 del Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico especifica en su artículo 150 que: “La velocidad máxima real en un colector o canal por gravedad no debe sobrepasar $5.0m/s$, determinada para el caudal de diseño” (p. 93). Cabe agregar que en el párrafo del artículo 150 menciona:

La velocidad máxima no deberá sobrepasar los límites de velocidad recomendados para el material del ducto y/o de los accesorios a emplear y no deberá superar los $10 m/s$. Las tuberías con velocidad de flujo superior a $5 m/s$ debe seleccionarse con revestimientos internos especiales que permiten soportar el fenómeno de abrasión a largo plazo. El diseño deberá prever las protecciones del sistema y plantear las soluciones de disipación de energía necesarias (p. 93).

Por otro lado, el reglamento también especificó para el caso de canales abiertos revestidos de concreto u hormigón que: “La velocidad máxima de flujo debe ser menor o igual que $5 m/s$ ” y, además, “siempre deben hacerse las provisiones apropiadas de borde libre. Si eventualmente el canal de drenaje llegara a funcionar como un conducto cerrado, la profundidad máxima de este no puede superar el 90 % de la altura del conducto” (p. 93).

A continuación, en la Tabla 14 se especifican las velocidades máximas de acuerdo con el tipo de material de revestimiento.

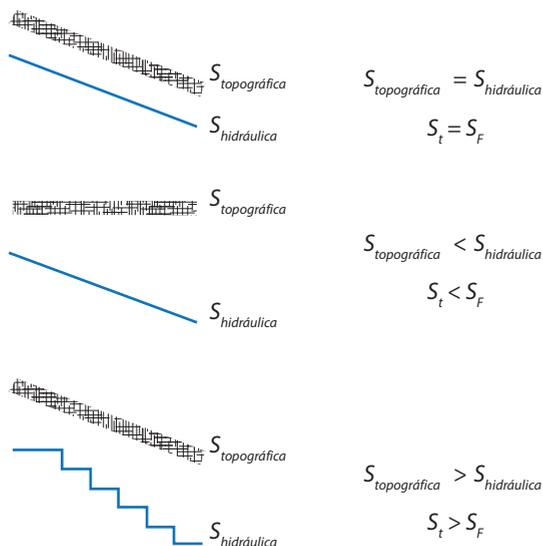
Tabla 14. Velocidades máximas permitidas en un canal con revestimiento

Tipo de revestimiento	Características del material	Velocidad máxima
Revestimiento de concreto		12.5
Mampostería		3.7
Gaviones de 0,5 m		4.7
Rocas grandes		3.0
Capas de roca o arcilla		2.4
Suelo apisonado con roca	Roca de 150 mm – 200 mm	2.6
Capa doble de roca	Roca de 200mm - 300mm	3.0
Capa doble de roca	Roca de 150mm - 200mm	3.0
Capa doble de roca	Roca de 200mm - 300mm	3.1

Método de tanteos

El método de tanteos se utiliza básicamente, si se conoce el caudal que transportará el canal según la necesidad o problema a resolver; la rugosidad según sea el material que revestirá el canal; la pendiente hidráulica o de diseño que se asumirá igual a la pendiente topográfica (ver Figura 24).

Figura 24. Ejemplos de pendiente topográficas y pendiente hidráulicas



Fuente: elaboración propia.

La ecuación de Manning tiene las variables Q , n , R , A , S y permite analizar y desarrollar el cálculo del canal cuando se tiene definida la base del canal o la altura de flujo o para cuando se desconoce una u otra, o las dos. Se pueden presentar los siguientes casos:

- » Para el primer caso, se conocen todas las variables menos el tirante o profundidad de flujo. Este caso se presenta frecuentemente debido a que por razones constructivas se requiere un canal con un ancho determinado. Con la ecuación de Manning se puede despejar la variable y y se realizan los respectivos análisis de diseño y normas.
- » Para el segundo caso, cuando se conocen todas las variables menos la base del canal. Esta condición ocurre cuando se requiere una profundidad determinada. Para solucionarlo se realiza igual que para el primer caso.
- » Para el tercer caso se desconocen las variables y y b . Para resolver o diseñar el canal, se pueden escoger libremente o con criterios del ingeniero diseñador los valores de b y la altura de flujo. Lo anterior bajo la consideración se sección hidráulica óptima.

Sección hidráulica óptima

Para que una sección de un canal tenga la mayor eficiencia, esta debe proporcionar el mayor radio hidráulico o el menor perímetro mojado, caso en el cual la sección permitirá el flujo del máximo caudal, para una pendiente, un coeficiente de rugosidad y área de flujo fijas. Esta sección del canal es llamada también *sección óptima*. De todas las diversas secciones posibles de canales abiertos la forma semicircular tiene la menor cantidad de perímetro para un área determinada.

En el diseño de canales, la relación entre los diversos elementos geométricos para formar una sección eficiente se puede obtener de la siguiente manera:

Sección rectangular

Teniendo una sección rectangular de base b y profundidad de flujo y , se tendría que el área mojada es igual a:

$$A = by = \text{const.} \quad (80)$$

El perímetro mojado para este canal es:

$$P = b + 2y \quad (81)$$

Por lo que despejando la base de la fórmula del área y reemplazando este valor en la ecuación de perímetro, quedaría:

$$P = \frac{A}{y} + 2y \quad (82)$$

Si se deriva a P con respecto a y para obtener el perímetro mojado mínimo, resultaría:

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{A}{y^2} + 2 = 0 \quad (83)$$

Despejando el área de la ecuación anterior, quedaría:

$$A = 2y_e^2 \quad (84)$$

Es decir,

$$y_e = \frac{b_e}{2} \rightarrow b_e = 2y_e \quad (85)$$

Lo que equivaldría a que el radio hidráulico sea:

$$R_e = \frac{y_e}{2} \quad (86)$$

El sufijo e denota el elemento geométrico de una sección eficiente hidráulicamente. Por consiguiente, se puede ver que en los canales rectangulares cuando la sección del canal es la mitad de un cuadrado, se obtiene una sección eficiente hidráulicamente.

Sección trapezoidal

Teniendo una sección trapezoidal de base b , pendientes laterales $z:1$ (H:V), el área es:

$$A = (b + zy)y = \text{const.} \quad (87)$$

Despejando la base, se tiene que:

$$b = \frac{A}{y} - zy \quad (88)$$

El perímetro mojado resultaría:

$$P = b + 2y\sqrt{z^2 + 1} \quad (89)$$

Despejando la base en la ecuación de perímetro se obtendría:

$$P = \frac{A}{y} - zy + 2y\sqrt{z^2 + 1} \quad (90)$$

Manteniendo el área y la pendiente z constantes, se deriva el perímetro con respecto a y e igualando a cero, quedaría:

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{A}{y^2} - z + 2\sqrt{z^2 + 1} = 0 \quad (91)$$

Es decir:

$$A = (2\sqrt{1 + z^2} - z)y^2 \quad (92)$$

Sustituyendo en las ecuaciones 88 y 89 la Ecuación 92, se tiene que:

$$b_e = 2y_e(\sqrt{1 + z^2} - z) \quad (93)$$

$$P_e = 2y_e(2\sqrt{1 + z^2} - z) \quad (94)$$

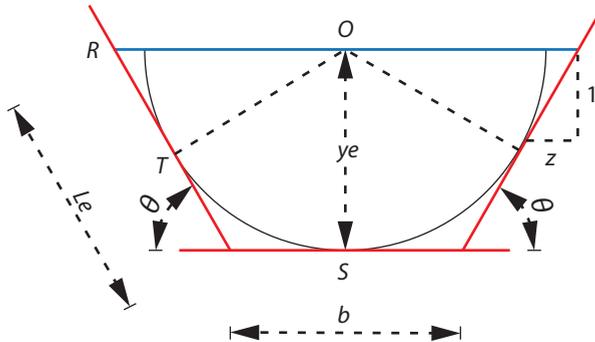
Se obtiene un radio hidráulico como:

$$R_e = \frac{(2\sqrt{1 + z^2} - z)y_e^2}{2y_e(2\sqrt{1 + z^2} - z)} = \frac{y_e}{2} \quad (95)$$

Una sección trapezoidal eficiente hidráulicamente tiene las proporciones dadas por las ecuaciones 92 y 95, indicado en la Figura 25. Sea O el centro de la superficie

del agua, OS y OT son perpendiculares a la base del canal y a la pendiente lateral, respectivamente.

Figura 25. Demostración sección trapezoidal eficiente



Fuente: elaboración propia.

Se tiene que:

$$A = 2y_e^2 \quad (96)$$

$$OS = y_e \quad (96)$$

$$A = 2y_e^2 \quad (97)$$

$$OT = OR \sin\theta = \frac{OR}{\sqrt{z^2 + 1}} \quad (97)$$

$$A = 2y_e^2 \quad (98)$$

$$OR = \frac{1}{2} b_e + zy_e \quad (98)$$

Remplazando 91 en 96, se obtiene:

$$OR = y_e \sqrt{1 + z^2} \quad (99)$$

Además,

$$OT = OS = y_e \quad (100)$$

Por consiguiente, las proporciones de una sección trapezoidal eficiente hidráulicamente serán tales que se pueda inscribir un semicírculo en ella.

En el análisis anterior, la pendiente lateral z era mantenida constante. Sin embargo, si a z se le permite variar, su valor óptimo para hacer que P sea más eficiente se obtiene $\frac{dPe}{dz} = 0$.

Despejando la profundidad de flujo de la Ecuación 92, y despejándola en la Ecuación 94 se tiene que:

$$P_e = 2\sqrt{A(2\sqrt{z^2 + 1} - z)} \quad (101)$$

Derivando a P_e con respecto a z , se obtiene:

$$\frac{dP_e}{dz} = \frac{\frac{2Az}{\sqrt{1+z^2}} - A}{\sqrt{2A\sqrt{1+z^2}} - Az} = 0 \quad (102)$$

De acuerdo con la expresión anterior, despejando z se consigue que:

$$z = \frac{1}{\sqrt{3}} = \cot\theta \quad (103)$$

Por lo tanto:

$$\theta_{em} = 60^\circ \quad (104)$$

El sufijo em denota la sección más eficiente de forma trapezoidal.

Despejando la Ecuación 103 en las ecuaciones 92, 93 y 94, se tiene que:

$$P_{em} = 2y_{em} \left(2\sqrt{1 + 1/3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 2\sqrt{3}y_{em} \quad (105)$$

$$b_{em} = 2y_{em} \left(\sqrt{1 + 1/3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{2}{\sqrt{3}}y_{em} \quad (106)$$

$$A = \left(2\sqrt{1 + 1/3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) y_{em}^2 = \sqrt{3}y_{em}^2 \quad (107)$$

De acuerdo con la Figura 25, la longitud L_e quedaría en términos de la profundidad del flujo como:

$$L_e = \frac{2}{\sqrt{3}}y_{em} = b_{em} \quad (108)$$

Con base en las demostraciones anteriores, la sección trapezoidal más eficiente hidráulicamente es la mitad de un hexágono regular. Además, este análisis se puede realizar para las demás formas de secciones transversales de canales, como lo son el triángulo y el círculo y así establecer las medidas eficientes hidráulicamente de una forma geoméricamente determinada. En la Tabla 15 se muestran las dimensiones de canales de secciones transversales más eficientes de mayor uso.

Tabla 15. Elementos geométricos para las secciones más eficientes hidráulicamente

Forma del canal	Área (A_{em})	Perímetro mojado (P_{em})	Ancho (b_{em})	Radio hidráulico (R_{em})	Ancho superficial (T_{em})
Rectángulo (medio cuadrado)	$2y_{em}^2$	$4y_{em}$	$2y_{em}$	$\frac{y_{em}}{2}$	$2y_{em}$
Trapezoidal (medio hexágono regular) $z = 1/\sqrt{3}$	$\sqrt{3}y_{em}^2$	$2\sqrt{3}y_{em}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}y_{em}$	$\frac{y_{em}}{2}$	$\frac{4}{\sqrt{3}}y_{em}$
Circular (semicírculo)	$\frac{\pi}{\sqrt{2}}y_{em}^2$	πy_{em}	-	$\frac{y_{em}}{2}$	$2y_{em}$
Triángulo (ángulo del vértice = 90°)	y_{em}^2	$2\sqrt{2}y_{em}$	-	$\frac{y_{em}}{2\sqrt{2}}$	$2y_{em}$

Fuente: adaptado de Chow (1994).

Cálculo de las dimensiones de la sección

A continuación, se describe un procedimiento general para el cálculo de la geometría de la sección transversal del canal y, como se dijo al comienzo de este subcapítulo de diseño de canales, no hay un procedimiento unificado para calcular los parámetros de un canal óptimo directamente, pero este brindará una idea para tomar criterios de diseño.

- Reunir toda la información necesaria, incluyendo el valor de rugosidad n y pendiente requerida del canal.
- Establecer el valor del factor de sección $AR^{2/3}$ mediante las ecuaciones indicadas anteriormente:

$$AR^{2/3} = \frac{nQ}{\sqrt{S}} \quad \text{o} \quad AR^{2/3} = \frac{nQ}{1.49\sqrt{S}} \quad (109)$$

- Teniendo la anterior ecuación, se pueden reemplazar las variables A y R , en función de la profundidad de flujo. Si se tienen incógnitas como z y b para una sección trapezoidal, se pueden suponer valores y se resuelve la ecuación para la profundidad. Al suponer varios valores de las incógnitas, puede tenerse cierto número de combinaciones de dimensiones de la selección. Las dimensiones finales se tratarán de escoger con base en la eficiencia hidráulica y los aspectos constructivos.
- Para incluir en el diseño secciones de máxima eficiencia, se debe reemplazar en la ecuación del factor de sección $AR^{2/3}$ los valores de la Tabla 15. Elementos

- geométricos para las secciones más eficientes hidráulicamente y se resuelve la profundidad.
- e. Luego, se debe verificar la velocidad para que no se produzca sedimentación o crecimiento de vegetación, es decir, la mínima permisible.
 - f. Luego de tener el diseño planteado y verificado, se debe agregar el borde libre para garantizar un diseño adecuado y seguro.

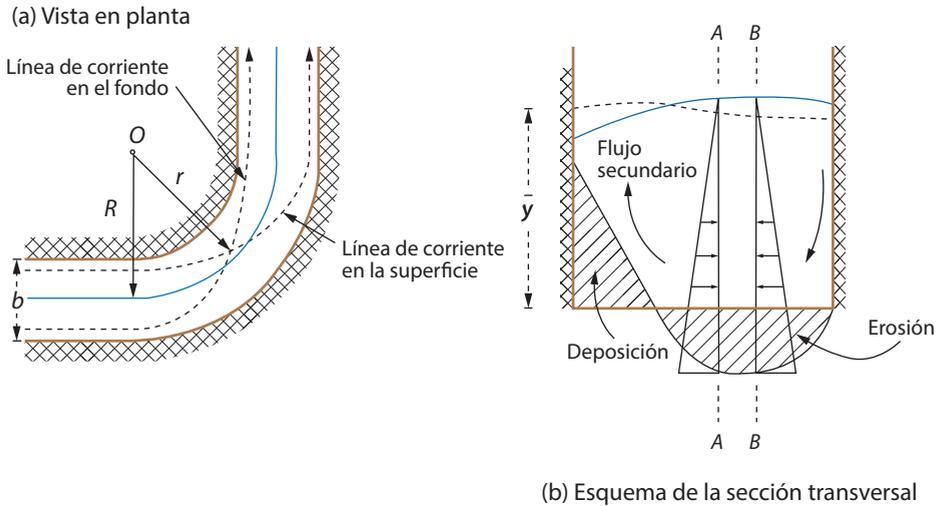
1.8.4 Diseño de curvas

El estudio del flujo en canales con curvatura establece un aspecto importante debido a los flujos secundarios desarrollados por algunos procesos erosivos característicos. El ingeniero involucrado en la alineación y estabilización de canales considera la forma de proteger las curvas, la ubicación de las correspondientes obras y el efecto de estas en las características del río. En lo que respecta al flujo principal, este pierde su uniformidad como resultado de movimientos en espiral y de la sobreelevación de la superficie libre en la pared cóncava. El flujo en una zona curva de un canal requerirá el uso de valores α y β , coeficientes de energía cinética y cantidad de movimiento respectivamente, mayores que la unidad. Lo anterior asociado a que la distribución de velocidades en la sección transversal del flujo no es uniforme. Cuando el flujo es supercrítico, las ondas generadas constituyen la característica más importante para el diseño y la configuración de la superficie libre. En flujo subcrítico, las corrientes en espiral constituyen el motivo de interés principal en la determinación de la superficie libre y de los procesos de erosión; en consecuencia, es conveniente separar los dos fenómenos en función de la característica del flujo (Aguirre, 1998).

Flujo subcrítico en espiral

El análisis de este tipo de flujo, caracterizado por una trayectoria helicoidal de las partículas, fue realizado inicialmente por Joseph Boussinesq en 1868 según lo indican Rouse e Ince (1963). Las partículas se mueven en espiral debido a la interacción entre las diferentes fuerzas que actúan sobre el flujo: fuerza de fricción, fuerza centrífuga y fuerza de inercia en la curva del canal. Lo anterior hace que el sedimento transportado por el flujo tienda a depositarse en la parte interna de la curva.

Figura 26. Trayectoria en espiral del flujo en una curva en un canal



Fuente: adaptado de Aguirre (1998).

La ecuación de Euler aplicada a esta condición de flujo, en la dirección normal, se puede expresar como:

$$\frac{\partial(p + \gamma z)}{\partial r} = \rho a_n \tag{110}$$

De donde, $(p + \gamma z) = \gamma y$ es la presión sobre el fondo debido a la altura de flujo en el canal y a_n , aceleración normal, expresada por $a_n = V^2/r$. Por lo tanto, la ecuación puede reescribirse de la forma:

$$\rho \frac{V^2}{r} = \gamma \frac{\partial y}{\partial r} \tag{111}$$

Asumiendo una velocidad constante, la integración de la Ecuación 111 sería:

$$y = \frac{V^2}{g} \ln r + C \tag{112}$$

De donde $g = \gamma/\rho$. y $C = \bar{y} - \left(V^2/g \right) \ln R$, y, por lo tanto:

$$y - \bar{y} = \frac{V^2}{g} \ln \frac{r}{R} \tag{113}$$

La Ecuación 113 brinda la “elevación de la superficie relativa a la profundidad normal de aproximación \bar{y} para cualquier punto ubicado en una distancia r del

centro de giro para un fondo que no haya sido sometido al proceso de erosión” (Aguirre, 1998, pp. 7-41).

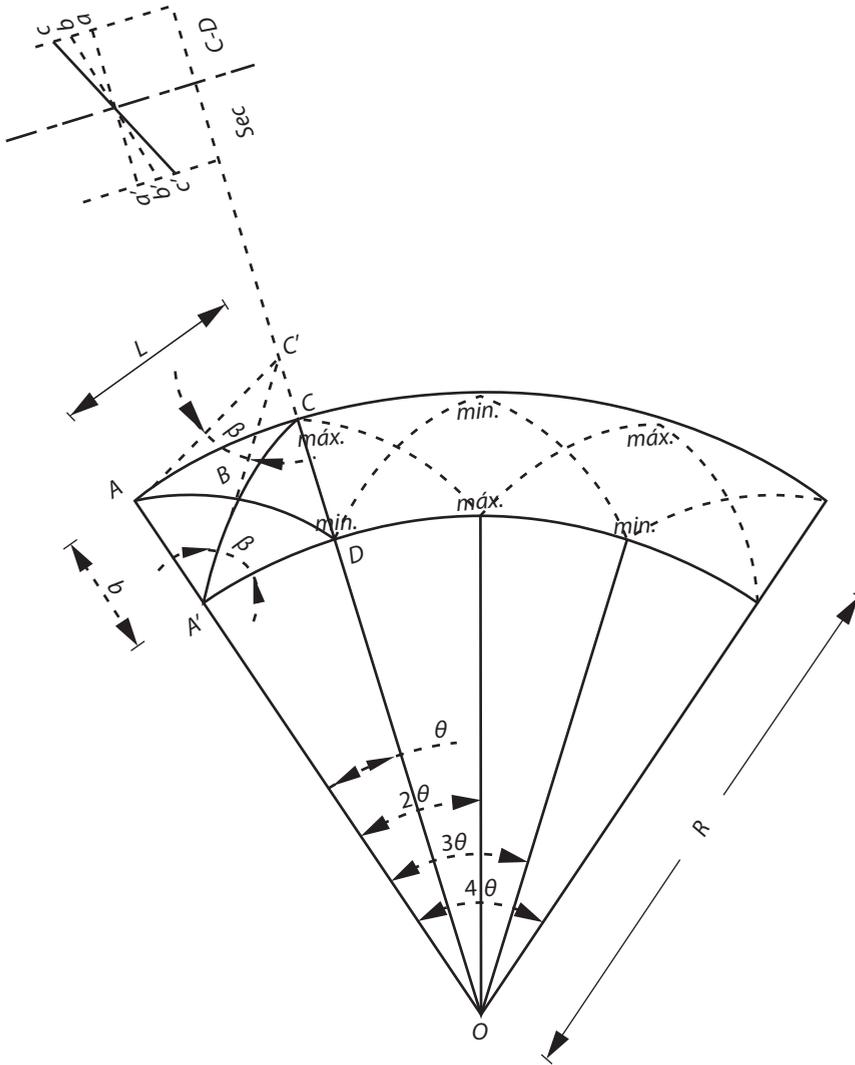
Flujo supercrítico con ondas cruzadas

El diseño de curvas en flujo subcrítico se hace usualmente mediante secciones simples circulares que empiezan y tienen fin tangencialmente en tramos rectos, ocasionando una sobreelevación, el cual se ajusta en una transición progresiva. En el flujo supercrítico, el efecto de la deflexión en las paredes se transmite por líneas de perturbación de ángulo β , originando una condición superficial como se ilustra en la Figura 27. La primera línea de perturbación se inicia en el punto A y se propaga a lo largo de las líneas A'B. Aguas arriba del límite establecido por ABA', el flujo conserva su dirección original. Los frentes de onda AB y A'B, luego de interceptarse en B, se propagan hacia aguas abajo en las trayectorias curvas BD y BC. El contorno cóncavo deflece el flujo que, debido a su inercia, tendería a seguir su trayectoria de aguas arriba originándose una sobreelevación que alcanza su valor máximo en C. Hacia aguas debajo de C, el frente negativo afecta el flujo produciendo una disminución en el nivel del agua. En el contorno convexo, el flujo tiende a desprenderse de la pared originando una depresión continua en el nivel superficial a lo largo de A'D hasta alcanzar un mínimo en el punto D. Aguas debajo de D comienza a sentirse el efecto del frente positivo originado una elevación del nivel superficial que alcanza su nivel máximo en G. El proceso de reflexión de las ondas a lo largo del canal se desarrolla, produciendo una serie de máximos y mínimos en la elevación correspondientes a los ángulos θ , 3θ , 5θ y sucesivos, a partir de la sección de entrada. El ángulo θ representa la mitad de la longitud correspondiente al periodo de perturbación. Para los efectos prácticos, se puede suponer que la elevación máxima y mínima en los contornos, de cada caso, se producen a lo largo de la misma dirección radial. De la geometría, de la Figura 27 se puede escribir que $\tan \beta = B/L$ y que $\tan \theta = L/(R + B/2)$, por lo tanto:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2B}{(2R + B)} \quad (114)$$

De donde $\beta = \sin^{-1} \sqrt{gy}/V$.

Figura 27. Perturbaciones que experimenta el flujo a través de una curva circular en un canal



Fuente: Aguirre (1998).

La investigación de Knapp (1949) determinó que, para flujo supercrítico, la mayor sobreelevación que se puede presentar sobre el nivel de flujo de aproximación está dada por:

$$\frac{\Delta y}{2} = V^2 B / Rg \tag{115}$$

El valor determinado con la Ecuación 115 representa el doble de la altura de sobreelevación correspondiente a un flujo en condición subcrítica para una sección

de flujo con distribución de velocidades en condición de flujo irrotacional. Para el caso de la sección CD del flujo indicada en la Figura 27, Aguirre (1998) indica que:

- » La línea a'-a corresponde a la superficie del flujo si el canal fuese recto.
- » La línea b'-b corresponde a la superficie del flujo en condición subcrítica.
- » La línea c'-c corresponde a la superficie del flujo en condición supercrítica.

Paralelo al diseño de curvas anteriormente explicado y propuesto por Aguirre (1998), también se tiene una investigación realizada por Duarte (2016) que describe que:

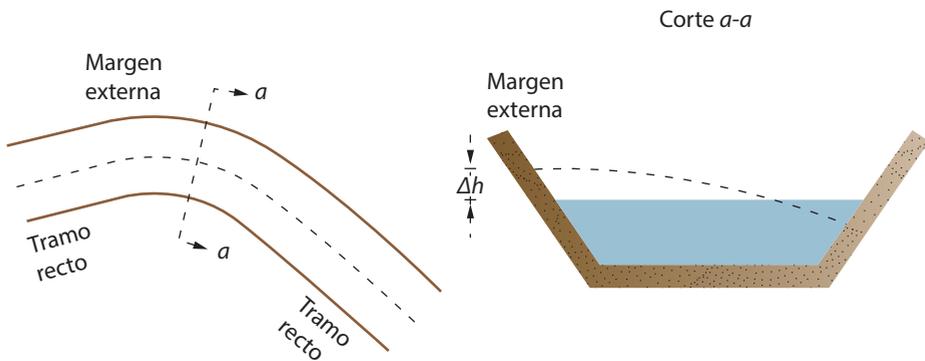
Evidentemente el trazado en planta de un canal requiere del diseño de curvas que sirvan de unión entre tramos rectos del conducto, ver Figura 28. Por lo que en estas zonas el flujo presenta una sobreelevación en la margen externa del canal debido a la fuerza centrífuga que surge por el cambio de dirección de la corriente. De esta manera, la margen interna del flujo sufre un abatimiento.

Para determinar la sobreelevación, Woodward (1920) propone que se calcule mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta h = \frac{U_{Máx}^2}{g} \left[\frac{20}{3} \frac{R}{b} - 16 \left(\frac{R}{b} \right) + \left(4 \left(\frac{R}{b} \right)^2 - 1 \right) \ln \left(\frac{2R+b}{2R-b} \right) \right] \quad (116)$$

De donde, R es el radio externo de la curva y b es la anchura de la base del canal.

Figura 28. Comportamiento del flujo en canal abierto en una curva



Fuente: adaptado de Duarte (2016).

1.8.5 Consideraciones de diseño

Material de revestimiento no erosionable

Los principales tipos de material para el revestimiento de canales corresponden a concreto y mampostería. Otros materiales también utilizados para canales de uso específico son el acero, vidrio, acrílico, etc. La selección del revestimiento a utilizar estará asociado a factores como costo, procesos constructivos y función para la que se proyecta el canal.

Una variable importante al momento de escoger el material es la velocidad máxima que el flujo recorrerá el caudal, por lo que dependiendo del material se tiene una velocidad máxima permisible. El límite para esta velocidad es evitar la erosión del canal, el cual puede ocasionar desprendimiento de material, infiltraciones y, por ende, cambios en la sección transversal del mismo, alterando su comportamiento hidráulico eficiente.

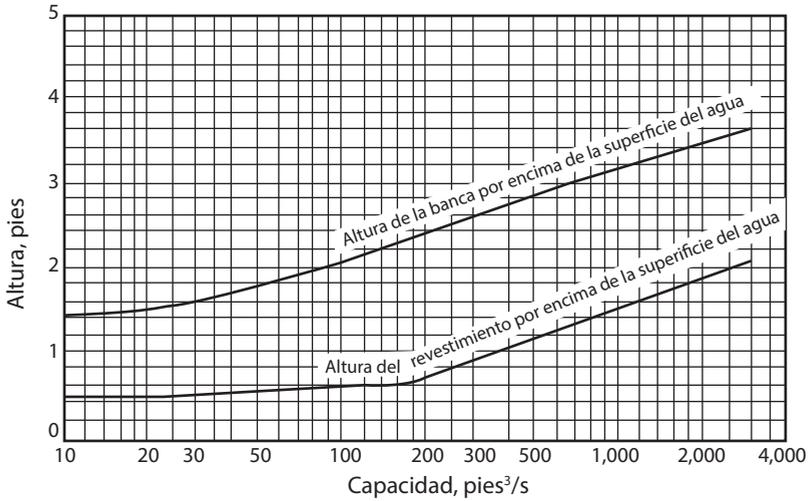
Borde libre

Por definición, el borde libre corresponde a la distancia vertical que se tiene en la sección transversal del canal, medida desde la superficie libre del agua hasta la parte superior del canal. La distancia del borde libre deber ser lo suficientemente grande para evitar fluctuaciones de la superficie del agua y cause un rebose por encima de los lados del canal.

En el diseño de canales abiertos es muy común utilizar distancias para el borde libre que oscilan entre un 5 % y un 30 % de la altura de flujo en el canal.

La Figura 29, desarrollada por el U. S. Bureau of Reclamation (1973), permite definir el borde libre y altura de revestimiento a implementar por encima del nivel libre del flujo en el canal.

Figura 29. Distancia de revestimiento y de borde libre sobre la superficie libre del flujo en canales revestidos



Fuente: U. S. Bureau of Reclamation (1973).

Estándares definidos en la India sugieren la distancia mínima de borde libre en las indicadas en la Tabla 16:

Tabla 16. Longitud del borde libre

Caudal del canal	Borde libre
Más de 10 m³/s	0.75 m
Entre 3 y 10 m³/s	0.60 m
Hasta 3 m³/s	0.50 m
Menos de 1 m³/s	0.30 m
Menores a 0.1 m³/s	0.15 m

Fuente: Indian Standard (2000).

En la Tabla 17 se muestran valores para el borde libre que se aplican en la práctica actual en el diseño de canales.

Tabla 17. Longitud de borde libre utilizados actualmente

Q(m³/s)	<0.15	0.15-0.75	0.75-1.50	1.50-9.00	>9.00
Borde libre (m)	0.30	0.45	0.60	0.75	0.90

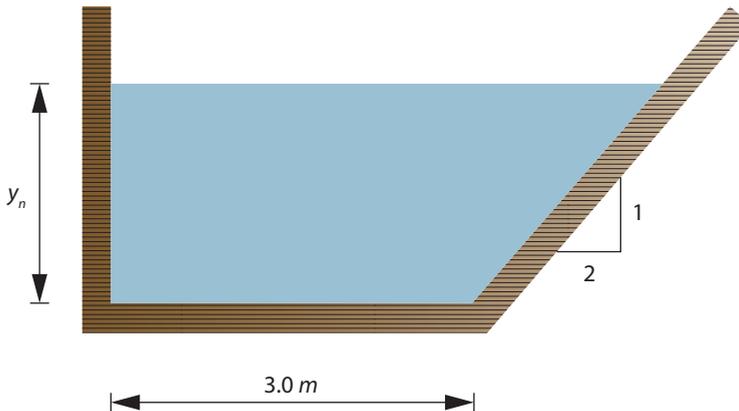
Fuente: Subramanya (2009).

1.9 Ejercicios de aplicación

1.9.1 Ejercicios resueltos

1. Con base en el canal mostrado en la Figura 30, el cual posee un valor de $n = 0.018$ (ladrillo rugoso o concreto) y una pendiente $S = 2\text{ m/km}$, calcular:
 - a. El caudal si y_n es 2 m.
 - b. La altura y_n si el caudal es el 30 % del caudal anterior.

Figura 30. Esquema canal ejercicio resuelto 1



Fuente: elaboración propia.

Solución:

- a. $A = 3y_n + y_n^2$
 $A = 10\text{ m}^2$
 $P = y_n + 3 + \sqrt{2y_n^2 + y_n^2} = (1 + \sqrt{5})y_n + 3$
 $P = 9,4721\text{ m}$
 $R = \frac{A}{P} = 1.0557\text{ m}$
 $S = 2\text{ m/km} = 2\text{ m}/1000\text{ m} = 0.002\text{ m/m}$
 Se aplica la ecuación de Manning:

$$Q = \frac{1}{n} R^{2/3} A R^{1/2}$$

$$Q = \frac{1}{0.018} (1.0557)^{2/3} (10)(0.002)^{1/2} = 25.7544\text{ m}^3/\text{s}$$

- b. $Q_f = 30\% Q_0 = 0.3(25.7544) = 7.7278\text{ m}^3/\text{s}$

Se plantea la ecuación de Manning con la altura de flujo como incógnita:

$$7.7278 = \frac{1}{0.018} \left[\frac{3y_n + y_n^2}{(1 + \sqrt{5})y_n + 3} \right]^{2/3} (3y_n + y_n^2)(0.002)^{1/2}$$

Resolviendo:

$$y_n = 1.0259$$

Mediante la hoja de cálculo de Excel “Prof. Normal (Manning)”, ver Anexo 1, se pueden verificar la profundidad normal para un caudal de $7.7278 \text{ m}^3/\text{s}$. En la Figura 31 se muestran los resultados arrojados por el *software*:

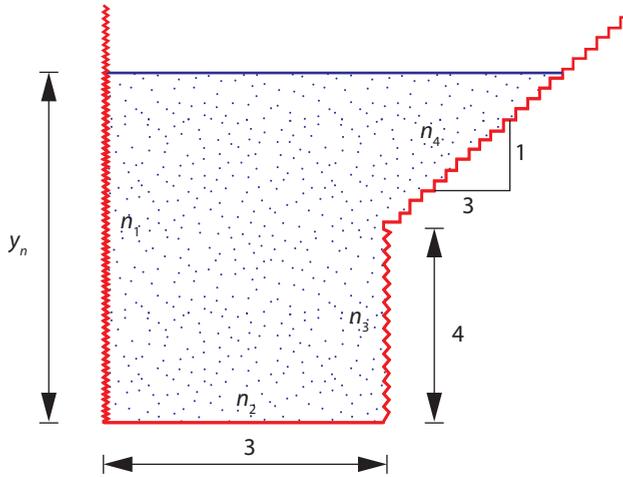
Figura 31. Resultados hoja de cálculo Prof. Normal (Manning)

	C	D	E	F	G	H	I
9							
10		Datos a Ingresar					
11							
12		Caudal Q			7,73	m ³ /s	
13							
14		Pendiente Longitudinal S ₀			0,002	m/m	
15							
16		Pendiente z ₁			0	-	
17							
18		Pendiente z ₂			2	-	
19							
20		Ancho del fondo del canal b			3	m	
21							
22		n de Manning			0,018	Concreto	
23							
24		Calcular			Limpiar		
25							
26							
27		Resultados					
28							
29		Profundidad normal y _n			1,03	m	
30							

Fuente: elaboración propia.

- De acuerdo con lo planteado en la Figura 32, y_n es 6m. Calcular Q. Las rugosidades del canal son $n_1 = 0.020$, $n_2 = 0.013$, $n_3 = 0.030$, $n_4 = 0.060$. La pendiente es del 0.50 %.

Figura 32. Esquema canal ejercicio resuelto 2



Fuente: elaboración propia.

Solución:

Primero se calcula la rugosidad equivalente.

$$\text{Método de Horton: } n_e = \frac{(\sum n_i^{3/2} P_i)^{2/3}}{P^{2/3}}$$

$$n_e = \frac{(0.020^{3/2} * 6 + 0.013^{3/2} * 3 + 0.030^{3/2} * 4 + 0.060^{3/2} * (2\sqrt{10})^{2/3}}{(6 + 3 + 4 + 2\sqrt{10})^{2/3}}$$

$$A = 24 \text{ m}^3$$

$$P = 19.32 \text{ m}$$

$$R = 1.2422 \text{ m}$$

$$Q = \frac{1}{0.0366} (1.2422)^{2/3} (24)(0.0050)^{1/2} = 53.5808 \text{ m}^3/\text{s}$$

- Determinar las medidas de un canal trapezoidal para su mayor eficiencia hidráulica llevando un caudal de $25 \text{ m}^3/\text{s}$. El canal tiene una pendiente longitudinal de 0.0009 m/m y la n de Manning se asume de 0.015 .

Solución:

De acuerdo con las medidas de máxima eficiencia hidráulica para un canal trapezoidal se tiene que:

$$A = \sqrt{3}y_{em}^2$$

$$P = 2\sqrt{3}y_{em}$$

Por lo tanto, planteando la ecuación de Manning se tiene:

$$25 = \frac{1}{0.015} \left[\frac{y_{em}}{2} \right]^{2/3} (\sqrt{3}y_{em}^2)(0.0009)^{1/2}$$

Resolviendo la ecuación anterior, se obtiene que la profundidad es:

$$y_{em} = 2.4954 \cong 2.5000 \text{ m}$$

Para la base del canal se tiene que b es:

$$b = \frac{2}{\sqrt{3}}y_{em} = 2.8868 \text{ m}$$

Para las pendientes laterales, se sabe que la mayor eficiencia hidráulica para un canal trapezoidal $z = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

4. Determinar la pendiente normal, crítica y límite para un canal revestido en concreto ($n = 0.018$) que transporta un caudal $Q = 5000 \text{ lt/s}$, con una sección rectangular de 2 m de base. Por condiciones de diseño se establece una altura de flujo máxima de 1.50 m.

Solución:

Cálculo de la pendiente normal. Se aplica la ecuación:

$$S_n = \left[\frac{Qn}{R^{2/3}A} \right]^2$$

De donde:

$$Q = 5 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$A = 3\text{m}^2$$

$$P = 5\text{m}$$

$$R = \frac{3}{5} = 0.6\text{m}$$

Reemplazando en la ecuación de pendiente normal se tiene que:

$$S_n = 1.77 \times 10^{-3} = 0.00177\text{m/m}$$

Para la pendiente crítica se utilizará la ecuación:

$$S_c = \frac{Dgn^2}{R_c^{4/3}}$$

Se determina la profundidad crítica de la ecuación $\frac{A^3}{T} = \frac{Q^2}{g}$

Arrojando una profundidad crítica $y_c = 0.86 \text{ m}$

Por lo tanto, la pendiente crítica es:

$$S_c = 0.0077 \text{ m/m}$$

Para determinar la pendiente límite se realiza en la Tabla 18:

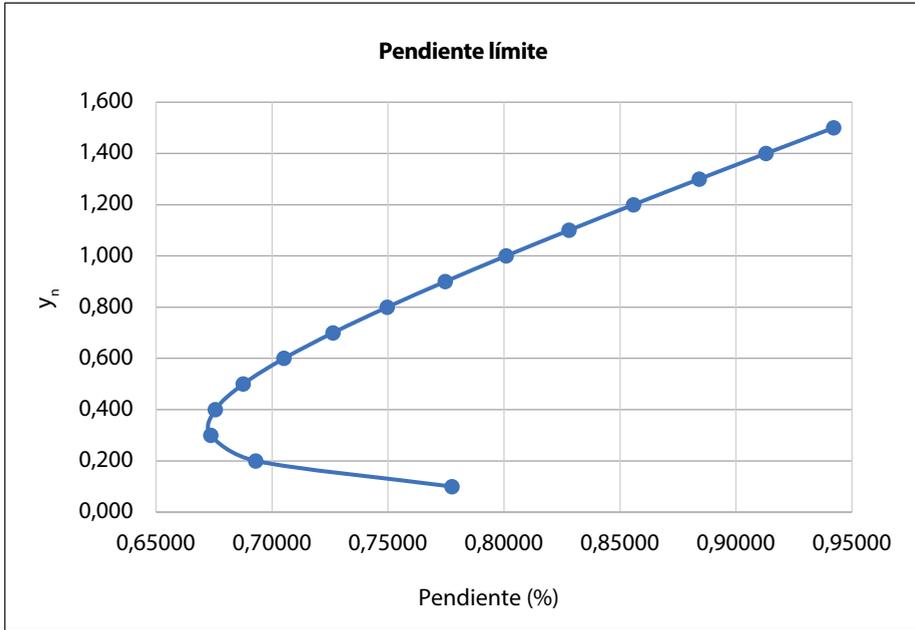
Tabla 18. Cálculo de la pendiente límite

Yn	Ac (m ²)	Pc (m)	Dc (m)	Rc (m)	Qc (m ³ /s)	Sc (%)
0.100	0.200	2.200	0.100	0.091	0.198	0.77757
0.200	0.400	2.400	0.200	0.167	0.560	0.69307
0.300	0.600	2.600	0.300	0.231	1.029	0.67365
0.400	0.800	2.800	0.400	0.286	1.585	0.67561
0.500	1.000	3.000	0.500	0.333	2.215	0.68762
0.600	1.200	3.200	0.600	0.375	2.911	0.70522
0.700	1.400	3.400	0.700	0.412	3.669	0.72630
0.800	1.600	3.600	0.800	0.444	4.482	0.74969
0.900	1.800	3.800	0.900	0.474	5.348	0.77471
1.000	2.000	4.000	1.000	0.500	6.264	0.80092
1.100	2.200	4.200	1.100	0.524	7.227	0.82802
1.200	2.400	4.400	1.200	0.545	8.234	0.85582
1.300	2.600	4.600	1.300	0.565	9.285	0.88417
1.400	2.800	4.800	1.400	0.583	10.377	0.91296
1.500	3.000	5.000	1.500	0.600	11.508	0.94211

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con estos datos se puede graficar y_n vs. S_c (ver Figura 33):

Figura 33. Profundidad normal vs. S_c (%)

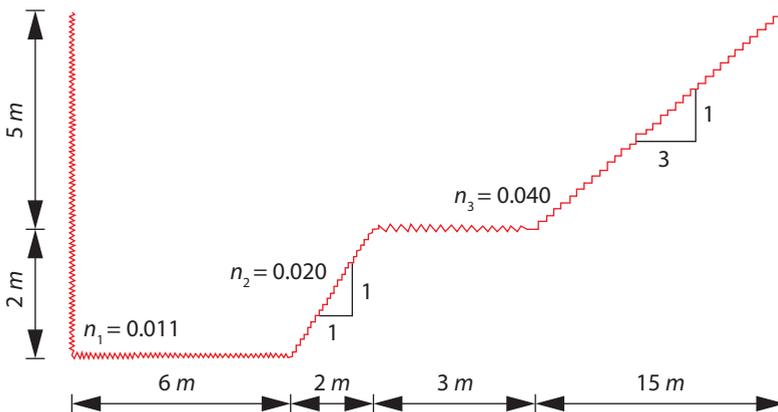


Fuente: elaboración propia.

En relación con la Tabla 18 y la Figura 33 se puede analizar que la profundidad límite ocurre a la profundidad de 0.300 m, aproximadamente, el cual corresponde al valor de menor pendiente, $S_c = 0.674$ %.

- Se requiere determinar la capacidad máxima de un canal construido con una pendiente $S = 0.007$ y con la sección transversal dada en la Figura 34.

Figura 34. Esquema sección transversal canal ejercicio resuelto 5

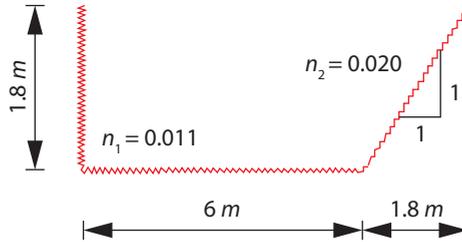


Fuente: elaboración propia.

Solución:

- a. Se calcula la capacidad máxima en la sección simple.

Como no se conoce el valor del caudal se asume un borde libre de 0.2 m, por lo tanto, las medidas:



Utilizando la ecuación de Einstein y Banks (1950) para el cálculo de la rugosidad equivalente sería $P = 1.8 + 6.0 + 2.54 = 10.34 \text{ m}$:

$$n_{eq} = \left[\frac{0.011^2 * 7.8 + 0.020^2 * 2.54}{10.34} \right]^{1/2} = 0.0137$$

$$A = 10.8 + 1.62 = 12.42 \text{ m}^2$$

$$R = \frac{12.42}{10.34} = 1.20 \text{ m}$$

Utilizando la ecuación para flujo uniforme y reemplazando los valores conocidos se obtiene:

$$Q = \frac{1}{0.0137} (1.20)^{2/3} (12.447)(0.007)^{1/2} = 85.70 \text{ m}^3/\text{s}$$

- b. Cálculo de la máxima capacidad del canal en la sección compuesta dejando borde libre 0.3 m.

Se determina la rugosidad equivalente:

$$n_{eq} = \left[\frac{0.011^2 * 12.7 + 0.020^2 * 2.82 + 0.040^2 * 17.86}{33.86} \right]^{1/2} = 0.030$$

$$A = 98.83 \text{ m}^2$$

$$R = \frac{98.83}{33.86} = 2.91 \text{ m}$$

$$Q = \frac{1}{0.030} (2.91)^{2/3} (98.33)(0.007)^{1/2} = 563.80 \text{ m}^3/\text{s}$$

1.9.2 Ejercicios propuestos

Para el desarrollo de estos ejercicios, utilice la hoja de cálculo que puede descargar en el Anexo 1.

1. Un canal con sección transversal trapezoidal con ancho en su base de 4.0 m y pendientes laterales 1.5:1 (H:V) tiene un lecho de arena ($n = 0.025$). En un cierto alcance, los lados están revestidos por concreto liso ($n=0.012$). Calcule la rugosidad equivalente de este alcance si la profundidad de flujo es de 1.50 m (utilice la fórmula de Horton).
2. Un canal trapezoidal en concreto ($n=0.015$) tiene 8 m de base y tiene una pendiente longitudinal 0.006 m/m. Las pendientes laterales 2:1. Estimar la profundidad normal en este canal para un caudal $40 \text{ m}^3/\text{s}$.
3. Se requiere diseñar un canal trapezoidal, de modo que se tenga una sección transversal de máxima eficiencia. El revestimiento del canal será en concreto ($n=0.015$), llevará un caudal de $7 \text{ m}^3/\text{s}$, su pendiente longitudinal es de 0.0006 m/m, $z = 1.25$ y con una velocidad flujo de 3 m/s.
4. Verificar que para un canal triangular con sección transversal óptima $R_c = \frac{y_c}{2\sqrt{2}}$
5. El área de la sección transversal del flujo que se mueve por un canal trapezoidal con sección óptima es de 60.0 m^2 . La pendiente lateral es 1.5:1. Encontrar la base b y la correspondiente altura de flujo.
6. Un canal rectangular de ancho de fondo b , la pendiente longitudinal S y el coeficiente de Manning n en el que:
 - » El número de Froude de flujo uniforme máximo se produce a una altura normal de flujo $y = b/6$
 - » El caudal correspondiente al máximo número de Froude.
7. El ángulo en el vértice de un canal triangular es de 90° . Si el flujo en este canal se mueve en condición crítica con una altura de 1.35 m, determinar la correspondiente pendiente crítica. Si el canal se coloca en esta pendiente, ¿cuál sería el número de Froude del flujo uniforme para una profundidad de flujo de 2.0 m? (suponga $n = 0.02$).
8. Realizar una curva adimensional para una tubería circular para las siguientes relaciones:
 - » $\frac{y_n}{D_0} = \frac{Q}{Q_0}$
 - » $\frac{y_n}{D_0} = \frac{V}{V_0}$

Donde V_0 y Q_0 son la velocidad y el caudal cuando la tubería se encuentra a tubo lleno, respectivamente.

Además, determinar la relación $\frac{y_n}{D_0}$ que produce el Q_{max} y V_{max} .

CAPÍTULO 2

FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

2.1 Introducción

Se define como flujo gradualmente variado – FGV al flujo que presenta una variación gradual en la altura de flujo, el cual presenta condiciones de flujo permanente y no uniforme. Debido a la variación en la altura de flujo, la velocidad es variable a lo largo del tramo de canal en el que se presenta el FGV, esto conlleva a que las pendientes de la línea de energía, del fondo del canal y de la superficie del flujo, sean distintas. Este tipo de flujo se puede presentar antes de una compuerta para regular flujo, en la descarga de una compuerta, cambios repentinos en la pendiente del canal, etc.

Los dos supuestos básicos involucrados en el análisis de FGV son los siguientes:

- La distribución de presiones en cualquier sección del flujo en el canal se supone como hidrostática.
- La resistencia del flujo a cualquier profundidad se puede definir mediante una ecuación para flujo uniforme como la ecuación de Manning, en la cual el término S_f corresponde a la pendiente de la línea de energía. Por lo tanto, si en un FGV la profundidad de flujo en cualquier sección es y , la pendiente de la energía es dada por:

$$S_f = \frac{n^2 V^2}{R^{4/3}} \quad (117)$$

De donde R es el radio hidráulico de la sección a una profundidad .

Adicionalmente, el FGV requiere que se cumplan las siguientes condiciones (Villón, 2007):

El canal es prismático, es decir, el canal tiene una sección transversal definida. La forma de distribución de velocidades en las distintas secciones es constante, de modo que el coeficiente de Coriolis , se mantiene constante. El coeficiente de rugosidad es independiente de la profundidad de flujo y constante en el tramo del canal considerado. (pp. 250-251).

2.2 Ecuación del flujo gradualmente variado

Para el análisis de un canal en el que se presenta variación de la sección transversal o de su pendiente longitudinal, este puede ser dividido en canales prismáticos por partes. La pendiente longitudinal se puede asumir pequeña si es menor que el 5%. En este caso, $\sin \theta \cong \tan \theta \cong \theta$, ver Figura 35, y las profundidades del flujo medidas verticalmente y normales al fondo del canal son aproximadamente las mismas. La curvatura de las líneas de flujo en FGV es usualmente pequeña y, por lo tanto, el supuesto de la distribución de presión hidrostática es válido. Mediciones realizadas en investigaciones de flujo gradualmente variado en modelos hidráulicos han demostrado que los perfiles superficiales del flujo son similares a los encontrados en observaciones de campo.

Para el canal de pendiente pequeña mostrado en la Figura 35, que representa un flujo gradualmente variado, se tiene que la energía total H está dado por:

$$H = Z + E = Z + y + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (118)$$

De donde H es la elevación de la línea de energía encima de la línea de referencia; Z es la elevación de la base del canal; y la profundidad de flujo (debido a que la pendiente es pequeña, el coseno del ángulo es aproximadamente 1, por lo tanto, $d \cos \theta = y$); V es la media de velocidad de flujo y α es el coeficiente de Coriolis.

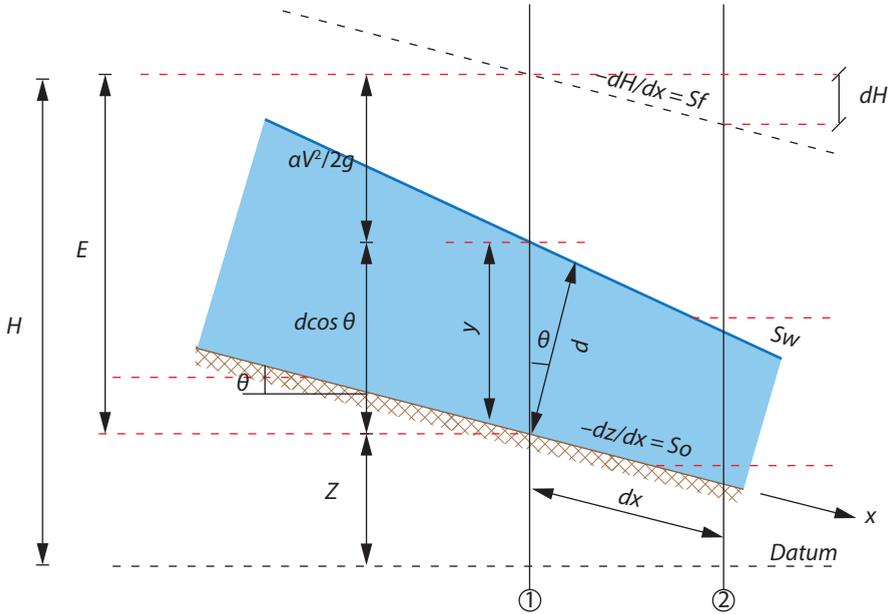
En el dibujo esquemático de un flujo gradualmente variado de la Figura 35, la superficie del agua en general varía en la dirección longitudinal x , la profundidad del flujo y la energía total son funciones de x . Una diferenciación de la Ecuación 118 respecto a x permite establecer que:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dZ}{dx} + \frac{dE}{dx} \quad (119)$$

Es decir:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dZ}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{d}{dx} \left(\alpha \frac{V^2}{2g} \right) \quad (120)$$

Figura 35. Dibujo esquemático del FGV



Fuente: adaptado de Villón (2007).

En la Ecuación 4 el significado de cada término es el siguiente:

- » $\frac{dH}{dx}$ representa la pendiente de la línea de energía, que se asume como positiva dado que la energía total del flujo siempre decrece en la dirección del movimiento. Se denota por S_f , se tiene:

$$\frac{dH}{dx} = -S_f \quad (121)$$

- » $\frac{dZ}{dx}$ define la pendiente del canal, la cual es común considerarla con la elevación de la base decreciendo en la dirección aguas abajo como positiva. Denotada por S_0 , se tiene:

$$\frac{dZ}{dx} = -S_0 \quad (122)$$

- » $\frac{dy}{dx}$ corresponde a la pendiente de la superficie del flujo.

- » $\frac{d}{dx} \left(\alpha \frac{V^2}{2g} \right) = \frac{d}{dy} \left(\alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \right) \frac{dy}{dx}$

Retomando la última expresión se tiene que

$$\frac{d}{dy} \left(\alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \right) \frac{dy}{dx} = -\alpha \frac{Q^3}{gA^3} \frac{dA}{dy} \frac{dy}{dx} \quad (123)$$

Dado que $\frac{dA}{dy} = T$,

$$\frac{d}{dy} \left(\alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \right) \frac{dy}{dx} = -\alpha \frac{Q^2 T}{gA^3} \frac{dy}{dx} \quad (124)$$

La Ecuación 4 se puede reescribir como:

$$-S_f = -S_0 + \frac{dy}{dx} - \alpha \frac{Q^2 T}{gA^3} \frac{dy}{dx} \quad (125)$$

Despejando $\frac{dy}{dx}$ de la Ecuación 9, se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - \alpha \frac{Q^2 T}{gA^3}} \quad (126)$$

La Ecuación 126 corresponde a la ecuación diferencial básica del flujo gradualmente variado, también denominada “ecuación dinámica” del FGV.

Note que la expresión $\frac{Q^2 T}{gA^3}$ es igual al número de Froude F_r^2 y asumiendo el valor de a uno, la Ecuación 126 quedaría:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F_r^2} \quad (127)$$

2.2.1 Otras formas de la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado

- Si K es igual al transporte a cualquier profundidad y y K_0 es el transporte correspondiente a la profundidad normal y_0 , entonces:

$$K = \frac{Q}{\sqrt{S_f}} \quad (128)$$

Además,

$$K = \frac{Q}{\sqrt{S_0}} \text{ (flujo uniforme)} \quad (129)$$

La relación S_f/S_0 sería:

$$S_f/S_0 = K_0^2/K^2 \quad (130)$$

Similarmente, si Z es el factor de sección para la altura de flujo y y Z_c el factor de sección a la profundidad crítica y_c .

$$Z^2 = A^3/T \quad (131)$$

$$Z_c^2 = A_c^3/T_c = Q^2/g \quad (132)$$

La relación entre Z/Z_c , resultaría:

$$\frac{Z}{Z_c} = \frac{Q^2 T}{g A^3} \quad (133)$$

Usando las ecuaciones 126 y 130, la Ecuación 133 puede ser escrita como:

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - \frac{S_0}{S_f}}{1 - \frac{Q^2 T}{g A^3}} = S_0 \frac{1 - \left(\frac{K_0}{k}\right)^2}{1 - \left(\frac{Z_c}{Z}\right)^2} \quad (134)$$

Esta ecuación es usada en el desarrollo en el método de integración directo.

- b. En función del caudal y la profundidad normal Q_n y y_n y el caudal crítico Q_c para y_n :

$$Q_n = K\sqrt{S_0} \quad (135)$$

$$Q_c = Z\sqrt{g} \quad (136)$$

Usando esta definición, la Ecuación 10 puede escribirse como:

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - \left(\frac{Q}{Q_n}\right)^2}{1 - \left(\frac{Q}{Q_c}\right)^2} \quad (137)$$

c. La Ecuación 126 se puede expresar en la forma de la Ecuación 119:

$$\frac{dE}{dx} = S_0 - S_f \quad (138)$$

Esta ecuación es llamada ecuación diferencial de energía para FGV para distinguirlas de la ecuación diferencial del FGV (ecuaciones 116, 124 y 127). Esta ecuación de energía es muy usada en las técnicas de desarrollo numérico para los cálculos de perfiles de FGV.

2.3 Clasificación de canales para flujo gradualmente variado

Los canales abiertos son clasificados por sus pendientes como suaves, empinadas, críticas, horizontales y adversas en los estudios de canales gradualmente variados. Si para un caudal dado la profundidad normal y_n de un canal es mayor que la profundidad crítica y_c , se dice que el canal es *suave*. Si $y_n < y_c$, es llamado empinado. Para un canal crítico, $y_n = y_c$. Si la pendiente longitudinal es cero, el canal se llama *horizontal*. Un canal se dice que tiene una pendiente *adversa* si la base del canal aumenta en el sentido del flujo (Akan, 2006).

En algunos textos esta clasificación de pendiente para canales abiertos a flujo gradualmente variado se designa con una letra inicial del nombre en inglés:

- » Suave (*Mild*): M
- » Empinado (*Steep*): S
- » Crítico (*Critical*): C
- » Horizontal (*Horizontal*): H
- » Adversa (*Adverse*): A

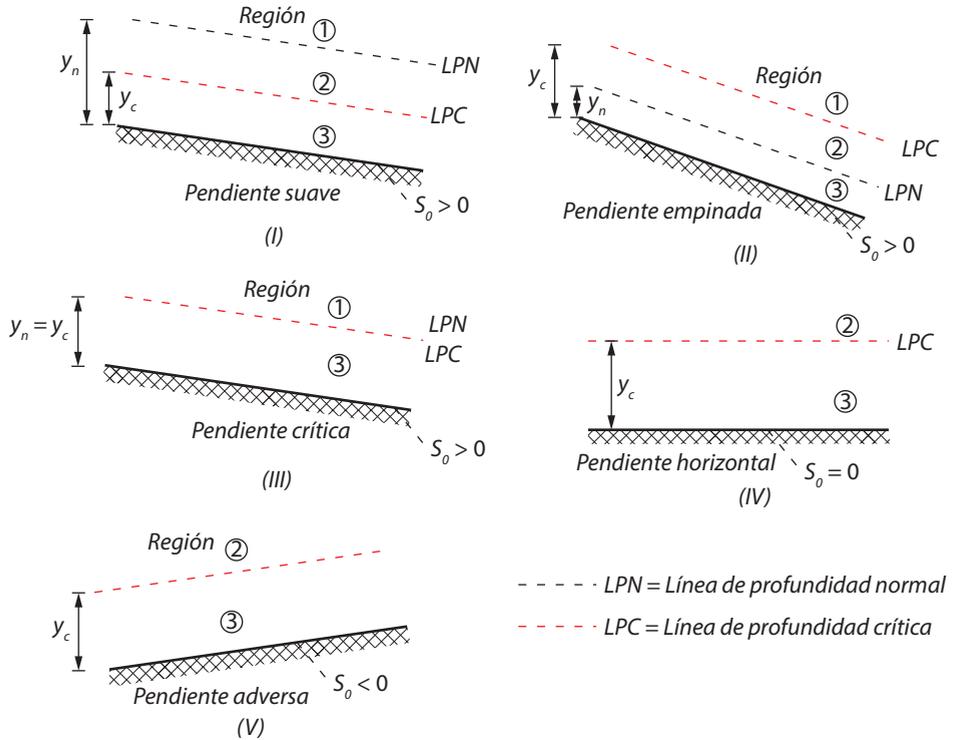
En la Tabla 19, se muestra la anterior clasificación de canales con su característica.

Tabla 19. Clasificación de canales para flujo gradualmente variado

Categoría del canal	Símbolo	Condición característica	Observación
Pendiente suave	M	$y_n > y_c$	Flujo subcrítico a profundidad normal
Pendiente empinada	S	$y_n < y_c$	Flujo supercrítico a profundidad normal
Pendiente crítica	C	$y_n = y_c$	Flujo crítico a profundidad normal
Pendiente horizontal	H	$S_0 = 0$	No puede mantener un flujo uniforme
Pendiente adversa	A	$S_0 < 0$	No puede mantener un flujo uniforme

Para cada una de las cinco categorías, las líneas que representan la altura normal del flujo y la altura crítica se pueden dibujar en la sección longitudinal. Estos dividirán todo el espacio de flujo en tres regiones como se aprecia en la Figura 36.

Figura 36. Regiones de los perfiles de flujo



Fuente: elaboración propia.

2.4 Características de los perfiles de flujo

Para un perfil de flujo en el que la altura de la superficie de flujo aumenta o su pendiente, con respecto a la pendiente del fondo del canal, se está produciendo un perfil en forma de remanso. Por el contrario, cuando la superficie del flujo va disminuyendo su altura, se está produciendo una curva de caída.

Según la categoría del canal y la región de flujo, los perfiles de la superficie del agua tendrán formas características. Si un determinado perfil FGV tiene una curva de remanso o una curva de caída, el término dy/dx en la Ecuación 126 será positivo o negativo.

Para la curva de remanso (dy/dx positivo) se tienen dos casos posibles acorde con lo establecido por la Ecuación 134, es decir:

$$\gg \left[1 - \left(\frac{K_0}{k} \right)^2 \right] > 0 \text{ y } \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \right] > 0 \text{ (Caso 1)}$$

$$\gg \left[1 - \left(\frac{K_0}{k} \right)^2 \right] < 0 \text{ y } \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \right] < 0 \text{ (Caso 2)}$$

Para el primer caso que $y > y_n$ y $y > y_c$, el flujo debe ser subcrítico. Además:

- » $y > y_n > y_c$, se presenta para caso de un *canal con pendiente suave*.
- » $y > y_c > y_n$, se presenta para el caso de un canal con *canal de pendiente supercrítica o empinada*.

En el caso 2, se presenta $y < y_n$ y $y < y_c$ correspondiendo a un flujo supercrítico. Por lo tanto:

- » $y_n > y_c > y$, el flujo supercrítico se presenta en *canal de pendiente suave*.
- » $y_c > y_n > y$, el flujo supercrítico se presenta en un *canal empinado*.

Por otro lado, para una curva de caída (dy/dx negativo) se tiene igualmente dos casos posibles y en base de la Ecuación 134:

$$\gg \left[1 - \left(\frac{K_0}{k} \right)^2 \right] > 0 \text{ y } \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \right] < 0 \text{ (Caso 3)}$$

$$\gg \left[1 - \left(\frac{K_0}{k} \right)^2 \right] < 0 \text{ y } \left[1 - \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \right] > 0 \text{ (Caso 4)}$$

Para el tercer caso se indica que $y_c > y$ y $y > y_n$, concluyendo que el flujo puede ser supercrítico o subcrítico, si:

- » $y_c > y > y_n$, el flujo se da en condición supercrítica para el caso de un canal de pendiente empinada.
- » $y_n > y > y_c$, el flujo subcrítico se presenta para el caso de un canal de pendiente suave.

Para el caso en que $dy/dx = 0$, superficie del agua y fondo del canal paralelos. Para esta condición se tiene que:

$$\gg \left[1 - \left(\frac{K_0}{k} \right)^2 \right] = 0 \text{ (Caso 5)}$$

De acuerdo con lo anterior, esto indica un flujo uniforme y, por lo tanto, si:

- » $y = y_n = y_c$, es un flujo uniforme crítico.
- » $y = y_n > y_c$, es un flujo uniforme subcrítico.
- » $y_c > y_n = y$, es un flujo uniforme supercrítico.

Analizando las pendientes de los canales, pueden estas tener dos clasificaciones: pendientes favorables y no favorables. Las primeras son pendientes que caen en la dirección del flujo, por lo que siempre serán positivas. Estas pendientes favorables

o positivas pueden ser suaves (subcrítica), crítica o empinada (supercrítica). Por el contrario, una pendiente desfavorable puede ser horizontal (pendiente cero) o adversa (pendiente negativa). Las adversas debido a que son negativas, estas aumentan en la dirección del flujo (Chow, 1994).

En secuencia, el comportamiento de dy/dx a ciertas profundidades claves se observa siguiendo el estudio de la Ecuación 10 y de la siguiente manera:

- » Si $y \rightarrow y_n$, $\frac{dy}{dx} \rightarrow 0$, la superficie del agua logra aproximarse asintóticamente a la línea de la altura normal.
- » Si $y \rightarrow y_c$, $\frac{dy}{dx} \rightarrow \infty$, la superficie del agua se encuentra con la línea de altura crítica verticalmente. Esta información es usada solo como indicador de la tendencia del perfil. En realidad, las altas curvaturas en las zonas de profundidad crítica infringen el supuesto de la naturaleza gradualmente variable del flujo y como tal, los cálculos de FGV tienen que terminar o comenzar a una corta distancia de la ubicación de la profundidad crítica.
- » Si $y \rightarrow \infty$, $\frac{dy}{dx} \rightarrow S_0$, ocurre cuando la superficie del agua se encuentra con una gran profundidad como una asíntota horizontal.

En contraste con lo anterior, cuando se tiene una pendiente horizontal, es decir, $S_0 = 0$, se presenta que $K_n \rightarrow \infty$ o $y_n \rightarrow \infty$ para la Ecuación 13. De acuerdo con la Ecuación 19 ($Q_n = K \sqrt{S_0}$), la Ecuación 18 para este tipo de canal se puede describir como:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-(Q_n/K)^2}{1 - (Z_c/Z)^2} \quad \text{Ecuación 139}$$

Considerando que $y_n \rightarrow \infty$, la ecuación 139 indica dos condiciones posibles:

- » Para $y_n > y > y_c$ muestra $\frac{dy}{dx}$ negativo, por lo tanto, se presenta una curva correspondiente a una caída en la superficie del flujo, el cual se presenta en condición subcrítica.
- » Para $y_n > y_c > y$ muestra un $\frac{dy}{dx}$ positivo, por lo tanto, es un flujo supercrítico y se presenta con una curva de remanso.

En el caso de un canal con $S_0 < 0$ (pendiente adversa), la Ecuación 129 representa valores negativos para S_0 , por lo que K_n es un número imaginario o K_n^2 es negativo (Chow, 1994). En consecuencia, la Ecuación 134 arroja dos posibles casos:

- » Para $y > y_c$ el $\frac{dy}{dx}$ es negativo, se presenta un flujo subcrítico en una curva de caída.

- » Para $y < y_c$ el $\frac{dy}{dx}$ es positivo, se presenta un flujo supercrítico en una curva de remanso.

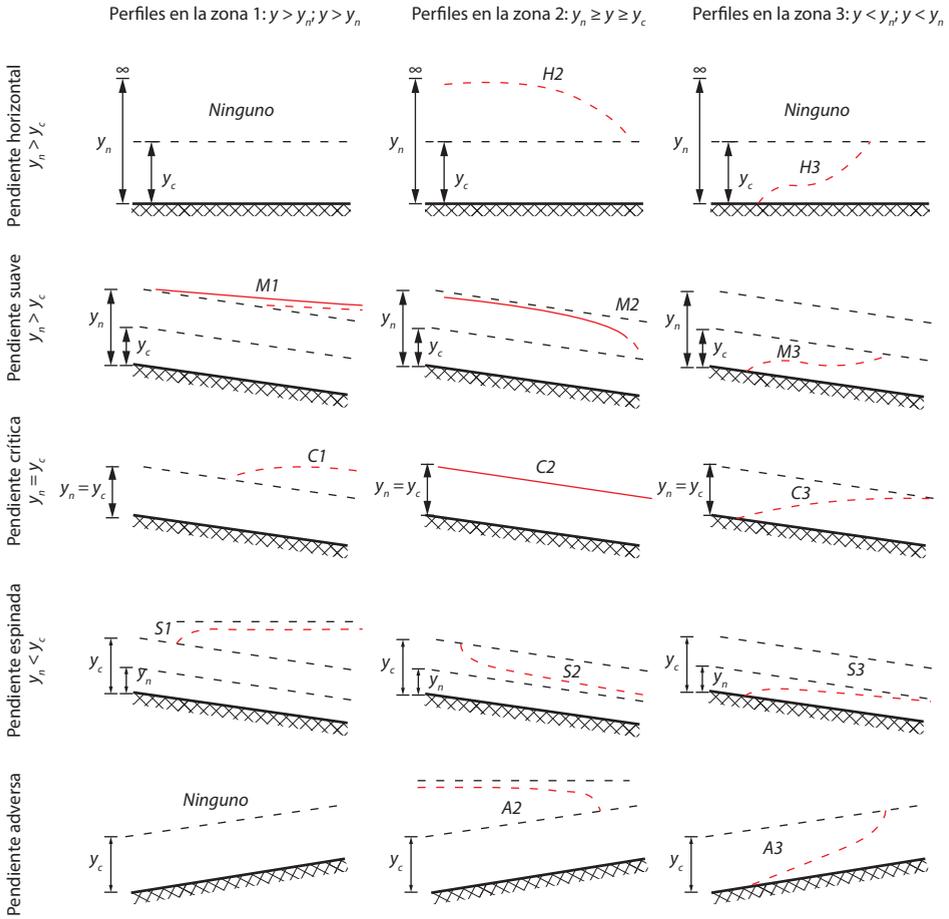
En la Tabla 20 y Figura 37 se muestran los diferentes casos indicados anteriormente.

Tabla 20. Perfiles de flujo en canales prismáticos con FGV

Pendiente del canal	Designación			Relación de y con y_n y y_0			Tipo general de curva	Tipo de flujo
	Zona 1	Zona 2	Zona 3	Zona 1	Zona 2	Zona 3		
Horizontal $S_0 = 0$	Ninguno			$y > y_n > y_c$			Ninguno	Ninguno
		H2		$y_n > y > y_c$			Caída	Subcrítico
			H3	$y_n > y_c > y$			Remanso	Supercrítico
Suave $0 < S_0 < S_c$	M1			$y > y_n > y_c$			Remanso	Subcrítico
		M2		$y_n > y > y_c$			Caída	Subcrítico
			M3	$y_n > y_c > y$			Remanso	Supercrítico
Crítica $S_0 = S_c > 0$	C1			$y > y_c = y_n$			Remanso	Subcrítico
		C2		$y_c = y = y_n$			Paralelo al fondo del canal	Uniforme crítico
			C3	$y_c = y_n > y$			Remanso	Supercrítico
Empinada $S_0 > S_c > 0$	S1			$y > y_c > y_n$			Remanso	Subcrítico
		S2		$y_c > y > y_n$			Caída	Supercrítico
			S3	$y_c > y_n > y$			Remanso	Supercrítico
Adversa $S_0 < 0$	Ninguno			$y > (y_n)^* > y_c$			Ninguno	Ninguno
		A2		$(y_n)^* > y > y_c$			Caída	Subcrítico
			A3	$(y_n)^* > y_c > y$			Remanso	Supercrítico

Fuente: Chow (1994).

Figura 37. Tipología de perfiles de flujo que se pueden presentar en condiciones de FGV



Fuente: adaptado de Chow (1994).

Los principales aspectos de perfiles teóricos de flujo fueron planteados por Chow (1994):

- a. Discontinuidad en el perfil de flujo. En la situación de $y = y_c$ para la Ecuación 134, el término $\frac{dy}{dx} \rightarrow \infty$, es decir, en la línea de la profundidad crítica el perfil de flujo la cruza verticalmente. Si se presenta un cambio súbito en la altura del flujo en un canal, de una cota baja a una cota alta, cruzando la línea de altura crítica del flujo, se presenta un resalto hidráulico, este se convierte en una discontinuidad en la superficie del flujo. Por el contrario, si la superficie del flujo pasa de una cota alta a una más baja, ocurre una caída hidráulica. De acuerdo con lo anterior, se aprecia que, si el flujo realiza una curvatura muy alta en o cerca de la línea de altura crítica del flujo, la suposición de flujo paralelo es erróneo para la definición de flujo gradualmente variado. De esta

manera, no podrían aplicarse los conceptos y ecuaciones correspondientes al FGV. Por lo tanto, la Ecuación 134 no puede utilizarse para describir o calcular con exactitud el perfil de flujo cerca de la profundidad crítica.

- b. Comportamiento del perfil de flujo en profundidades específicas. En la Ecuación 134, cuando $y = \infty$ el término $\frac{dy}{dx} = S_0$, indicando que la superficie del flujo es horizontal. Ahora, si $y = y_n$, $\frac{dy}{dx} = 0$, entonces la superficie de flujo y el fondo del canal son paralelos, presentándose una condición de flujo uniforme. Si $y = y_c$ se presenta resalto hidráulico o caída hidráulica. Por último, si $y = y_n = y_c$, se presenta un flujo uniforme crítico.
- c. Puntos de inflexión en el perfil de flujo. En la Ecuación 134, cuando el término y tiende o es cero ($y = 0$), el término $\frac{dy}{dx}$ desarrolla una forma indeterminada $\frac{\infty}{\infty}$. No obstante, el comportamiento teórico del perfil de flujo cuando $y \rightarrow 0$ puede demostrarse, según la ecuación de flujo uniforme utilizada para los cálculos correspondientes.

Partiendo de la utilización de la ecuación de Manning, se puede demostrar que $\frac{dy}{dx} \rightarrow \infty$ cuando $y = 0$. Tomando la ecuación de FGV aplicada a un canal rectangular de ancho considerable, partiendo de la Ecuación 126 para FGV, y tomando el coeficiente de Coriolis con valor de 1, los términos S_f/S_0 y Q^2T/gA^3 se pueden expresar en términos de la altura normal y_n , la altura crítica del flujo y la profundidad de flujo correspondiente al FGV.

Partiendo de la suposición de un canal rectangular ancho para el cual $b \gg y$, se tiene que el radio hidráulico para este canal sería:

$$P = \frac{A}{P} = \frac{by}{b + 2y} \cong \frac{by}{b} \cong y \quad (140)$$

Con la simplificación anterior se puede escribir que el caudal (ecuación de Manning) es igual a:

$$Q = \frac{1}{n} R^{2/3} AS^{1/2} = \frac{1}{n} (y^{2/3})(by)S_f^{1/2} \quad (141)$$

Ahora bien, la Ecuación 141 se puede expresar para un FGV, el cual quedaría de la siguiente manera:

$$Q = \frac{1}{n} (y_n^{2/3})(by_n)S_0^{1/2} \quad (142)$$

Haciendo una relación entre las ecuaciones 141 y 142, se tiene dividiéndolas:

$$1 = \frac{y^{5/3}S_f^{1/2}}{y_n^{5/3}S_0^{1/2}} \quad (143)$$

Reescribiendo la Ecuación 143 se tiene que:

$$\frac{S_f}{S_0} = \frac{y_n^{10/3}}{y^{10/3}} \quad (144)$$

Por otro lado, la expresión $\frac{Q^2 T}{gA}$ en términos de las medidas del canal rectangular ancho, resultaría:

$$\frac{Q^2 T}{gA} = \frac{Q^2 b}{gb^3 y^3} = \frac{Q^2}{gb^2 y^3} \quad (145)$$

Partiendo de la ecuación anterior, la profundidad crítica se puede expresar como:

$$y_c^3 = \frac{Q^2}{gb^2} \quad (146)$$

De acuerdo con las ecuaciones 145 y 146, se obtiene una relación que:

$$\frac{Q^2 T}{gA} = \frac{y_c^3}{y^3} y_c^3 = \frac{Q^2}{gb^2} \quad (147)$$

Reemplazando la ecuación 144 y 147 en la ecuación 126, se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - \left(\frac{y_n}{y}\right)^{10/3}}{1 - \left(\frac{y_c}{y}\right)^3} \quad (148)$$

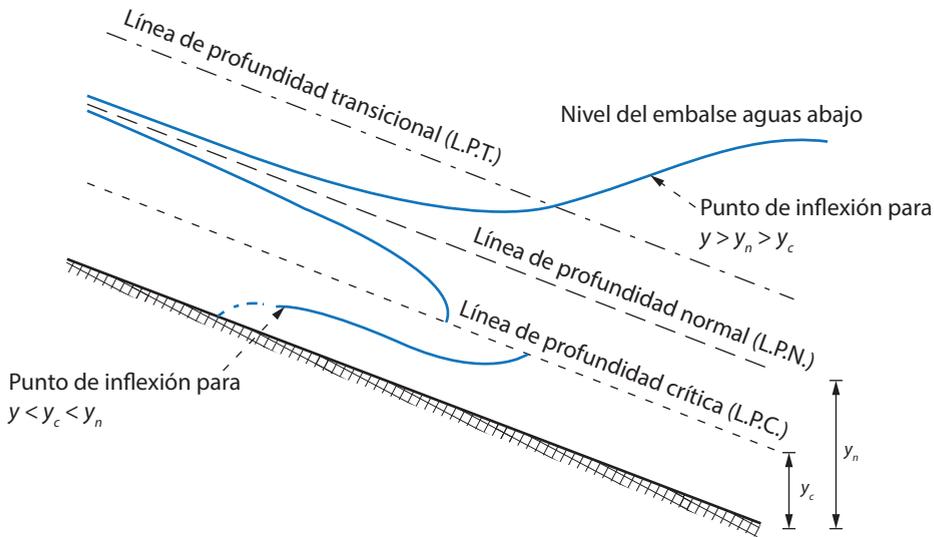
Se concluye que en FGV, cuando la profundidad del flujo tiende o es cero ($y = 0$), el término $\frac{dy}{dx}$ desarrolla una forma indeterminada $\frac{\infty}{\infty}$. Por lo tanto, la curva del flujo es vertical en el fondo del canal.

Así como se realizó un análisis con la ecuación de Manning para el FGV, también se puede demostrar que para $y = 0$ por la ecuación de Chézy se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \left(\frac{y_n}{y_c}\right)^3 \quad (149)$$

Como se puede observar en la Figura 38, para la condición $y < y_c < y_n$ se debería presentar un punto de inflexión en el perfil del flujo buscando el fondo del canal. Para el caso en que $y > y_n > y_c$ se presenta otro punto de inflexión (Chow, 1994).

Figura 38. Puntos teóricos de inflexión en perfiles de flujo



Fuente: Chow (1994).

2.5 Clasificación de los perfiles de flujo

Como se aprecia en la Figura 38, en un canal con características determinadas, la profundidad normal y crítica definen tres zonas, dependiendo de la zona en que se desarrollen los perfiles de flujo (ver Tabla 19), estos se clasifican en 5 tipos como se detalla a continuación.

2.5.1 Perfiles tipo M. $S_0 < S_c$ y $y_n > y_c$

El más común de todos los perfiles de FGV es del tipo M1, el cual es una condición de flujo subcrítico. Las obstrucciones al flujo, tales como presas, embalses, estructuras de control y características naturales producen curvas de remanso M1, las cuales se extienden aguas arriba antes de fusionarse y alcanzar una altura mayor a la altura normal del flujo que se puede presentar en el canal. Este perfil de flujo se ubica en la zona para la cual la altura de flujo está por encima de la línea de profundidad normal, denominada zona 1.

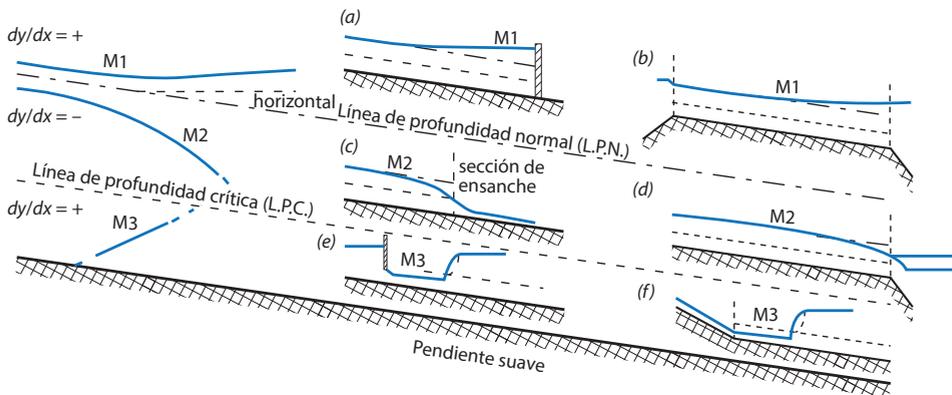
En la zona de aguas arriba, en la que la curva M1 se hace tangente a la línea de profundidad normal, se tiene que $\frac{dy}{dx} = 0$ con $y = y_n$; en el sector aguas abajo del perfil M1, en el caso de entrega a un embalse, la curva se hace tangente a la superficie horizontal del embalse, dado que $\frac{dy}{dx} = S_0$ con $y = \infty$ (Chow, 1994). En la Figura 39a y Figura 39b, se muestran estas condiciones.

Los perfiles M2 se producen en una caída repentina en el lecho del canal, en el tipo de construcción de transiciones (ver Figura 39c) y en la salida del canal hacia

piscinas (ver Figura 39d). En el extremo de aguas arriba del perfil M2 la curva se hace tangente a la línea de altura normal de flujo dado que $\frac{dy}{dx} = 0$ con $y = y_n$. Para el extremo de aguas debajo de un perfil M2, si la altura del flujo se hace igual a la y_c , con $\frac{dy}{dx} = \infty$, el perfil termina de forma súbita de forma tangente a una vertical trazada donde $y = y_c$, esto se traduce en la ocurrencia de una caída hidráulica.

El perfil M3 se produce cuando un flujo en condición supercrítica pasa a moverse en un canal que presenta una pendiente suave. Son casos en los que ocurre este tipo de perfil cuando el flujo proviene de la descarga de un vertedero (ver Figura 39f) o una compuerta a una pendiente suave (ver Figura 39e). El inicio de la curva M3 suele ir seguido de un pequeño tramo de flujo que varía rápidamente y la corriente descendente generalmente termina con un salto hidráulico. En comparación con los perfiles M1 y M2, las curvas M3 son de una longitud relativamente corta.

Figura 39. Ejemplos de perfiles de flujo tipo M



Fuente: adaptado de Chow (1994).

2.5.2 Perfiles tipo S. $S_0 > S_c$ y $y_n < y_c$

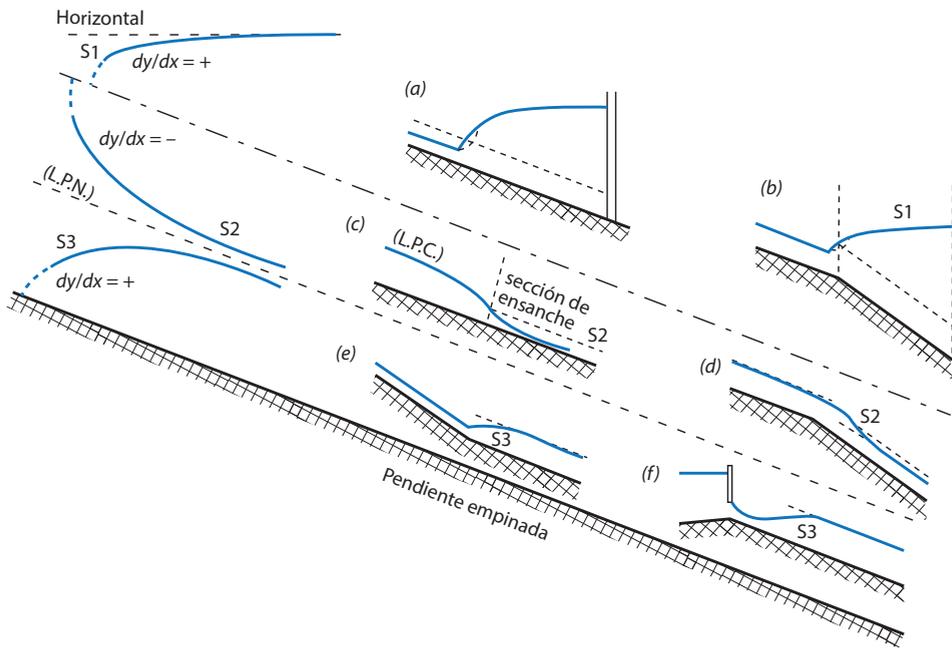
El perfil S1 es producido cuando el flujo de un canal empinado se termina con un pozo o piscina profunda creada por una obstrucción, como un dique o represa (ver Figura 40a). También se puede presentar en un canal con pendiente fuerte que descarga en un embalse en el que se tiene una profundidad de agua considerable (ver Figura 40b). Al comienzo de la curva, el flujo pasa de una condición de flujo supercrítica a una subcrítica, para lo cual se desarrolla un resalto hidráulico. El perfil tiene una longitud que le permite que la superficie del flujo alcance la cota de la superficie del agua en el embalse de forma asintótica.

Los perfiles del tipo S2 son curvas de caída. Ocurren en la región de entrada de un canal empinado que va desde un reservorio y en el cambio de pendientes leves a pendientes pronunciadas (ver Figura 40d). Cuando se presenta una ampliación

en el ancho de la sección del canal en condición de flujo supercrítico, también se presenta este tipo de perfil en la zona del cambio de sección (ver Figura 40c).

En canales con pendiente empinada, bajo condiciones de flujo supercrítico, los perfiles S3 se forman como perfiles de corta longitud para servir de transición desde la altura con que llega el flujo hasta alcanzar, de forma tangente, la línea de profundidad normal. Los ejemplos de este tipo de perfiles son cuando el flujo va desde una pendiente más pronunciada a una pendiente menos pronunciada (ver Figura 40) o cuando el flujo va desde una compuerta con una pendiente empinada aguas abajo (ver Figura 40e).

Figura 40. Ejemplos de perfiles de flujo tipo S

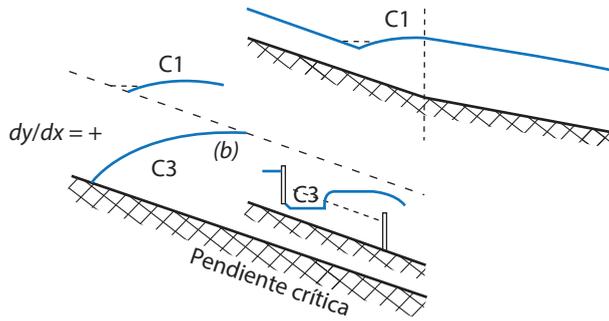


Fuente: adaptado de Chow (1994).

2.5.3 Perfiles tipo C. $S_0 = S_c$ y $y_n = y_c$

Se consideran perfiles intermedios entre las condiciones que dan lugar a perfiles tipo M y S. Para su ocurrencia se requiere la condición de que se tenga un flujo en un canal de sección rectangular de ancho considerable, de acuerdo con la Ecuación 148 los perfiles C1 y C3 son curvos, siendo el perfil C1 asintótico a la superficie del agua en su extremo de aguas abajo (ver Figura 41a y Figura 41b). Se debe tener en cuenta que este tipo de perfiles no son muy usuales en el flujo en canales y son muy inestables.

Figura 41. Ejemplos de perfiles de flujo tipo C

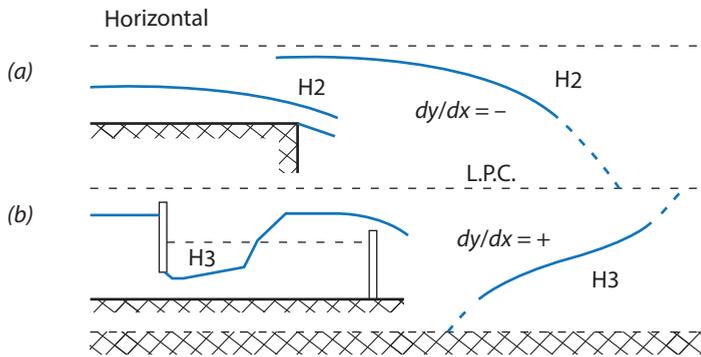


Fuente: adaptado de Chow (1994).

2.5.4 Perfiles tipo H. $S_0 = 0$ y $y_n = \infty$

Un canal horizontal puede ser considerado como el límite inferior alcanzado por una pendiente suave a medida que la pendiente de la base del canal se vuelve más plana. Es obvio que no hay región 1 para un canal horizontal con $y_n = \infty$. Los ejemplos para estos perfiles son mostrados en la Figura 42a y Figura 42b. El perfil H2 es similar al perfil M2, con la diferencia que el H2 presenta una asíntota horizontal.

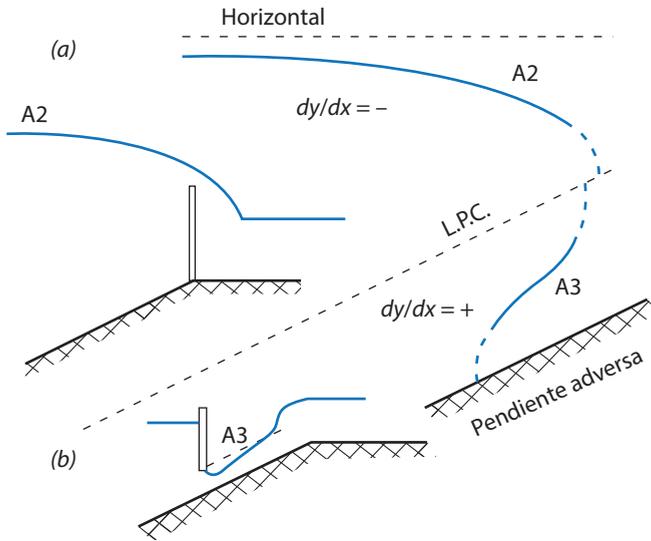
Figura 42. Ejemplos de perfiles de flujo tipo H



Fuente: adaptado de Chow (1994).

2.5.5 Perfiles tipo A

Corresponden a perfiles que se presentan en flujos en canales con tramos que tienen pendientes adversas. Los perfiles de este tipo corresponden a los A2 y A3 que tienen similitud con los H2 y H3 respectivamente. En la Figura 43a y Figura 43b se muestran casos en los que se pueden presentar estos perfiles.

Figura 43. Algunos casos donde se presentan perfiles tipo A

Fuente: adaptado de Chow (1994).

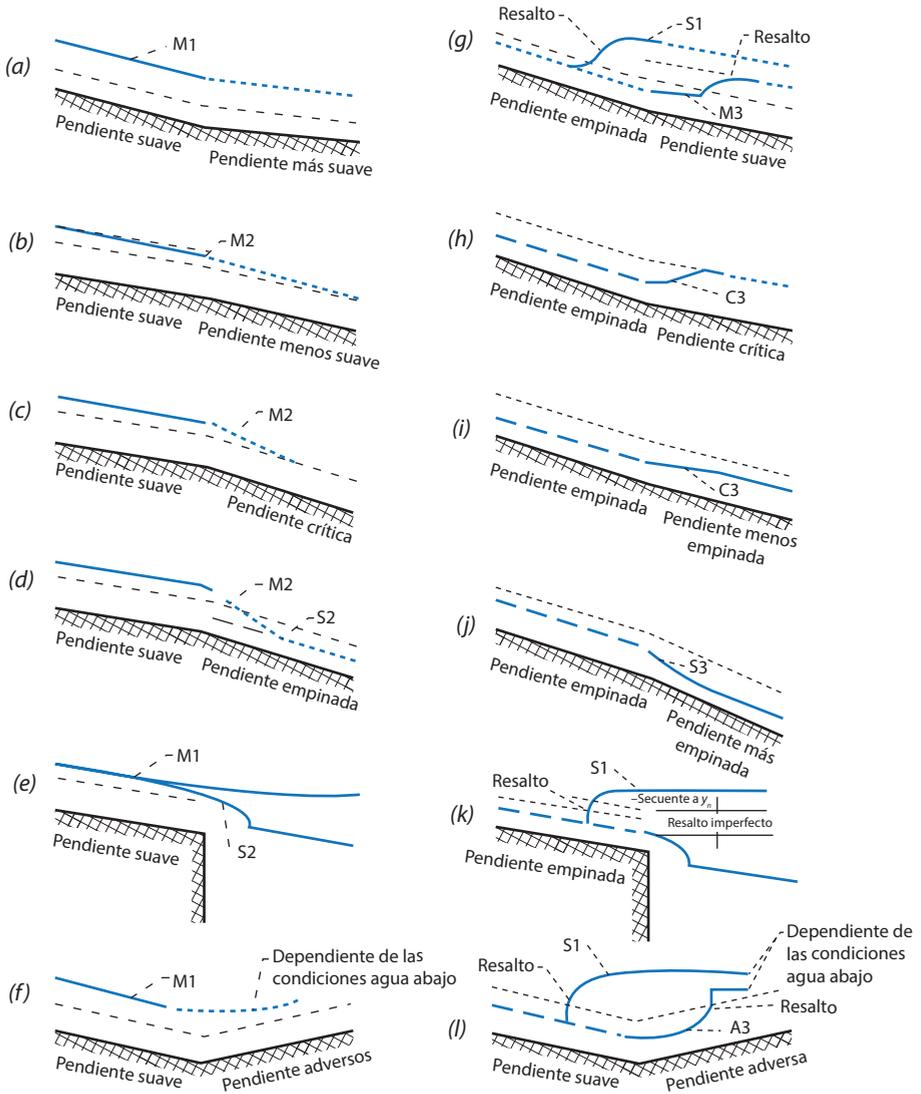
2.6 Análisis del perfil de flujo

En el diseño de canales es importante poder definir los posibles perfiles de flujo que se pueden presentar en el FGV. Dado que un canal en toda su longitud puede presentar diversas condiciones para la ocurrencia del FGV en conjunto con la presencia de diversas secciones de control. A continuación, se muestra un conjunto de casos que permitirán al proyectista identificar los posibles perfiles de flujo que se van a presentar en el canal.

En las figuras 39, 40, 41, 42 y 43 se muestran ejemplos de perfiles que se pueden presentar cuando las condiciones de flujo se dan en un canal prismático que tiene una pendiente constante.

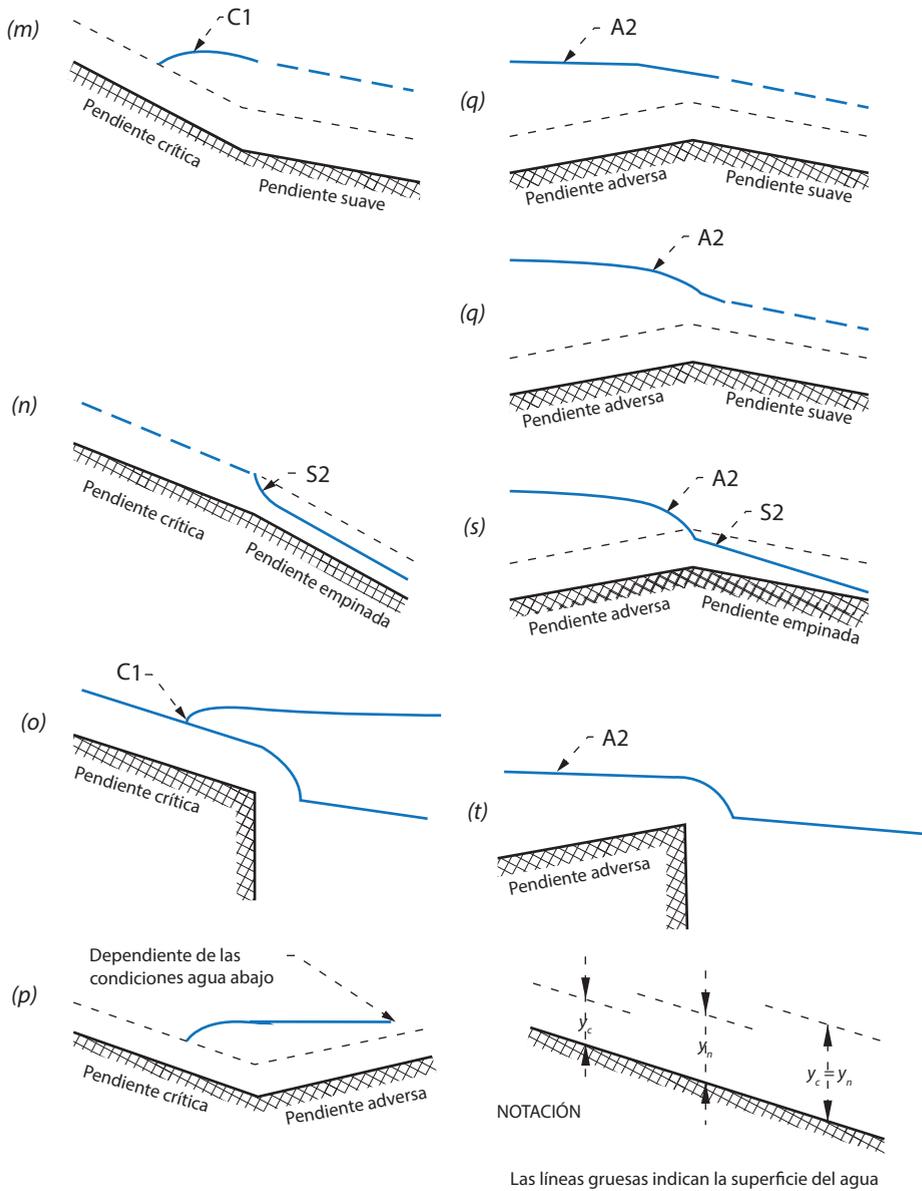
Para el caso en el que el canal es de sección transversal prismática, pero no posee una pendiente constante, algunos de los casos de perfiles de flujo que se pueden presentar se muestran en las figuras 44 y 45.

Figura 44. Perfiles de FGV en canal prismático largo con cambio en la pendiente de fondo



Fuente: Chow (1994).

Figura 45. Continuación de la Figura 43



Fuente: Chow (1994).

Para el caso en que se tiene un flujo en un canal no prismático y canales en los que se presenta flujo espacialmente variado, se pueden presentar los perfiles que se muestran en la Figura 46. De acuerdo con Chow (1994) se tiene para lo indicado en la Figura 45 tres condiciones de flujo: “flujo continuo en un canal prismático” (Figura 46a), “flujo espacialmente variado con caudal que aumenta en un canal

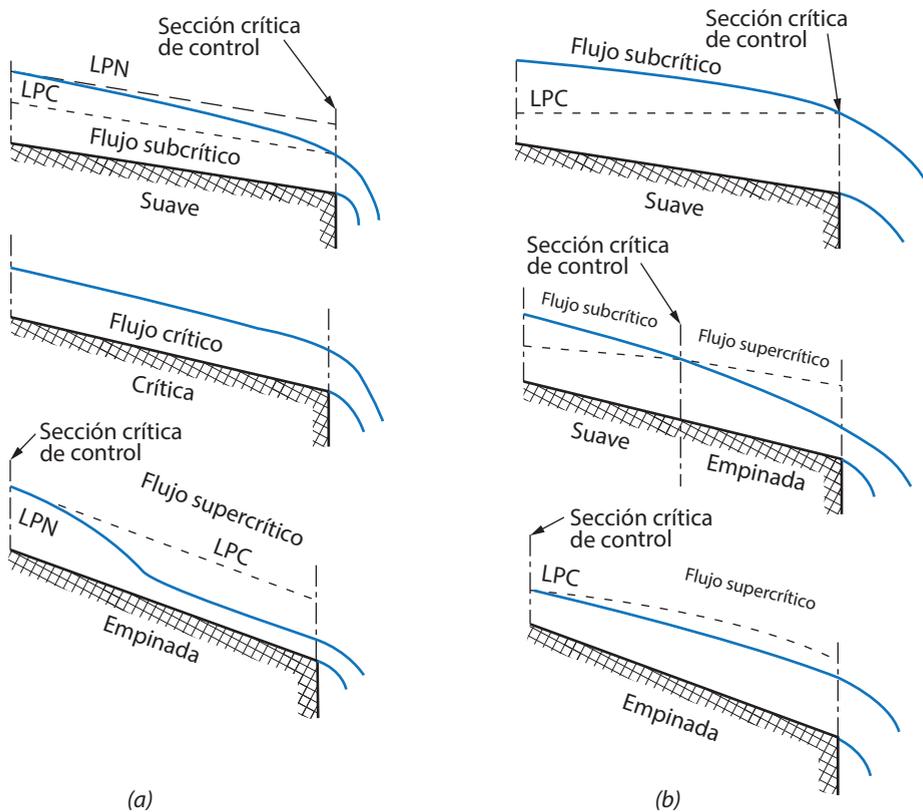
prismático” (Figura 46b) y “flujo continuo en un canal no prismático con una pendiente constante, pero con sección transversal variable” (Figura 46b).

Como se puede apreciar en la Figura 46,

en el primer tipo de flujo, a medida que la pendiente del canal hace una variación de suave a empinada, el flujo cambia de subcrítico a supercrítico. Por lo tanto, la sección crítica de control se mueve desde el extremo aguas abajo hacia el extremo aguas arriba. En el momento en que la profundidad normal coincide con la profundidad crítica, también llamado profundidad transicional, el flujo crítico sucede a través de toda la extensión del canal y cualquier sección en el tramo es una sección crítica (Chow, 1994, p. 232).

Esto último se puede apreciar en la Figura 46a.

Figura 46. Localización de la sección crítica de control: (a) Flujo en canal prismático, (b) Flujo en canal no prismático o flujo espacialmente variado



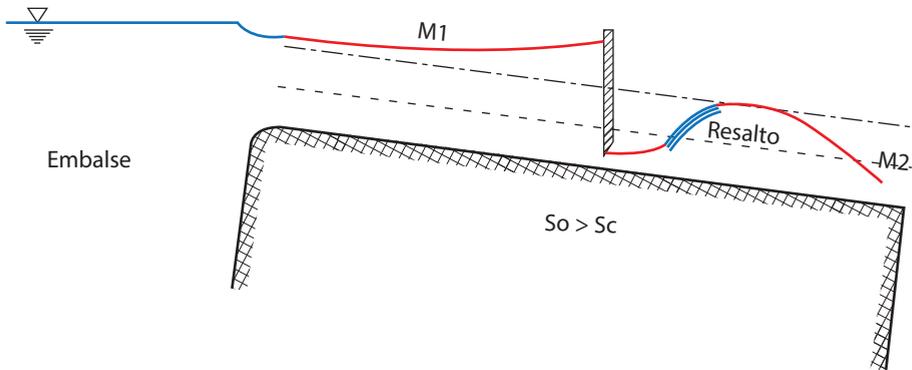
Fuente: Chow (1994).

Por último, y abarcando lo esencial de todo lo anteriormente explicado, se muestran varios ejemplos de canales con diversos tipos de perfiles de flujo, de modo que se

pueda entender mejor el comportamiento de la superficie del agua en un FGV en diferentes pendientes del fondo del canal.

En la Figura 47 se muestra un primer ejemplo en el que se tiene un canal con pendiente mayor a la crítica que recibe la descarga de un embalse y en el que se ha instalado una compuerta de control de flujo. Se aprecia la ocurrencia de un perfil tipo M1 de remanso entre la zona de descarga del embalse y la compuerta. La descarga de la compuerta se realiza a una altura inferior a la profundidad crítica del flujo, se tiene una condición de flujo supercrítico y se presenta un perfil tipo M3. El flujo realiza la transición desde la condición supercrítica hasta la altura subcrítica del flujo mediante la ocurrencia de un resalto hidráulico. Posteriormente, por el cambio abrupto de pendiente se genera un perfil M2 hacia aguas arriba, hasta la altura subcrítica del resalto hidráulico.

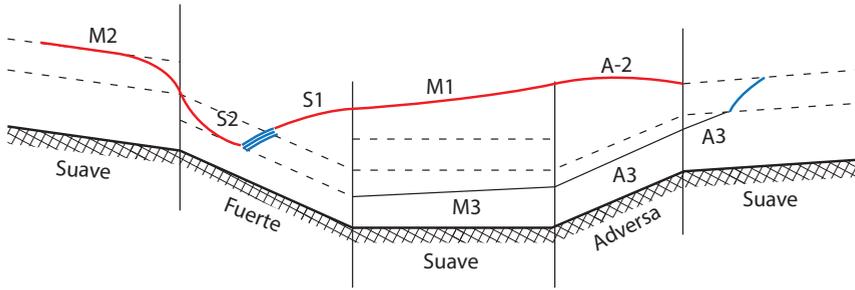
Figura 47. Perfiles de flujo gradualmente variado en un canal prismático con pendiente alta



Fuente: adaptado de Chow (1994).

En la Figura 47 se tiene un canal prismático con cambios en la pendiente de fondo. Se aprecia la formación del perfil M2 con una transición al perfil S2 por el cambio de la pendiente del fondo de suave a fuerte (paso del flujo subcrítico al flujo supercrítico). Una vez el canal pasa de pendiente fuerte a suave nuevamente, se pueden presentar dos posibilidades: la primera que en el sector de pendiente fuerte se desarrolle un resalto hidráulico y se presenta un perfil tipo S1 con incremento en la altura de la superficie del flujo para empalmar con una curva de remanso – perfil M1 en la zona de pendiente suave. La segunda, que en el sector de pendiente fuerte se mantengan las condiciones de flujo supercrítico y se pase a un perfil tipo M3 para la zona de pendiente suave. Al pasar de la pendiente suave a la condición de pendiente adversa, en las dos posibilidades indicadas anteriormente, se pasa en el caso 1 de la curva de remanso a un perfil A2 y se continúa con la altura subcrítica al pasar adversa suave. Para la opción 2, al continuar en condición de flujo supercrítico, se pasa de un perfil M3 a un A3 en la zona de pendiente adversa, perfil que se mantiene hasta la zona de pendiente adversa suave, donde el flujo presenta un resalto hidráulico para llegar a la altura subcrítica.

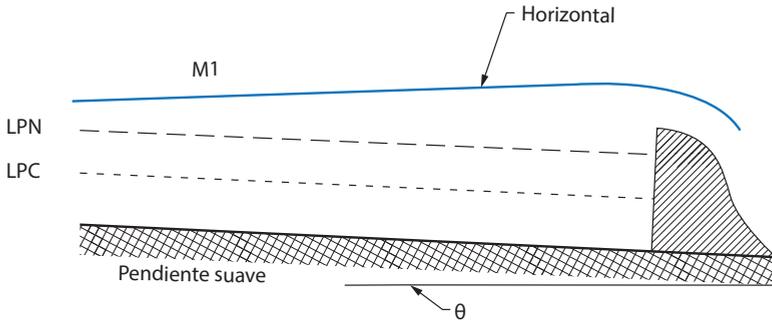
Figura 48. Perfiles de flujo gradualmente variado en un canal prismático



Fuente: elaboración propia.

En la Figura 49 se aprecia uno de los perfiles más comunes de todos los FGV, los de tipo M1, el cual es una condición de flujo subcrítico. Obstrucciones en el flujo, como presas, diques, estructuras de control y características naturales, como las curvas, producen curvas de remanso M1. Estas se extienden varios kilómetros aguas arriba antes de fusionarse con la profundidad normal.

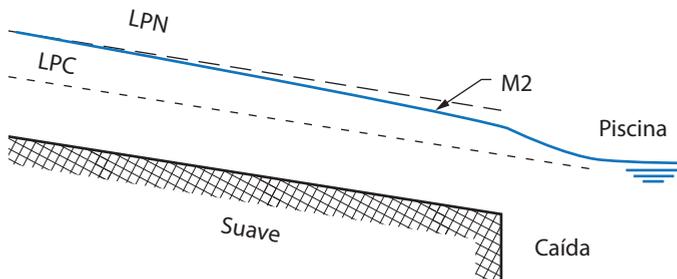
Figura 49. Perfil M1



Fuente: elaboración propia.

En la Figura 50 se tiene un ejemplo de un perfil M2, ocurre en una caída repentina en la base del canal, en transiciones y en la salida de un canal en piscinas.

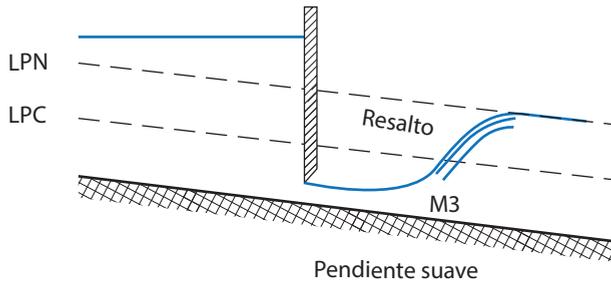
Figura 50. Perfil M2



Fuente: elaboración propia.

En la Figura 51, se tiene un ejemplo de un flujo en condición supercrítica que ingresa a un canal con pendiente de fondo suave, se genera el perfil tipo M3. Los ejemplos más comunes son, el flujo que va desde un aliviadero o una compuerta a una pendiente suave. El comienzo de la curva M3 suele ir seguido de un pequeño tramo de flujo rápidamente variado y la corriente descendente generalmente termina con un salto hidráulico. Comparado con los perfiles M1 y M2, las curvas M3 son de corta longitud relativamente.

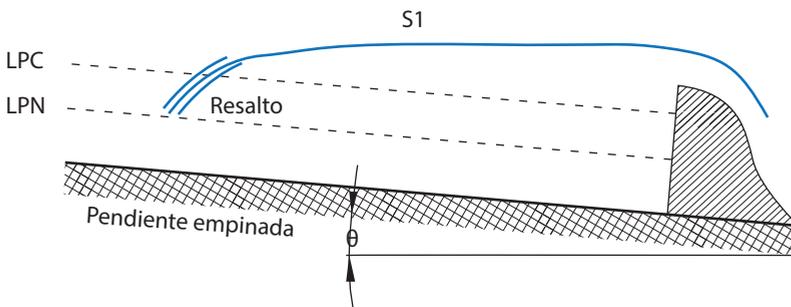
Figura 51. Perfil M3



Fuente: elaboración propia.

Como se aprecia en la Figura 52, en un canal de pendiente fuerte se ha instalado aguas abajo una obstrucción al flujo, que puede consistir en un dique o represa; como el flujo se encuentra en condición supercrítica, y está representado por la obstrucción, para pasar a la altura subcrítica genera un resalto hidráulico aguas arriba, posterior al cual se produce la curva de un perfil S1.

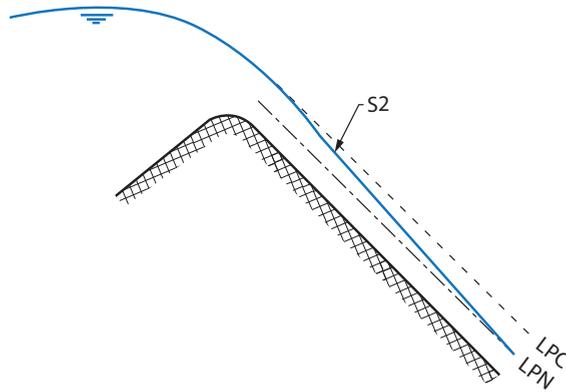
Figura 52. Perfil S1



Fuente: elaboración propia.

En la Figura 53 se muestra un ejemplo de ocurrencia de un perfil del tipo S2 que se origina en la región de entrada de un canal empinado que va desde un reservorio y en una ruptura de pendiente desde pendientes suaves a empinadas. Los perfiles S2 generalmente son de corta longitud.

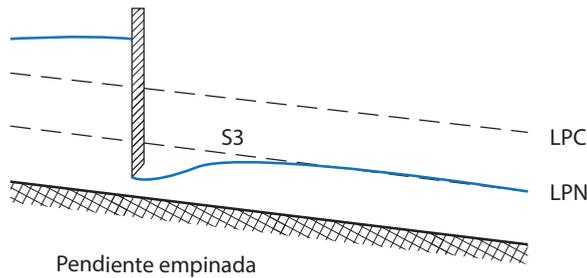
Figura 53. Perfil S2



Fuente: elaboración propia.

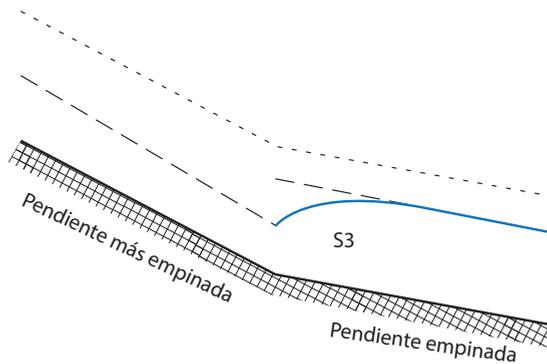
En la Figura 54 se tiene un ejemplo en el que se tiene un flujo libre desde una compuerta con una pendiente pronunciada hacia abajo, del tipo S3. La curva S3 también se produce cuando un flujo existe desde una pendiente más pronunciada a una pendiente menos pronunciada.

Figura 54. Perfil S3



Fuente: elaboración propia.

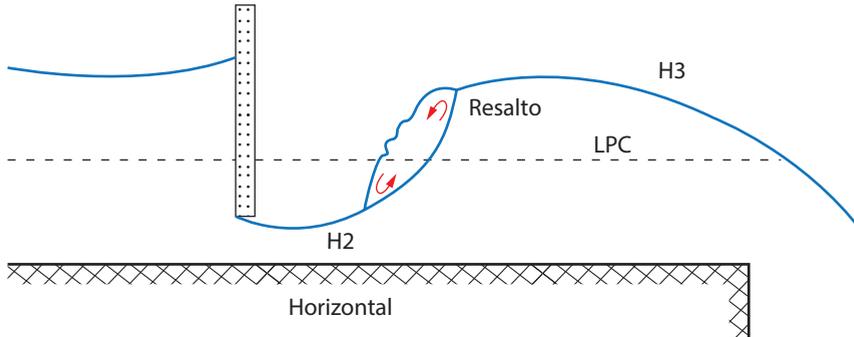
Figura 55. Perfil S3



Fuente: elaboración propia.

En la Figura 56 se muestra el ejemplo de un canal horizontal que puede ser considerado como el límite inferior alcanzado por una pendiente suave a medida que la pendiente longitudinal se vuelve más plana. Es obvio que no hay una región para el canal horizontal porque $y_0 = \infty$.

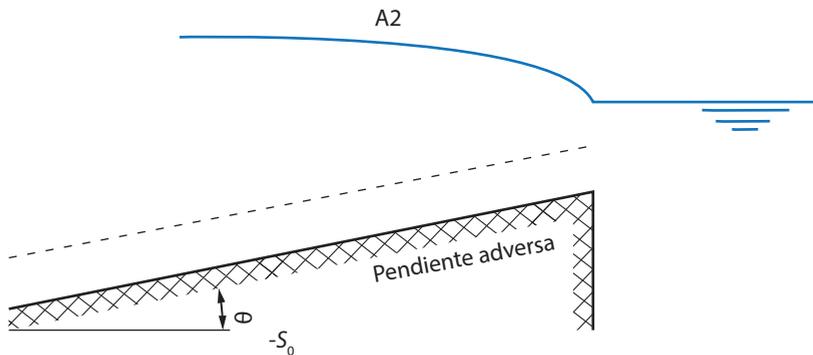
Figura 56. Perfiles H2 y H3



Fuente: elaboración propia.

En la Figura 57 se tiene un ejemplo de un canal con pendiente adversa que entrega en un reservorio y en el cual el flujo genera un perfil A2 en la descarga.

Figura 57. Perfil A2



Fuente: elaboración propia.

2.7 Métodos para determinar la forma del perfil de flujo

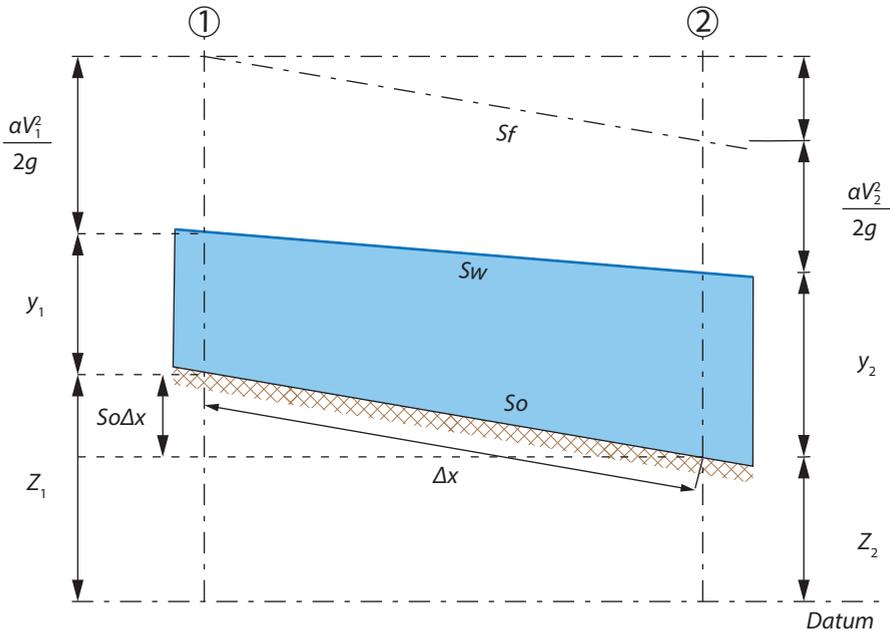
Para determinar la variación de la superficie del flujo FGV a lo largo del canal para un determinado caudal, se requiere resolver la ecuación dinámica del FGV, para lo cual se pueden emplear métodos aproximados. La importancia del cálculo del perfil del flujo radica en la necesidad de conocer el efecto en el flujo generado por la ubicación de estructuras como puede ser el caso de una compuerta, un vertedero o la altura de niveles de agua detrás de una presa de altura determinada.

A continuación, se explicarán dos métodos tradicionales, comúnmente conocidos como métodos de pasos directos y estándar. Adicionalmente, se explicará un método de integración de ecuaciones diferenciales, como lo es el de Runge-Kutta de 4.º orden.

2.7.1 Método de paso directo

En referencia a la Figura 58, conociendo la profundidad de flujo en la sección 1 y conociendo las propiedades de la sección del canal, S_0 , Q y n , se necesita determinar $\Delta x = (x_2 - x_1)$, que es la distancia a la cual se tiene la profundidad y_2 ocurrirá en un canal dado para un caudal específico Q , Chow (1994).

Figura 58. Cálculo de la distancia para una profundidad específica



Fuente: elaboración propia.

Si S_0 es la pendiente del fondo del canal, con referencia a la Figura 58, se tiene que:

$$Z_2 = Z_1 - S_0 (x^2 - x^1) = S_0 \Delta x \quad (150)$$

Además, la ecuación de energía específica aplicada en la sección 1 y 2 del canal mostrado en la Figura 57.

$$E_1 = y_1 + \frac{a_1 V_1^2}{2g} \quad E_2 = y_2 + \frac{a_2 V_2^2}{2g} \quad (151)$$

S_f en un FGV se puede calcular con un error insignificante utilizando las fórmulas correspondientes para las pendientes de fricción en un flujo uniforme (Chow, 1994; Henderson, 1966). Sin embargo, dado que la altura de flujo “ y ” varía con la distancia x , la pendiente de la línea de energía o pendiente de fricción S_f también es una función de x . Se han utilizado las siguientes aproximaciones (United States Army Corps of Engineers, 1982) para seleccionar un valor representativo de S_f para la longitud del canal entre las secciones 1 y 2:

» Pendiente de fricción media:

$$\bar{S}_f = \frac{1}{2} (S_{f1} + S_{f2}) \quad (152)$$

» Pendiente de fricción media geométrica:

$$\bar{S}_f = \sqrt{S_{f1} + S_{f2}} \quad (152)$$

» Pendiente de fricción media armónica:

$$\bar{S}_f = \frac{2S_{f1}S_{f2}}{S_{f1} + S_{f2}} \quad (154)$$

Al expandir el lado derecho de las aproximaciones anteriores en una serie de Taylor, se puede probar que estas tres formulaciones para la aproximación de la pendiente de fricción dan resultados idénticos si los términos del orden $(\Delta S_f / S_{f1})^2$ y superiores son ignorados. En esta expresión $\Delta S_f = S_{f2} - S_{f1}$, Laurenson (1986) mostró que la pendiente promedio de la Ecuación 152 da un error mínimo, aunque no siempre es el error más pequeño. Si la distancia entre las secciones 1 y 2 es corta o las profundidades de flujo y_1 y y_2 no son significativamente diferentes, entonces la Ecuación 152 produce resultados satisfactorios, además de ser una de las tres aproximaciones más simples. Teniendo en cuenta lo anterior, una expresión para h_f puede ser escrita como:

$$h_f = \frac{1}{2} (S_{f1} + S_{f2})(x_2 - x_1) \quad (155)$$

Sustituyendo la Ecuación 151 y 155 en la ecuación para la energía total en 1 y 2, se tiene que:

$$Z_1 + E_1 = Z_2 + E_2 + \frac{1}{2} (S_{f1} + S_{f2})(x_2 - x_1) \quad (156)$$

Sustituyendo la expresión para Z_2 de la Ecuación 150 en la ecuación anterior, y cancelando el término , se obtiene:

$$E_2 - E_1 = S_0 (x_2 - x_1) - \frac{1}{2} (S_{f1} + S_{f2})(x_2 - x_1) \quad (157)$$

Esta ecuación puede ser escrita como:

$$x_2 = x_1 + \frac{E_2 - E_1}{S_0 - \frac{1}{2}(S_{f1} + S_{f2})} \quad (158)$$

Mediante la Ecuación 158 se puede determinar la ubicación de la sección 2. Con este valor se repite el procedimiento para la siguiente sección. Luego, aumentando o disminuyendo sucesivamente la profundidad de flujo y determinando dónde se producirán estas profundidades, se puede determinar el perfil del flujo en la longitud del canal bajo análisis. Es importante utilizar un número adecuado de decimales en los cálculos para el numerador y denominador de la Ecuación 158.

El método presenta dos desventajas importantes:

- a. La profundidad de flujo no se calcula en las ubicaciones predeterminadas. Por lo tanto, las interpolaciones pueden llegar a ser necesarias si se requieren profundidades de flujo en ubicaciones específicas. De manera similar, la información de la sección transversal debe estimarse si dicha información está disponible solo en los lugares dados.
- b. Para el caso de canales no prismáticos la aplicación del método requiere un esfuerzo de cálculo adicional.

2.7.2 Método estándar por etapas

Como se explicó anteriormente, el procedimiento del método de paso directo no es apropiado si se quiere determinar la profundidad de flujo en una ubicación específica o si el canal es no prismático (caso de canales naturales) y se tiene información de la sección transversal del canal solamente para algunos lugares específicos. En las condiciones anteriores, es aplicable otro método denominado *método estándar por etapas* (Chow, 1994). Un *software* de cálculos muy popular llamado HEC-RAS desarrollado por la Hydrologic Engineering Center (United States Army Corps of Engineers, 1982) está basado en este método.

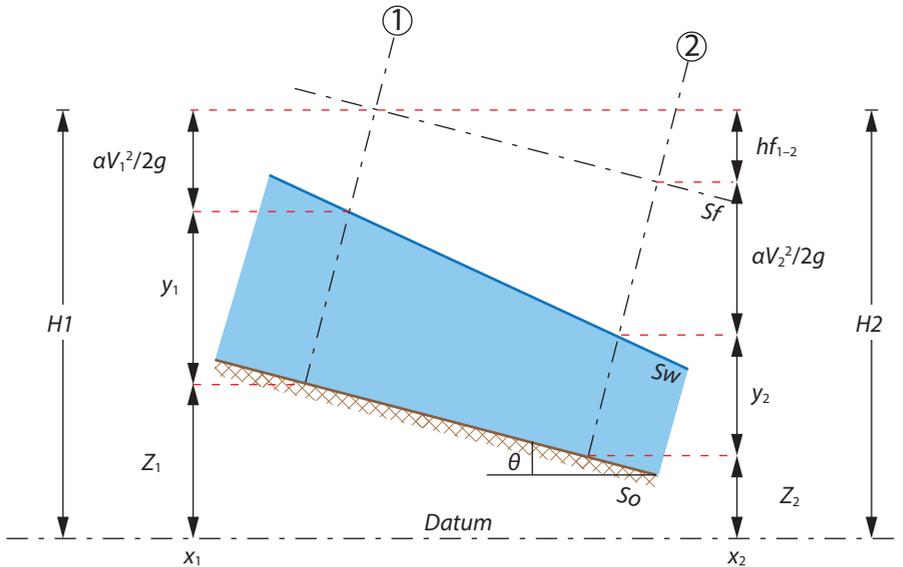
Con referencia a la Figura 59, la profundidad de flujo y_1 para un caudal específico Q , en la sección 1 de un canal dado (distancia x_1) es conocida; se quiere determinar la profundidad de flujo a una distancia x_2 (sección 2). Se asume como conocidos los valores del coeficiente α . Como y_1 es conocida, se puede determinar la velocidad de flujo V_1 de la sección 1 para un caudal específico Q , de la ecuación de continuidad. Por lo tanto, la cabeza de altura total H de la sección 1 es:

$$H_1 = Z_1 + y_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} \quad (159)$$

De acuerdo con la ecuación de energía la cabeza de altura total en la sección dos es:

$$H_2 = H_1 - h_f \tag{160}$$

Figura 59. Cálculo de la profundidad en una ubicación específica



Fuente: elaboración propia.

De donde h_f son las pérdidas principales entre las secciones 1 y 2. Sustituyendo la expresión h_f de la Ecuación 150 en la Ecuación 160, se obtiene:

$$H_2 = H_1 - \frac{1}{2} (S_{f1} + S_{f2})(x_2 - x_1) \tag{161}$$

Sustituyendo en la ecuación anterior el valor de la variable H_2 (similar a la ecuación 159 para H_1) y transponiendo todos los términos al lado izquierdo, se obtiene que:

$$y_2 + \frac{a_1 V_1^2}{2g} + \frac{1}{2} S_{f2}(x_2 - x_1) + Z_2 - H_1 + \frac{1}{2} S_{f1}(x_2 - x_1) = 0 \tag{162}$$

En esta ecuación, A_2 y S_{f2} están en función de y_2 y las otras cantidades son todas conocidas o han sido calculadas en la sección 1. Por consiguiente, y_2 puede ser determinada resolviendo la siguiente ecuación algebraica no lineal:

$$F(y_2) = y_2 + \frac{a_1 V_1^2}{2g} + \frac{1}{2} S_{f2}(x_2 - x_1) + Z_2 - H_1 + \frac{1}{2} S_{f1}(x_2 - x_1) = 0 \tag{163}$$

La ecuación anterior puede ser resuelta para y_2 por el procedimiento tanteos, o usando el método de bisección y el Newton-Raphson.

Para el caso del método de Newton-Raphson se necesita una expresión para dF/dy_2 . Esta expresión puede ser obtenida por una diferenciación de la Ecuación 63 con respecto a y_2 , es decir:

$$\frac{dF}{dy_2} = -1 \frac{\alpha_2 Q^2}{g A_2^3} \frac{dA_2}{dy_2} + \frac{1}{2} (x_2 - x_1) \frac{d}{dy_2} \left(\frac{Q^2 n^2}{C_o^2 A_2^3 R_2^{4/3}} \right) \quad (164)$$

El último término de la ecuación anterior puede ser evaluado como:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dy_2} \left(\frac{Q^2 n^2}{C_o^2 A_2^3 R_2^{4/3}} \right) &= \frac{-2Q^2 n^2}{C_o^2 A_2^2 R_2^{4/3}} \frac{dA_2}{dy_2} - \frac{3}{4} \frac{Q^2 n^2}{C_o^2 A_2^2 R_2^{4/3}} \frac{dR_2}{dy_2} \\ &= \frac{-2Q^2 n^2}{C_o^2 A_2^2 R_2^{4/3}} \frac{B_2}{A_2} - \frac{3}{4} \frac{Q^2 n^2}{C_o^2 A_2^2 R_2^{4/3}} \frac{1}{R_2} \frac{dR_2}{dy_2} \\ &= -2 \left(S_{f2} \frac{B_2}{A_2} + \frac{2}{3} \frac{S_{f2}}{R_2} \frac{dR_2}{dy_2} \right) \end{aligned} \quad (165)$$

Note que se reemplazó el término $\frac{dA_2}{dy_2}$ por B_2 en la ecuación anterior. Sustituyendo dicha ecuación en la 164 se tiene:

$$\frac{dF}{dy_2} = -1 \frac{\alpha_2 Q^2}{g A_2^3} \frac{dA_2}{dy_2} - (x_2 - x_1) \left(S_{f2} \frac{B_2}{A_2} + \frac{2}{3} \frac{S_{f2}}{R_2} \frac{dR_2}{dy_2} \right) \quad (166)$$

La derivada de $\frac{dR_2}{dy_2}$ del último término de la anterior ecuación puede ser evaluado como:

$$\begin{aligned} \frac{dR_2}{dy_2} &= \frac{d}{dy_2} \left(\frac{A_2}{P_2} \right) = \frac{1}{P_2} \frac{dA_2}{dy_2} + A_2 \frac{d}{dy_2} \left(\frac{1}{P_2} \right) \\ &= \frac{B_2}{P_2} - \frac{A_2}{P_2} \frac{dP_2}{dy_2} \end{aligned} \quad (167)$$

Para un canal rectangular $\frac{dP_2}{dy_2} = 2$ y para un canal trapezoidal, $\frac{dP_2}{dy_2} = 2\sqrt{1+z^2}$, de donde z es la pendiente lateral del canal.

Un procedimiento paso a paso para el cálculo de y_2 usando el método de Newton-Raphson se detalla a continuación:

1. Calcular H_1 de la sección 1 desde la Ecuación 159 para los valores conocidos de y_1 y Z_1 .
2. Estimar la profundidad de flujo de la sección 2. Esta puede ser calculada desde la ecuación $y_2^* = y_1 + f(x_1, x_2)(x_2 - x_1)$. Durante una secuencia de

pasos, sin embargo y_2^* puede ser determinado extrapolando el cambio de la profundidad de flujo entre las dos secciones anteriores calculadas en el paso anterior.

3. Usando el valor estimado para la profundidad de flujo y_2^* de la sección 2, calcule B_2^* , A_2^* , R_2^* y $S_{f_2}^*$. El valor de Z_2 se da en los datos disponibles o puede ser calculado desde los valores conocidos de la pendiente de la base del canal y Z_1 .
4. Calcular el valor de $F(y_2^*)$ desde la Ecuación 163 usando y_2^* , B_2^* , A_2^* , R_2^* y $S_{f_2}^*$.
5. Calcular dF/dy_2 desde la Ecuación 166 usando y_2^* y los valores correspondientes a A_2^* , R_2^* y $S_{f_2}^*$, etc.
6. Luego, para una mejor estimación de y_2 se puede calcular con la ecuación:

$$y_2 = y_2^* - \frac{F(y_2^*)}{\left[dF/dy_2 \right]^*} \quad (168)$$

7. Si $|y^2 - y^{2*}| \leq \epsilon$, donde ϵ es la tolerancia específica para la convergencia de la solución iterativa (por ejemplo, 0.001 m), entonces y_2^* es la altura de flujo y_2 en la sección 2; de lo contrario, establecer $y_2^* = y_2$ y repetir los anteriores pasos desde el 3 al 7 para obtener una solución.

2.7.3 Método de Runge-Kutta de 4.º orden

Los métodos indicados anteriormente determinan el perfil de la superficie del flujo, integrando la ecuación dinámica del FGV. También se mencionó que la integración debe hacerse numéricamente, ya que $f(x,y)$ es una función no lineal. Existe otro método numérico que puede ser utilizado para el cálculo del perfil de flujo, este se denomina *Método de Runge-Kutta de 4.º orden*. En el método de Runge-Kutta de 4.º orden, una mejor pendiente representativa de la curva que define la solución a la ecuación dinámica de FGV, $y = y(x)$ se calcula mediante las siguientes ecuaciones:

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (169)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2} \Delta x, y_i + \frac{1}{2} k_1 \Delta x\right) \quad (170)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2} \Delta x, y_i + \frac{1}{2} k_2 \Delta x\right) \quad (171)$$

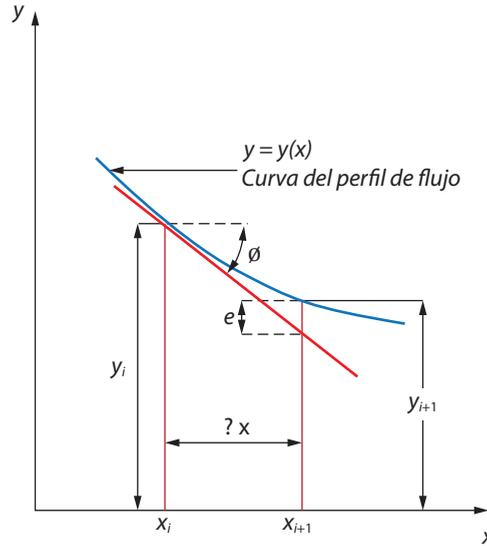
$$k_4 = f(x_i + \Delta x, y_i + k_3 \Delta x) \quad (172)$$

Entonces:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} (k_3 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \Delta x \quad (173)$$

Las variables indicadas en las ecuaciones 169 a 173 se representan en la Figura 60.

Figura 60. Aproximación para el cálculo de y_{i+1}



Fuente: elaboración propia.

2.8 Ejercicios de aplicación

2.8.1 Ejercicios resueltos

1. Un canal trapezoidal tiene una pendiente longitudinal de 0.001 y lleva un caudal de $30 \text{ m}^3/\text{s}$. El ancho de la base del canal es de 10.0 m y las pendientes laterales son 2H y 1V. Una estructura de control es construida en el extremo aguas abajo que eleva la profundidad del agua en dicho extremo 5.0 m . Calcular el perfil de la superficie del agua. La n de Manning para el canal es de 0.013 y $\alpha = 1$ (utilizar el método de paso directo).

Solución:

Primero se debe calcular la profundidad normal del flujo bajo las condiciones dadas. Los datos que se tienen son:

- » $n = 0.013$
- » $S_0 = 0.001$

- » $Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$
- » $b = 10 \text{ m}$
- » $z = 2$

Posteriormente, se determinan el área y el perímetro mojado como una función de la profundidad normal.

- » $A = 10 y_n + 2y_n^2$
- » $P = 2\sqrt{5}y_n + 10$

Utilizando la ecuación para flujo uniforme se calcula la profundidad normal:

$$30 = \frac{1}{0.013} (10 y_n - 2 y_n^2) \left(\frac{10y_n + 2y_n^2}{2\sqrt{5}y_n + 10} \right)^{2/3} (0.001)^{1/2}$$

De donde $y_n = 1.09 \text{ m}$

La profundidad del flujo se aproxima asintóticamente a la profundidad normal a una distancia infinita. Por lo tanto, el cálculo del perfil de superficie puede detenerse cuando la profundidad del flujo está aproximadamente dentro del 5 % de la profundidad normal. Por lo tanto:

$$y = 1.05y_n = 1.05 * 1.09 = 1.1445 \text{ m} \cong 1.15 \text{ m}$$

Los cálculos se inician para la profundidad conocida de 5.0 m en la estructura de control. Partiendo de la ubicación de la estructura de control como $x = 0$ y, dado esta situación, se considera la distancia en la dirección del flujo descendente como positiva, los valores que se determinarán a partir de la Ecuación 158 serán negativos.

Los cálculos se realizarán con el archivo de Excel denominado “Hoja Electrónica N.º 1” que se puede descargar en el Anexo 1. Los resultados se muestran en la Tabla 20 y la forma como se obtienen se detalla a continuación. En esta explicación, la profundidad del paso en cuestión es la profundidad actual y la profundidad del paso anterior como la profundidad anterior.

» **Columna 1, y**

Primero se utilizarán grandes incrementos de cambio en y y luego se disminuye su tamaño, es decir, a medida que aumenta la profundidad, la tasa de variación de con x se vuelve pequeña.

» **Columna 2, A**

Esta es el área de flujo para la profundidad de la columna 1.

» **Columna 3, R**

Radio hidráulico.

» **Columna 4, V**

Velocidad de flujo V y es calculada por la división del valor específico del caudal Q para el área de flujo A .

» **Columna 5, S_f**

Usando el valor específico de la n de Manning y los valores calculados de V y R (columna 3 y 4, respectivamente), se calcula esta columna desde la ecuación $S_f = (n^2 V^2) / (R^{1.33})$.

» **Columna 6, \bar{S}_f**

Este es el promedio de \bar{S}_f para la profundidad actual y para la profundidad anterior.

» **Columna 7, $S_0 - \bar{S}_f$**

Esta columna se obtiene restando \bar{S}_f de la columna 6 al valor especificado como S_0 .

» **Columna 8, E**

La energía específica E es calculada por el valor seleccionado de la columna 1 y el cálculo correspondiente de la columna 4, es decir, $E = y + \alpha V^2 / 2g$.

» **Columna 9, $\Delta E = E_2 - E_1$**

Esta columna se obtiene restando E de la profundidad actual de E para la profundidad anterior.

» **Columna 10, $\Delta x = x_2 - x_1$**

El incremento de distancia es calculado de la ecuación $\Delta x = (E_2 - E_1) / (S_0 - \bar{S}_f)$

» **Columna 11, x_2**

Esta es la distancia donde la profundidad ocurrirá. Es obtenida algebraicamente adicionando el Δx de la columna 10 al valor x^2 de la profundidad anterior.

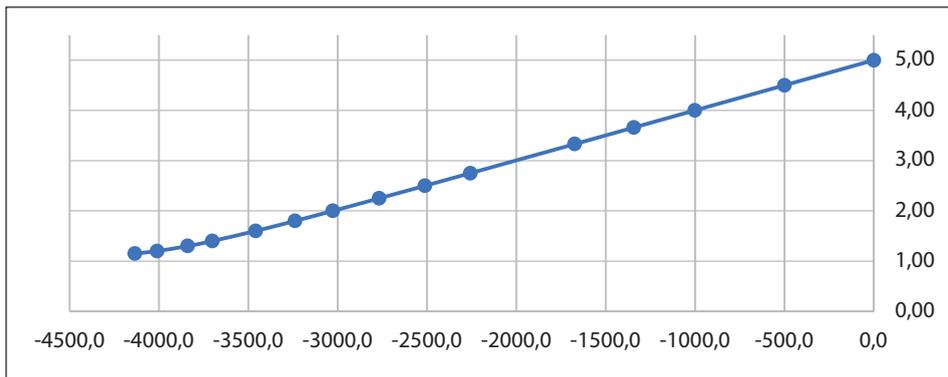
Tabla 21. Resultados hoja electrónica para cálculo del perfil de flujo por el método del paso directo

y	A(m)	R(m)	V(m/s)	Sf	\bar{S}_f	$S_o - S_f$	E(m)	$\Delta E(m)$	$\Delta x(m)$	$x_2(m)$
5.00	100.00	3.09	0.30	3.3920E-06	4.0532E-06	0.00099595	5.00458716	-0.38874417	-390.326238	0.000
4.61	88.60	2.89	0.34	4.7144E-06	5.5599E-06	0.00099444	4.61584299	-0.3376585	-339.546338	-390.326
4.27	79.19	2.72	0.38	6.4054E-06	7.3135E-06	0.00099269	4.27818449	-0.25853536	-260.440106	-729.873
4.01	72.28	2.59	0.42	8.2217E-06	9.5149E-06	0.00099049	4.01964913	-0.26702776	-269.592937	-990.313
3.74	65.42	2.45	0.46	1.0808E-05	1.2434E-05	0.00098757	3.75262137	-0.24149085	-244.531525	-1259.906
3.50	59.46	2.32	0.50	1.4061E-05	1.6103E-05	0.00098390	3.51113051	-0.22022317	-223.827476	-1504.437
3.28	54.21	2.20	0.55	1.8145E-05	2.0706E-05	0.00097929	3.29090734	-0.2021906	-206.465744	-1728.265
3.07	49.55	2.09	0.61	2.3268E-05	2.6481E-05	0.00097352	3.08871674	-0.18665626	-191.733611	-1934.730
2.88	45.38	1.98	0.66	2.9695E-05	3.3730E-05	0.00096627	2.90206048	-0.17307779	-179.119562	-2126.464
2.70	41.63	1.89	0.72	3.7766E-05	4.2842E-05	0.00095716	2.72898269	-0.16104344	-168.251774	-2305.584
2.54	38.23	1.79	0.78	4.7919E-05	5.4321E-05	0.00094568	2.56793925	-0.15023061	-158.860107	-2473.835
2.38	35.14	1.70	0.85	6.0724E-05	6.8823E-05	0.00093118	2.41770864	-0.14037771	-150.753123	-2632.695
2.23	32.31	1.62	0.93	7.6924E-05	8.7214E-05	0.00091279	2.27733094	-0.13126407	-143.805992	-2783.449
2.09	29.71	1.53	1.01	9.7504E-05	0.000110639	0.00088936	2.14606686	-0.12269461	-137.958145	-2927.255
1.96	27.32	1.46	1.10	1.2377E-04	0.000140635	0.00085936	2.02337225	-0.11448699	-133.222773	-3065.213
1.84	25.10	1.38	1.20	1.5750E-04	0.000179285	0.00082072	1.90888527	-0.10645979	-129.715848	-3198.435
1.72	23.05	1.30	1.30	2.0107E-04	0.000229442	0.00077056	1.80242548	-0.09841999	-127.725666	-3328.151
1.60	21.14	1.23	1.42	2.5781E-04	0.000295073	0.00070493	1.70400548	-0.0901482	-127.883052	-3455.877
1.49	19.36	1.16	1.55	3.3233E-04	0.000381765	0.00061823	1.61385728	-0.08137936	-131.631862	-3583.760
1.39	17.70	1.09	1.69	4.3120E-04	0.000497525	0.00050248	1.53247792	-0.07177576	-142.844295	-3715.392
1.28	16.15	1.03	1.86	5.6385E-04	0.000654027	0.00034597	1.46070216	-0.0608871	-175.987791	-3858.236
1.19	14.69	0.96	2.04	7.4420E-04	0.0003721	0.00062790	1.39981506	-1.39981506	-2229.36087	-4034.224

Fuente: elaboración propia.

La gráfica para el perfil de flujo analizado se muestra en la Figura 61.

Figura 61. Perfil de flujo ejemplo 1 FGV

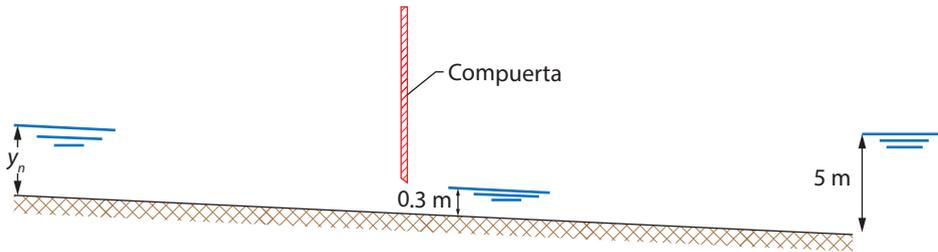


Fuente: elaboración propia.

2. En un canal muy largo con sección transversal rectangular con $b = 3.5 \text{ m}$, fluye un caudal de $Q = 4.5 \text{ m}^3/\text{s}$. El coeficiente de rugosidad de Manning es $n = 0.012$ y $S_0 = 0.002 \%$. En el canal se instala una compuerta para el control del flujo, como se muestra en la Figura 62. Si la altura del flujo en la descarga de la compuerta es 0.3 m y el canal descarga en un embalse para el cual la superficie del agua está a 5 m , se requiere calcular:

- » y_n
- » E_{y_n} , energía correspondiente a la profundidad normal.
- » y_c
- » E_{\min}
- » Profundidad que alcanza la superficie del agua detrás de la compuerta.
- » Identificar los perfiles de flujo que se presentan.

Figura 62. Esquema canal ejemplo 2 FGV



Fuente: elaboración propia.

Solución:

- a. Mediante la ecuación de Manning para el flujo uniforme se establece la altura normal de flujo para las condiciones del canal y el caudal dado.

$$Q = \frac{1}{n} R^{2/3} A S^{1/2}$$

Remplazando los datos dados para el canal se obtiene:

$$4.5 = \frac{1}{0.012} \left(\frac{3.5 \times y_n}{3.5 + 2 y_n} \right)^{2/3} (0.00002)^{1/2} (3.5 \times y_n)$$

Despejando la variable y_n , se obtiene un valor de:

$$y_n = 3.18 \text{ m}$$

- b. Luego, se determina la energía específica correspondiente a la profundidad normal:

$$E = y_n + \frac{Q^2}{2gA^2} = 3.18 + \frac{4.5^2}{2 * 9.81 * (3.5 * 3.18)^2} = 3.19 \text{ m}$$

Analizando la condición de flujo crítico se obtiene la profundidad crítica:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

$$\frac{4.5^2}{9.81} = \frac{(3.5 \times y_c)^3}{3.5}$$

$$y_c = 0.552 \text{ m}$$

Como $y_n = 3.18 \text{ m} > y_c = 0.552 \text{ m}$, el flujo en canal se desarrolla en condición subcrítica, por lo cual se presentarán perfiles de tipo M.

- c. Energía correspondiente a la profundidad de flujo crítica.

$$E_{\min} = y_c + \frac{Q^2}{2gA_c^2} = 0.552 + \frac{4.5^2}{2 \times 9.81 \times (3.5 \times 0.552)^2} = 0.83 \text{ m}$$

- d. Para establecer la altura del flujo antes de la compuerta, se plantea la ecuación de energía aguas arriba y aguas debajo de la compuerta.

$$y_b + \frac{Q^2}{2gA_b} = y_{com} + \frac{Q^2}{2gA_{com}}$$

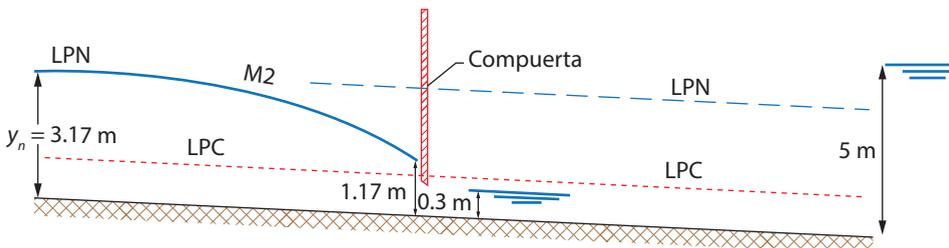
$$y_b + \frac{4.5^2}{2 \times 9.81 \times (3.5 \times y_b)^2} = 0.30 + \frac{4.5^2}{2 \times 9.81 \times (3.5 \times 0.30)^2}$$

De donde:

$$y_b = 1.18 \text{ m}$$

La profundidad del flujo antes de la compuerta $y_b = 1.17 \text{ m}$ es menor que la profundidad normal de flujo en el canal $y_n = 3.17 \text{ m}$, esto indica que la presencia de la compuerta obliga al flujo a formar una curva de tipo M2 (ver Figura 63).

Figura 63. Formación de perfil M2

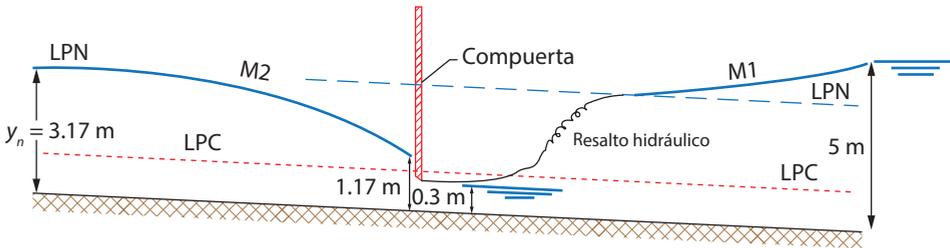


Fuente: elaboración propia.

- e. Las condiciones del flujo aguas debajo de la compuerta requieren que este alcance la altura de la superficie del agua en el embalse, la cual es mayor a la altura normal de flujo. Como la altura de flujo a la salida de la compuerta es menor que la altura crítica, se tiene flujo supercrítico, por lo que el flujo tendrá que pasar de esta condición a la condición subcrítica alcanzando la altura normal del flujo y, desde esta altura, la superficie del agua adquirirá la forma de una curva de remanso hasta alcanzar la altura del agua en embalse.

Lo anterior requiere que se forme un perfil de flujo tipo M3 a la salida de la compuerta y posteriormente se desarrolle un resalto hidráulico para alcanzar la altura normal del flujo y desde ahí se forma un perfil tipo M1 hasta el embalse (ver Figura 64).

Figura 64. Formación de perfiles M3 y M1



Fuente: elaboración propia.

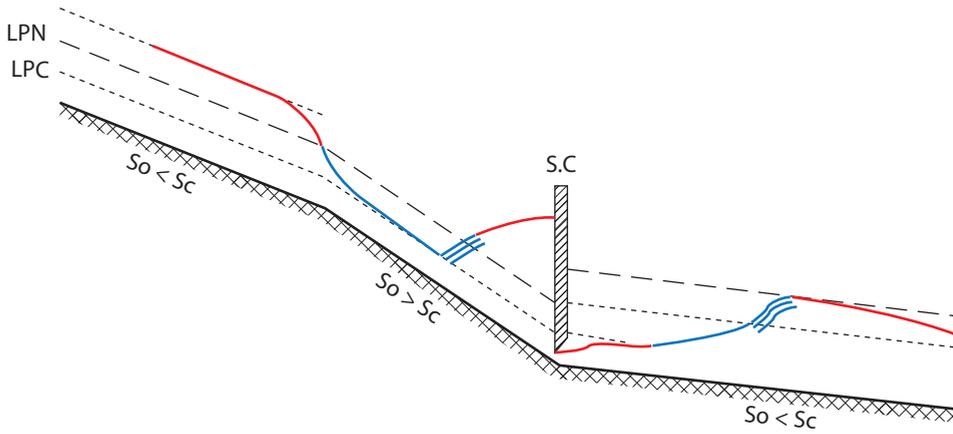
2.8.2 Ejercicios propuestos

Para el desarrollo de estos ejercicios se requerirá el uso de la hoja de cálculo que se puede descargar en el Anexo 1.

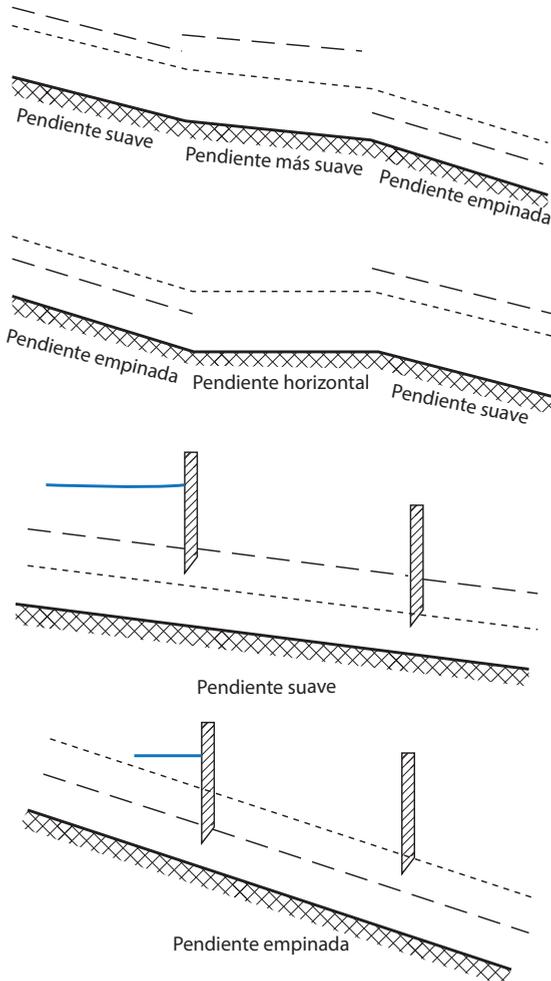
1. Demostrar que la pendiente de la superficie del agua S_w de un flujo gradualmente variado es igual a la suma de las pendientes de energía S y la pendiente debida al cambio de la velocidad $d(\alpha V^2/2g)/dx$.
2. Demostrar que la ecuación de flujo gradualmente variado se reduce a la de flujo uniforme si $\frac{dy}{dx} = 0$.
3. Demostrar que la ecuación de flujo gradualmente variado para el flujo en un canal rectangular de ancho b variable puede expresarse como:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f + \left(\frac{\alpha Q^2 y}{g A^3}\right) \left(\frac{db}{dx}\right)}{1 - \frac{\alpha Q^2 b}{g A^3}}$$

4. Determinar los diferentes perfiles de flujo para el flujo gradualmente variado del siguiente esquema. Cada color tiene su tipo de perfil.



5. Esquematice los posibles perfiles de flujo en los siguientes canales mostrados.



2.9 Evaluación de los perfiles de flujo mediante el *software* HEC-RAS

2.9.1 Información inicial de la modelación

Conceptos básicos

Se estudiará un tramo determinado de un canal con sección transversal definida y se desea observar y analizar el comportamiento que tiene el agua para un cierto valor de caudal. El tramo tendrá una sección trapezoidal constante a lo largo del mismo. La respuesta que se obtenga para dicho canal dependerá principalmente de la forma de la sección, de la pendiente y de su naturaleza (tipo de material, presencia de obstáculos, etc.). Por ello, el objetivo principal es observar el perfil de flujo producido aguas abajo por una contracción de un tipo de obra específica (Box Culvert).

Análisis del caudal

Uno de los análisis usuales consiste en establecer el comportamiento del flujo en un canal con determinadas condiciones, con la variación en la magnitud de caudal.

Estimación del área de inundación

En el caso de canales naturales es importante analizar el comportamiento del canal cuando se tiene una variación considerable en el caudal, de modo que se pueda establecer el área que se podría inundar. La sección ocupada por este caudal dependerá de características básicas como geometría del canal y pendiente del canal y otros factores asociados al flujo. Mediante la ecuación de Manning y con la sección transversal del canal y caudal determinados se puede calcular la profundidad normal del flujo, con este valor se pueden verificar los sectores que pudieran verse inundados a lo largo del canal.

Los análisis indicados anteriormente pueden ser llevados a cabo mediante el uso del *software* gratuito HEC-RAS. Para el uso de este *software* se requieren datos de la geometría del canal y datos de caudales a modelar.

Los *datos geométricos* que utiliza el *software* corresponden a un conjunto de secciones transversales del tramo de canal o cauce que se desea analizar.

Dichas secciones se ingresan mediante la cota de varios puntos; de este modo, mediante la cota de dos secciones contiguas, alejadas por una distancia conocida, el modelo calcula la pendiente de ese tramo. El caudal puede ser un solo valor constante o bien un caudal variable en el tiempo (Sánchez, 2017, p. 2).

2.9.2 Fases de la modelación

Las fases para el ejemplo a desarrollar fueron las siguientes:

- » Creación del proyecto
- » Introducción de la geometría
- » Datos de caudales
- » Condiciones de contorno
- » Datos de la obra (Box Culvert)
- » Ejecución del modelo
- » Observación de resultados

2.9.3 Datos de entrada en el software HEC-RAS

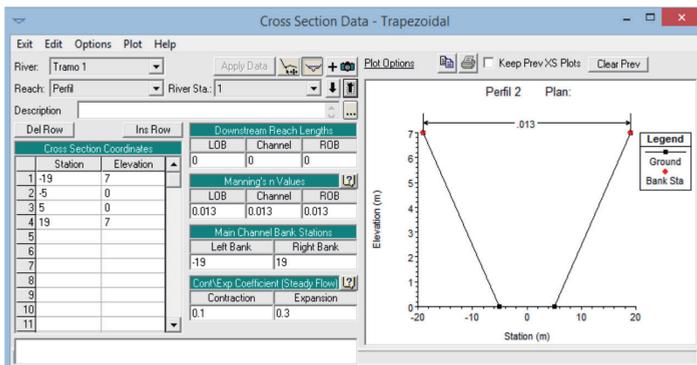
Los datos de entrada en el *software* HEC-RAS fueron los propuestos en el ejercicio resuelto 2 (perfiles de flujo). Esta evaluación se realiza para comparar los datos calculados con el método de paso directo y los datos obtenidos con el *software* y realizar un análisis respectivo.

Geometría del tramo o cauce

Primero, se dibujó el tramo del canal de forma recta y con un único tramo. La geométrica del canal o de la sección transversal es trapezoidal. Las características de dicho canal son (ver Figura 65):

- » Base $b = 10$ metros
- » Talud $z = 2$
- » Altura del canal = 7 metros
- » n de Manning = 0,013

Figura 65. Definición de la geometría del canal en HEC-RAS



Fuente: elaboración propia.

Después de definir la sección del canal, se copió un total de 1.000 secciones separadas cada 50 metros con una pendiente longitudinal para todo el tramo del 0,1 %.

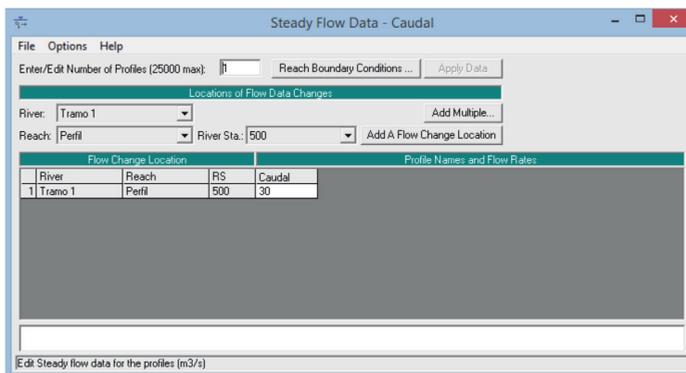
Para la acotación del canal (con base en la anterior figura, es el recuadro con el nombre de “Main Channel Bank Stations”), la cual es la parte que define la sección que puede considerarse como canal principal, se introdujeron los valores correspondientes para que toda la sección sea inundable. Es decir, en el eje x para el caso de este canal trapezoidal, los valores serán desde -19 hasta 19, abarcando toda la sección del canal.

Caudal

Para la modelación, se indica inicialmente la cantidad de “perfiles” (*profile*) a evaluar, con este dato se indica el conjunto de hipótesis de cálculo que se desea proyectar simultáneamente para diversos caudales. Para el caso del ejemplo analizado se indicó un solo perfil, el cual aparece inicialmente como PF1. Posteriormente, se ha renombrado como caudal. El caudal se definió en m^3/s .

A cada tramo de aguas arriba se le asigna el respectivo caudal de análisis, en este caso el *software* asigna dicho caudal al resto de secciones definidas para el tramo (ver Figura 66).

Figura 66. Introducción de datos de caudal para el perfil de trabajo en HEC-RAS



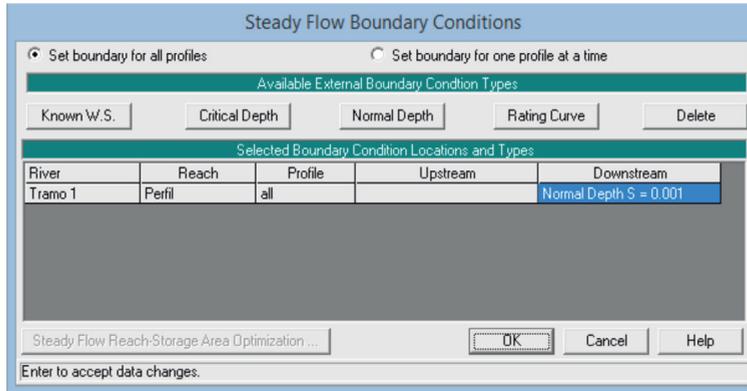
Fuente: elaboración propia.

Condiciones de contorno (*Boundary conditions*)

“HEC-RAS requiere esta información en cada tramo para calcular el nivel del agua inicial en ambos extremos del tramo: aguas arriba y/o aguas abajo. En régimen subcrítico solo es necesario en el extremo aguas abajo (*downstream*); en régimen supercrítico, solo es necesario aguas arriba (*upstream*)” (Sánchez, 2017, p. 8). En caso de requerirse un análisis en un tramo bajo condición de flujo subcrítico y supercrítico, asociado a cambios en el caudal, se deben definir las condiciones de contorno en uno y otro extremo del tramo.

Para el ejemplo, y por las condiciones en la que se encuentra en canal, este transporta el caudal en régimen subcrítico, por lo que se aplica profundidad normal aguas abajo con la pendiente longitudinal de 0.001 (ver Figura 67).

Figura 67. Definición de condiciones de contorno

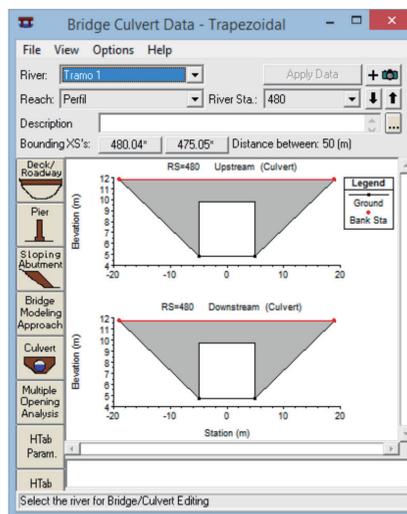


Fuente: elaboración propia.

Datos de la obra (Box Culvert)

Para crear una estructura de control que produjera dentro del canal un flujo gradualmente variado, se introdujo una estructura de control como el Box Culvert, cuyas medidas corresponden a 10 metros de ancho, igual a la base del canal analizado, por 5 metros de alto (ver Figura 68).

Figura 68. Estructura de control para general FGV

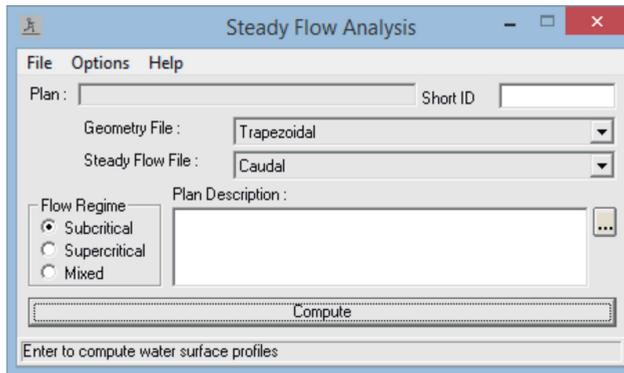


Fuente: elaboración propia.

Ejecución del modelo

Una vez se preparó la geometría del canal, el caudal que transportará y la estructura de control, se puede ejecutar el análisis de los datos para sus respectivos cálculos por parte del *software* (ver Figura 69).

Figura 69. Ejecución del modelo en HEC-RAS

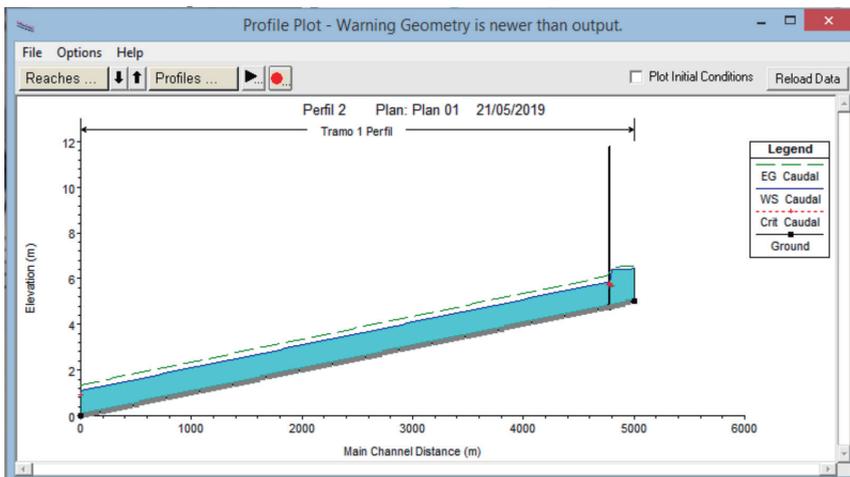


Fuente: elaboración propia.

Observación de resultados

De acuerdo con el análisis del *software* HEC-RAS, se pueden apreciar el perfil de flujo en todo el tramo del canal. Debido a la longitud del canal tan largo, no se aprecia una línea curva para identificar el perfil, pero más adelante se observarán los resultados en la tabla de profundidades de la lámina de agua (ver Figura 70).

Figura 70. Visualización de resultados en HEC-RAS



Fuente: elaboración propia.

Una vez determinados los valores de la altura del flujo aguas debajo de la estructura de control, se aprecia que la lámina de agua como lo especifica el ejercicio resuelto 2, que empieza en 5 m descende aguas abajo hasta la profundidad normal en una distancia de aproximadamente de 4.000 m (ver Figura 71).

Figura 71. Datos del perfil de flujo generados por HEC-RAS

Profile Output Table - Standard Table 1												
HEC-RAS Plan:												Reload Data
Reach	River Sta	Profile	Q Total	Min Ch El	W.S. Elev	Crit W.S.	E.G. Elev	E.G. Slope	Vel Chnl	Flow Area	Top Width	Froude # Chl
			(m3/s)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m/m)	(m/s)	(m2)	(m)	
Perfil	400.2*	Caudal	30.00	4.00	5.09		5.35	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	395.21*	Caudal	30.00	3.95	5.04		5.30	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	390.22*	Caudal	30.00	3.90	4.99		5.25	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	385.23*	Caudal	30.00	3.85	4.94		5.20	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	380.24*	Caudal	30.00	3.80	4.89		5.15	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	375.25*	Caudal	30.00	3.75	4.84		5.10	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	370.26*	Caudal	30.00	3.70	4.79		5.05	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	365.27*	Caudal	30.00	3.65	4.74		5.00	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	360.28*	Caudal	30.00	3.60	4.69		4.95	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	355.29*	Caudal	30.00	3.55	4.64		4.90	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	350.3*	Caudal	30.00	3.50	4.59		4.85	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	345.31*	Caudal	30.00	3.45	4.54		4.80	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	340.32*	Caudal	30.00	3.40	4.49		4.75	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	335.33*	Caudal	30.00	3.35	4.44		4.70	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	330.34*	Caudal	30.00	3.30	4.39		4.65	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	325.35*	Caudal	30.00	3.25	4.34		4.60	0.001000	2.26	13.29	14.37	0.75
Perfil	320.36*	Caudal	30.00	3.20	4.29		4.55	0.001000	2.26	13.29	14.37	0.75

Total flow in cross section.

Profile Output Table - Standard Table 1												
HEC-RAS Plan:												Reload Data
Reach	River Sta	Profile	Q Total	Min Ch El	W.S. Elev	Crit W.S.	E.G. Elev	E.G. Slope	Vel Chnl	Flow Area	Top Width	Froude # Chl
			(m3/s)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m/m)	(m/s)	(m2)	(m)	
Perfil	90.8200*	Caudal	30.00	0.90	1.99		2.25	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	85.8300*	Caudal	30.00	0.85	1.94		2.20	0.001000	2.26	13.29	14.37	0.75
Perfil	80.8400*	Caudal	30.00	0.80	1.89		2.15	0.001000	2.26	13.29	14.37	0.75
Perfil	75.8499*	Caudal	30.00	0.75	1.84		2.10	0.001000	2.26	13.29	14.36	0.75
Perfil	70.8599*	Caudal	30.00	0.70	1.79		2.05	0.001000	2.26	13.29	14.36	0.75
Perfil	65.87*	Caudal	30.00	0.65	1.74		2.00	0.001001	2.26	13.29	14.36	0.75
Perfil	60.88*	Caudal	30.00	0.60	1.69		1.95	0.001001	2.26	13.29	14.36	0.75
Perfil	55.8900*	Caudal	30.00	0.55	1.64		1.90	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	50.9000*	Caudal	30.00	0.50	1.59		1.85	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	45.9099*	Caudal	30.00	0.45	1.54		1.80	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	40.9199*	Caudal	30.00	0.40	1.49		1.75	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	35.93*	Caudal	30.00	0.35	1.44		1.70	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	30.94*	Caudal	30.00	0.30	1.39		1.65	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	25.9500*	Caudal	30.00	0.25	1.34		1.60	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	20.9600*	Caudal	30.00	0.20	1.29		1.55	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	15.9699*	Caudal	30.00	0.15	1.24		1.50	0.001000	2.26	13.30	14.37	0.75
Perfil	10.9799*	Caudal	30.00	0.10	1.19		1.45	0.001000	2.26	13.29	14.37	0.75

Total flow in cross section.

Fuente: elaboración propia.

Si se analizan estos datos con los calculados con el método de paso directo, los valores son muy acertados. También se puede apreciar que la profundidad normal calculada por el *software* fue de 1.09 m que es exactamente la misma calculada por la ecuación de Manning. El régimen de flujo aguas abajo en el canal arrojó un número de Froude de 0.75, el cual está en régimen subcrítico, como se había realizado anteriormente en el análisis del canal.



REFERENCIAS

- Aguirre, J. (1998). *Hidráulica de canales*. Centro Interamericano de Desarrollo e Investigación Ambiental y Territorial.
- Akan, A. y Hager, W. (2001). Design aid for grass-lined channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, 127(3), 236-237.
- Akan, O. (2006). *Open Channel Hydraulics*. Elsevier.
- Ben Chei Yen. (Jan de 2002). Open Channel Flow Resistance. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(1), 20-39.
- Cao, Z. (2006). Flow Resistance and Momentum Flux in Compound Open Channels. *Journal of Hydrologic Engineering*, 132(12), 1272-1289.
- Chaudhry, M. (2008). *Flow Open Channel*. Springer Science+Business Media.
- Chow, V. (1994). *Hidráulica de canales abiertos*. McGRAW-HILL.
- Cowan, W. (1956). Estimating Hydraulic Roughness Coefficients. *Agricultural Engg*, 37(7), 473-475.
- Duarte, C. (2016). *Introducción a la hidráulica de canales*. Universidad Nacional de Colombia.

- Fortier, S. y Scobey, F. (1926). Permissible canal velocities. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, (89), 940-95).
- Gallardo, R., Jaramillo, H. y Gómez, J. (2020). *Conceptos básicos de mecánica de fluidos e hidráulica*. ECOE Ediciones; Universidad Francisco de Paula Santander.
- Henderson, F. (1966). *Open Channel Flow*. Macmillan Publishing Co.
- Indian Standard. (2000). *Criteria for design of lined canal and guidance for selection of tipe of lining*. Indian Standard Institution.
- Jain, S. (2001). *Open-Channel Flow*. John Wiley & Sons, Inc.
- Knapp, R. (1949). *Desing of Channel Curves for Supercritical Flow*. Proceedings A.S.C.E.
- Knight, D. y Shiono, K. (1996). Flood Plain Processes. En M, Anderson, D, Walling y P, Bates (Eds.). *River Channel and Flood Plain Hydraulics*. John Wiley & Sons.
- Lane, E. (1955). *Stable Channel Design*. Trans. Amer. Soc. of Civil Engrs.
- Mehrotra, S. (1983). Permissible Velocity Correction Factors. *Journal Hydraulic Engineering*, 109(2), 305-308.
- Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio (Minvivienda). (2012). *Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico: TÍTULO D*. Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio.
- Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio (Minvivienda). (2017). *Reglamento Técnico del Sector de Agua Potable y Saneamiento Básico - RAS*. <https://www.minvivienda.gov.co/viceministerio-de-agua-y-saneamiento-basico/reglamento-tecnico-sector/reglamento-tecnico-del-sector-de-agua-potable-y-saneamiento-basico-ras>
- Moody, L. (1944). Friction Factors for Pipe Flow. *Transactions of the ASME*, (66), 671-684.
- Richardson, E. y Richardson, J. (1999). Determining contraction scour. En *Stream and scour at highway bridges* (pp. 483-491). ASCE.
- Rouse, H. (1936). Discharge characteristics of the free overfall. *Civil Engineering*, 6(7), 257-260.
- Rouse, H. e Ince, S. (1963). *History of Hydraulics*. Dover Publications.
- Sánchez, J. (2017). *Manual introductorio a HEC-RAS*. <http://docplayer.es/54082310-Manual-introductorio-a-hec-ras.html>

- Sturm, T. (2001). *Open Channel Hydraulics*. McGraw-Hill Book Co.
- Suárez, J. (2001). *Control de erosión en zonas tropicales*. Universidad Industrial de Santander.
- Subramanya, K. (2009). *Flow in open channel*. Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited.
- Townson, J. (1991). *Free-Surface Hydraulics*. Unwin Hyman.
- U. S. Bureau of Reclamation. (1973). *Design of Small Dams*. CO.
- United States Army Corps of Engineers. (1982). *HEC-2, Water Surface Profiles*. Hydrologic Engineering Center.
- United States Army Corps of Engineers. (2002). *HEC-RAS River Analysis System*. Hydrologic Engineering Center.
- Villón, M. (2007). *Hidráulica de Canales*. Ediciones Villón.
- Woodward, S. (1920). *Hydraulics og the Miami flood control project*. Conservancy Dist. Tech. Repts.



ANEXO

Hoja electrónica N.º 1 para cálculo de canales en flujo uniforme y flujo gradualmente variado. La hoja de cálculo se puede descargar en el siguiente enlace:

<https://grupo-de-investigacion-gigma.webnode.com.co/software/>

HIDRÁULICA DE CANALES, ANÁLISIS DEL FLUJO UNIFORME Y DEL FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

Hidráulica de canales, análisis del flujo uniforme y del flujo gradualmente variado trata de establecer las conceptualizaciones base de los conocimientos sobre hidráulica, teniendo en cuenta los diversos tipos de flujo. Además, da continuidad al libro *Hidráulica de canales. Principios fundamentales*.

La obra está diseñada como un libro de referencia que contiene varios ejercicios de aplicación: analiza la hidráulica de los canales abiertos realizando ejercicios de aplicación de canales con flujo permanente y flujo gradualmente variado; en el caso de la hidráulica de canales abiertos, el flujo uniforme permanente es esencial, donde las características hidráulicas del flujo (caudal, velocidad media, tirante, entre otras) en una sección del canal permanecen constantes con respecto al tiempo. Por otro lado, se encuentra el flujo gradualmente variado, también permanente, cuya profundidad varía gradualmente a lo largo de la longitud del canal para un caudal dado.

Dirigido principalmente a ingenieros civiles, ingenieros ambientales y profesionales de las disciplinas que abarquen los temas sobre la ciencia que estudia el movimiento del agua.



Universidad Francisco
de Paula Santander
Vigilada Mineducación



Universidad Francisco
de Paula Santander
Ocaña - Colombia
Vigilada Mineducación

Incluye

- ▶ Una estructura básica entendible a todos los niveles académicos.
- ▶ Explicación concreta de las dimensiones sobre la hidráulica.
- ▶ Los fundamentos básicos de hidráulica.
- ▶ Bases para una ampliación en los diferentes campos del saber.

Nelson Javier Cely Calixto

Ph. D. (c) en Ingeniería Sanitaria y Ambiental de la Univalle (Cali), magíster en Obras Hidráulicas de la ULA (Venezuela) o Recursos Hídricos (Colombia), especialista en Agua y Saneamiento Ambiental de la UMB (Bogotá) e Ingeniero Civil de la UFPS. Profesor asistente de la Facultad de Ingeniería Civil de la UFPS (Cúcuta). Investigador Junior del grupo de investigación Hydros – MinCiencias. Autor de artículos, ponente en eventos nacionales e internacionales y consultor con experiencia de más de 16 años en proyectos de ingeniería hidráulica y sanitaria.

Romel Jesús Gallardo Amaya

Magíster en Geotecnia de la UIS, especialista en Práctica Docente Universitaria de la UFPSO, especialista en Ingeniería Ambiental e Ingeniero Civil de la UIS. Profesor asociado del Departamento de Ingeniería Civil de la UFPSO, donde ha desempeñado cargos como jefe de la división de posgrados y educación continuada, decano de la Facultad de Ingeniería, director del Departamento de Ingeniería Civil, coordinador del Programa de Ingeniería Civil, coordinador de la Especialización en Interventoría de Obras Civiles y de la Maestría en Construcción. Director del grupo de investigación GIGMA, categoría B, e investigador asociado según clasificación de MinCiencias.

Gustavo Guerrero Gómez

Magíster en Sistemas Energéticos Avanzados de la UDES, especialista en Práctica Docente Universitaria de la UFPSO e Ingeniero Mecánico de la UFPS. Profesor asociado de la UFPSO. Ha desempeñado cargos como coordinador del Plan de Estudios de Ingeniería Mecánica, jefe de Departamento Ingeniería Mecánica y coordinador de Bienestar Universitario de la UFPSO. Autor de artículos y ponente en eventos nacionales e internacionales. Miembro del grupo de investigación GITYD de la UFPSO, categoría A.



e-ISBN 978-958-503-547-8