

Análisis de curvas de Covid-19 en Colombia utilizando ajuste por mínimos cuadrados

Analysis of Covid-19 curves in Colombia using least squares adjustment Julián

Luis Eduardo Ramírez Carvajal¹

Karla Cecilia Puerto López²

Germán Luciano López Barrera³

DOI: <https://doi.org/10.18041/1909-2458/ingeniare.29.7434>

RESUMEN

Este artículo presenta un análisis de curvas de Covid-19 en Colombia utilizando ajuste por mínimos cuadrados. Tomados los datos de contagios, recuperados y fallecidos de Covid-19 en Colombia, entre marzo y abril, se realizó un modelamiento. Mediante la suma de los datos de mayo, junio y julio se llevó a cabo un segundo modelamiento. También se realizaron predicciones que fueron comparadas con los datos reales de la pandemia a fin de validar el pronóstico. Finalmente, se realizó un tercer modelamiento sumando los datos del mes de agosto y se realizaron predicciones para septiembre. Los coeficientes de determinación de los primeros dos modelamientos estuvieron en un rango entre 0,7124 y 0,9985, y en el tercer modelamiento entre 0,9524 y 0,9955. Finalmente, se concluye que el Covid-19 en Colombia ha seguido los pronósticos establecidos por los modelos más acertados de este estudio con errores inferiores al 7 %; de seguir así, se espera una mitigación de la pandemia para inicios de septiembre, pero un aumento de contagios para finales del mismo mes. Se recomienda guardar los protocolos de bioseguridad establecidos por el Gobierno y reforzar las medidas de prevención en caso de presenciar el inicio de este aumento a mediados de septiembre.

Palabras claves: Análisis; Ajuste de curvas; Modelamiento; Covid-19; Mínimos cuadrados.

ABSTRACT

This paper presents a curve analysis of Covid-19 in Colombia using least squares fitting. Data on Covid-19 infections, recoveries and deaths in Colombia between March and April were modeled. Adding the data from May, June and July, a second modeling was performed. Predictions were made and compared with actual pandemic data to validate the forecast. Finally, a third modeling was performed, summing the data for the month of August, and predictions were made for September. The coefficients of determination for the first two modelings ranged between 0.7124 and 0.9985, and for the third modeling between 0.9524 and 0.9955. Finally, it is concluded that Covid-19 in Colombia has followed the forecasts established by the most accurate models of this study with errors lower than 7%; if this continues, a mitigation of the pandemic is expected by the beginning of September, but an increase in infections by the end of September. It is recommended to follow the biosecurity protocols established by the government and to resume mandatory isolation in case of witnessing the beginning of the increase in mid-September.

Keywords: Analysis; Curve fitting; Modeling; C-19; Least squares.



Como citar este artículo: J. Santoyo Díaz y K. Serrano Medina, Análisis de curvas de Covid-19 en Colombia utilizando ajuste por mínimos cuadrados, *ingeniare*, vol. 2, n.º 29, dic. 2020.

1. Ingeniero Electrónico. Universidad Francisco de Paula Santander, San José de Cúcuta, Colombia, Correo: luiseduardorc@ufps.edu.co

2. Magíster en Ingeniería de Telecomunicaciones, Orcid: 0000-0003-3749-676X, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia, Correo: karfaceciliapl@ufps.edu.co

3. Maestría en ciencias en biotecnología genómica, Universidad Francisco de Paula Santander, San José de Cúcuta, Colombia.

1. INTRODUCCIÓN

Desde el momento en el que la Organización Mundial de la Salud declaró la pandemia generada por el Covid-19 como una emergencia de salud pública de carácter internacional [1], diversos investigadores [2], [3], [4] y [5] enfocaron su atención en el análisis de la pandemia desde un punto de vista matemático y estadístico. La estadística ha sido muy importante en la historia de la humanidad. Así, por ejemplo, científicos como Rudolf Clausius, James Clerk Maxwell y, de manera muy especial, Ludwig Boltzmann, realizaron sus aportes en el siglo XIX [6]. Estos aportes, junto con los de otros científicos, han sido la base teórica para llevar a cabo diversas investigaciones, como las hechas por Flórez y Laguado [7] en dinámica de fluidos computacional, la de Plaza [8] en el modelado de fenómenos físicos y naturales, o la de Vera, Delgado y Sepúlveda [9] en el modelado matemático de un panel solar.

Utilizar ajuste de curvas por mínimos cuadrados es un método de modelado no lineal [10]. Desarrollar este método de manera computacional es acertado, ya que las herramientas tecnológicas han sido fundamentales en el avance de la ciencia en diferentes áreas del conocimiento tales como la electrónica [11], la visión artificial [12], la termodinámica [13] o, incluso, en contextos educativos [14], [15] y [16]. Lo anterior si se tiene en cuenta que estas permiten en poco tiempo efectuar comparaciones que llevan a la correcta elección de un modelo adecuado que describa los datos, así como nos proporciona elementos de juicio suficientes para la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre [17].

2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Se consultaron fuentes sobre estadística [18], [19] y métodos numéricos [10] con el propósito de establecer los modelos adecuados para describir las curvas de la pandemia (contagios, recuperados y fallecidos por día) y realizar un pronóstico utilizando ajuste de curvas, ya que este método ha demostrado ser relevante en el estudio de la pandemia [3].

2.1 Modelo matemático

Un modelo matemático es una expresión que describe las características esenciales de un sistema físico o de un proceso. Por lo general, se representa mediante una función de la forma: variable dependiente = f (variables independientes, parámetros, funciones de fuerza).

Los modelos utilizados en la investigación se observan en la Tabla 1. Estos describen el comportamiento de la pandemia teniendo en cuenta que en otros países donde se presentaron los efectos del Covid primero que en Colombia esta ha demostrado ser una curva ascendente en el comienzo con un comportamiento exponencial y, al presentar un pico, desciende de la misma forma [4].

Tabla 1. Modelos matemáticos usados en la investigación

Modelo	Expresión matemática
Exponencial	$f(x) = ae^{bx} + be^{dx} + c$
Polinómico	$f(x) = P_1x^n + \dots + P_3x^2 + P_4x + P_5$
Potencial	$f(x) = ax^b + c$
Gaussiano	$f(x) = a_1e^{\left(\frac{x-b_1}{c_1}\right)^2} + a_2e^{\left(\frac{x-b_2}{c_2}\right)^2} + \dots + a_n e^{\left(\frac{x-b_n}{c_n}\right)^2}$

Fuente: elaboración propia.

2.2 Ajuste de curvas

El modelamiento matemático consiste en tomar una serie de datos de un sistema, fenómeno físico o proceso y ajustar una curva (exponencial, gaussiana, logarítmica, etc.) que describa dicho comportamiento de manera aproximada. Es común que los datos se den como valores discretos a lo largo de un continuo. Sin embargo, quizá se requiera la estimación de un punto entre valores discretos. Una manera de hacerlo es calcular valores de la función en un número discreto de valores en el intervalo de interés. Después, se obtiene una función más simple para ajustar dichos valores. Estas dos aplicaciones se conocen como ajuste de curvas.

Existen dos métodos generales para el ajuste de curvas que se distinguen entre sí al considerar la cantidad de error asociado con los datos. Primero, si los datos exhiben un grado significativo de error o “ruido”, la estrategia será obtener una sola curva que represente la tendencia general de los datos. Dado que cualquier dato individual puede ser incorrecto, no se busca intersecar todos los puntos. En lugar de esto, se construye una curva que siga la tendencia de los puntos tomados como un grupo. Un procedimiento de este tipo se denomina “regresión por mínimos cuadrados”.

En la Figura 1 se pueden observar tres diferentes ajustes de curva a 10 puntos.

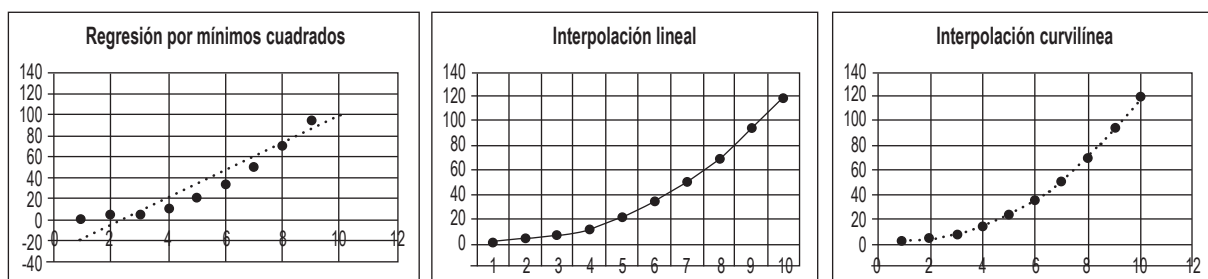


Figura 1. Tres tipos de ajuste de curva

Fuente: elaboración propia.

2.3 Coeficiente de determinación

Se conoce como coeficiente de determinación r cuadrado (r^2). Es una proporción que evidencia **la exactitud del ajuste de un modelo a la variable que pretende explicar**. Varía entre 0 y 1. Cuanto más cerca de 1 se sitúe su valor, mayor será el ajuste del modelo y cuanto más cerca de cero menos ajustado estará el modelo y menos acertado será.

El r cuadrado ajustado (o coeficiente de determinación ajustado) se utiliza para evidenciar el nivel de efectividad que tienen las variables independientes al explicar la variable dependiente. Este coeficiente nos dice qué porcentaje de variación de la variable dependiente es explicado colectivamente por todas las variables independientes.

Se usa porque al añadir variables a una regresión el coeficiente de determinación sin ajustar tiende a aumentar, aunque la contribución de cada una de las nuevas variables añadidas no tenga relevancia estadística y se puede sobreestimar el modelo [20].

3. METODOLOGÍA

En la Figura 2 se puede observar la metodología descriptiva y aplicada utilizada en la investigación.

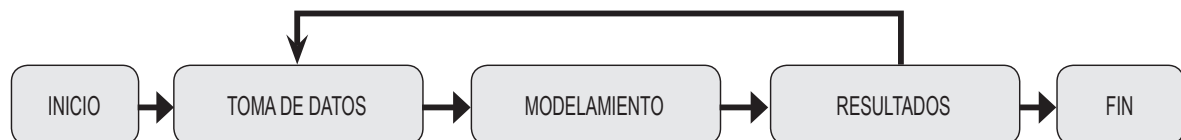


Figura 2. Metodología utilizada en la investigación

Fuente: elaboración propia.

Los datos fueron tomados del sitio web oficial del Instituto Nacional de Salud [21], con los cuales se realizaron tres modelamientos.

3.1 Modelos marzo-abril

Se realizaron cuatro modelos de contagios, cuatro modelos de recuperados y cuatro modelos de fallecidos de los meses de marzo y abril. Asimismo, se ajustaron curvas de pronóstico para predecir el comportamiento del Covid-19 en mayo y se compararon los resultados con el comportamiento real de la pandemia.

3.2 Modelos marzo-julio

Se realizaron cuatro modelos de contagios, cuatro modelos de recuperados y cuatro modelos de fallecidos de los meses de marzo a julio y se ajustaron curvas de pronóstico para predecir el comportamiento del Covid-19 en agosto, así como se compararon los resultados con el comportamiento real de la pandemia.

3.3 Modelos marzo-agosto

Finalmente, se realizaron dos modelos gaussianos con los datos de marzo a agosto teniendo en cuenta que el Gobierno colombiano inició una etapa de aislamiento preventivo [21]. Un modelo pronostica aumento de contagios y el otro mitigación. Se ajustaron curvas de pronóstico y se realizaron predicciones para septiembre.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Tabla 2 se observan los coeficientes de determinación r^2 ajustado de los modelos exponencial, polinómico, potencial y gaussiano para contagios (Con), recuperados (Rec) y fallecidos (Fall) de los primeros dos modelamientos.

Tabla 2. Coeficientes de determinación marzo-abril y marzo-julio

Modelos	Modelos marzo-abril			Modelos marzo-julio		
	R ² Con	R ² Rec	R ² Fall	R ² Con	R ² Rec	R ² Fall
Exponencial	0,7534	0,8260	0,7124	0,9655	0,9985	0,9892
Polinómico	0,7875	0,8753	0,7495	0,9644	0,9353	0,9895
Potencial	0,7815	0,8769	0,7505	0,9655	0,9350	0,9883
Gaussiano	0,8487	0,8943	0,8396	0,9804	0,9866	0,9902

Fuente: elaboración propia.

Cómo se observa en la Tabla 2, el modelo que mejor se ajustó, de acuerdo con el r cuadrado ajustado, fue el gaussiano. Para este modelo se obtuvieron los resultados que se observan en la Tabla 3.

Tabla 3. Resultados de modelos mejor ajustados de marzo a abril y marzo a julio

Modelos gaussianos	Modelos marzo-abril			Modelos marzo-julio		
	Con	Rec	Fall	Con	Rec	Fall
r ²	0,8689	0,8978	0,861	0,9814	0,9873	0,9907
r ² ajustado	0,8487	0,8943	0,8396	0,9804	0,9866	0,9902
SSE	77180	8915	306,9	19060000	4908000	11370
RMSE	38,3	12,4	2,429	363,8	184,6	8,886

Fuente: elaboración propia.

El modelo con mejor ajuste entre marzo y abril fue la curva gaussiana de recuperados, descrita por la siguiente ecuación:

$$f(x) = 95,57e^{-\left(\frac{x-58,56}{23,65}\right)^2} \quad (1)$$

En la Figura 3 se puede observar la gráfica de residuos de dicho modelado.

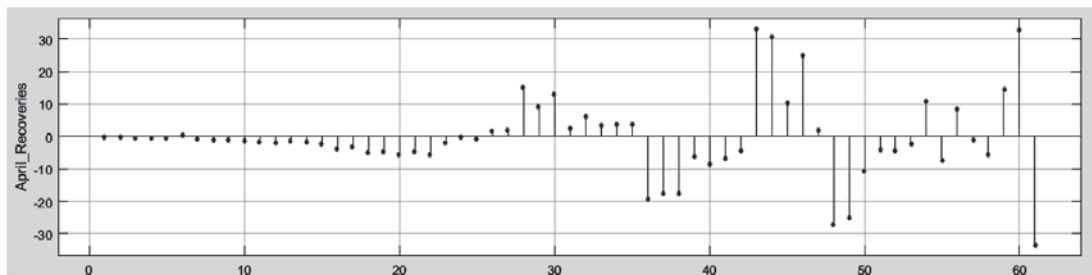


Figura 3. Gráfica de residuos para modelamiento gaussiano de recuperados con los datos de marzo a abril

El modelo con mejor ajuste entre marzo y julio fue la curva gaussiana de fallecidos, descrita por la siguiente ecuación:

$$f(x) = 48,39e^{-\left(\frac{x-151,7}{0,6024}\right)^2} + 12,02e^{-\left(\frac{x-140,9}{6,909}\right)^2} + 392,4e^{-\left(\frac{x-190,9}{70,34}\right)^2} \quad (2)$$

En la Figura 4 se puede observar la gráfica de residuos de dicho modelado.

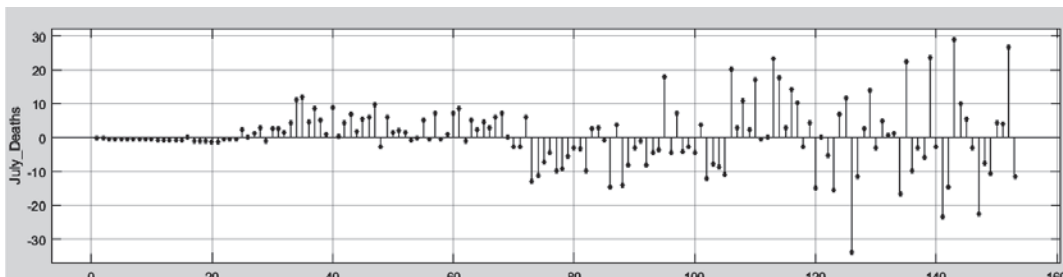


Figura 4. Gráfica de residuos para modelamiento gaussiano de fallecidos con los datos de marzo a julio

En la Tabla 4 se observan los coeficientes de determinación r^2 ajustado de las dos curvas gaussianas de contagios, recuperados y fallecidos para el tercer modelamiento. Una curva pronostica aumento de los efectos de la pandemia y la otra pronostica mitigación.

Tabla 4. Coeficientes de determinación marzo-agosto

Modelos	Modelos marzo-agosto		
	R ² Contagios	R ² Recuperados	R ² Fallecidos
Gaussiano 1-Aumento	0,9686	0,9955	0,9798
Gaussiano 2-Mitigación	0,9599	0,9911	0,9524

Fuente: elaboración propia.

El modelo con mejor ajuste fue el gaussiano 1, que pronostica un aumento de los efectos de la pandemia para el mes de septiembre. Dicho modelo tuvo los resultados que se observan en la Tabla 5.

Tabla 5. Resultados del modelo gaussiano 1

Datos	Con	Rec	Fall
r ²	0,9715	0,9958	0,9966
r ² ajustado	0,9686	0,9955	0,9964
SSE	82880000	21810000	8527
RMSE	706,6	246,5	6,981

Fuente: elaboración propia.

El modelo con mejor ajuste fue la curva gaussiana de fallecidos que está representada por la siguiente ecuación:

$$f(x) = 208,4e^{-\left(\frac{x-1,082}{0,02307}\right)^2} + 192,3e^{-\left(\frac{x-1,13}{1,013}\right)^2} + 113,14e^{-\left(\frac{x-1,271}{0,4691}\right)^2} \tag{3}$$

En la Figura 5 se observa la gráfica de residuos de dicho modelado.

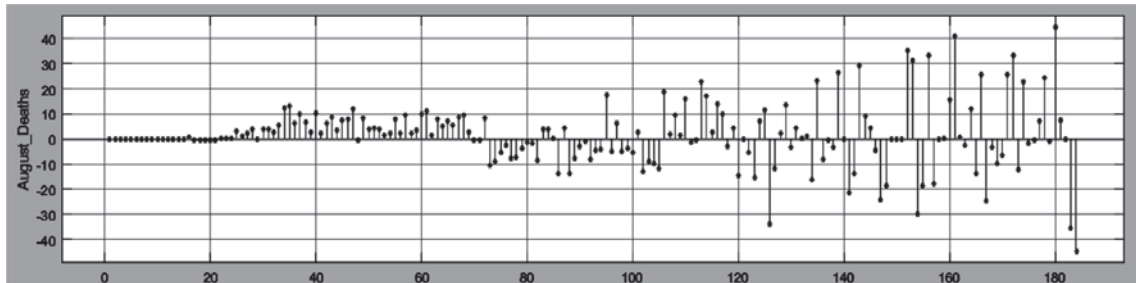


Figura 5. Gráfica de residuos para modelamiento gaussiano de fallecidos con los datos de marzo a agosto

4.1 Pronóstico vs. datos reales, modelos de marzo a abril

En la Figura 6 se pueden observar las curvas de pronóstico para contagios, en la Figura 7 para recuperados y en la Figura 8 para fallecidos después de hacer el ajuste a mayo.

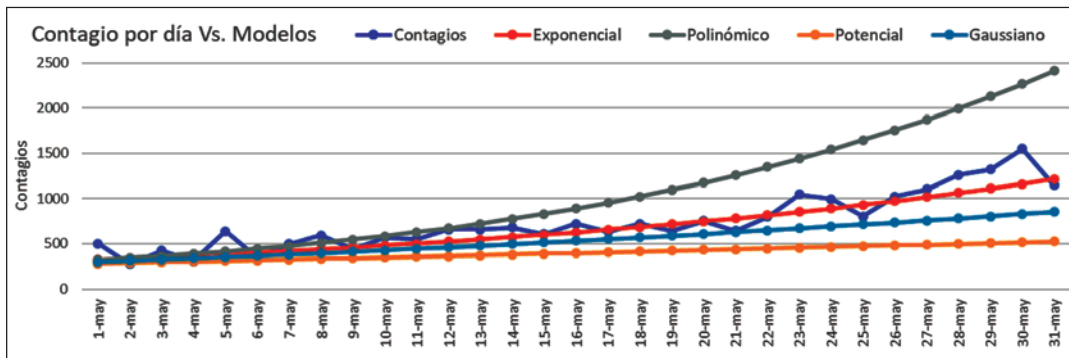


Figura 6. Modelos de contagios marzo-abril, pronósticos para mayo

Fuente: elaboración propia.

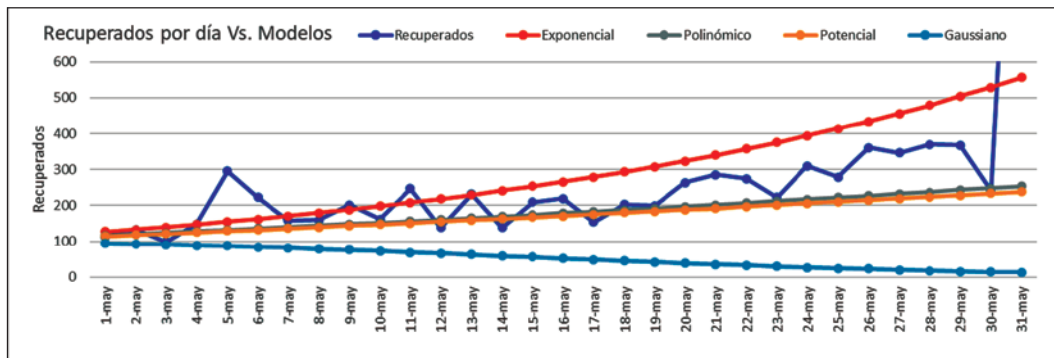


Figura 7. Modelos de recuperados marzo-abril, pronósticos para mayo

Fuente: elaboración propia.

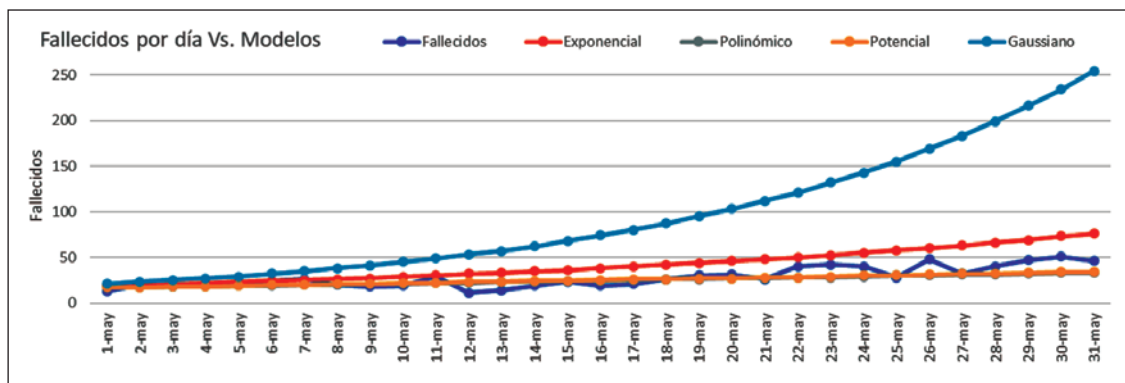


Figura 8. Modelos de fallecidos marzo-abril, pronósticos para mayo

Fuente: elaboración propia.

Las gráficas evidencian que el modelo más acertado en contagios y recuperados fue el exponencial, mientras que para fallecidos fue el potencial. Esto se puede ver en la Tabla 6, en la cual se muestran los errores para el pronóstico de contagios, recuperados y fallecidos acumulados para el 31 de mayo.

Tabla 6. Errores en pronóstico de mayo

Fecha	Contagios	Exp	Error%	Pol	Error%	Pot	Error%	Gauss	Error%
31-may	29 383	27 357	6,90%	39300	33,75%	18860	35,81%	23553	19,84%
Recuperados									
31-may	10 745	11 448	6,54%	7857	26,88%	7615	29,13%	3920	63,52%
Fallecidos									
31-may	1222	1657	35,60%	1124	8,02%	1153	5,65%	3315	171,28%

Fuente: elaboración propia.

4.2 Pronóstico vs. datos reales, modelos de marzo a julio

En la Figura 9 se puede observar las curvas de pronóstico para contagios, en la Figura 10 para recuperados y en la Figura 11 para fallecidos después de hacer el ajuste a agosto.

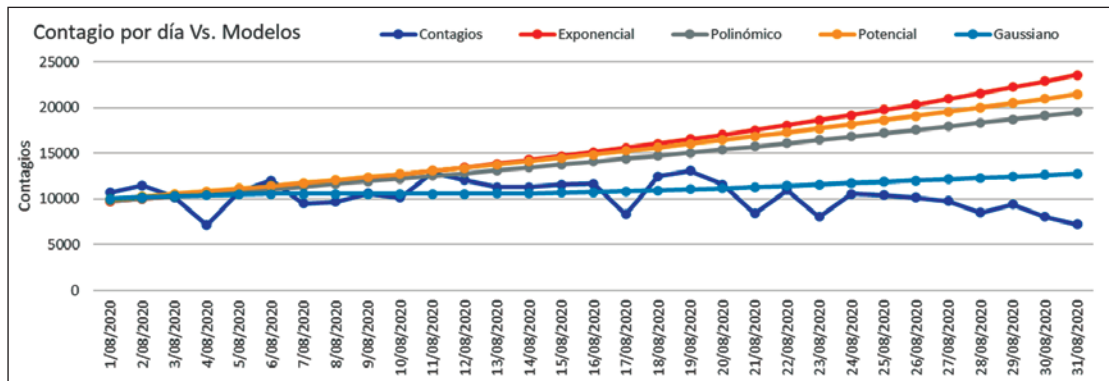


Figura 9. Modelos de contagios marzo-julio, pronósticos para agosto

Fuente: elaboración propia.

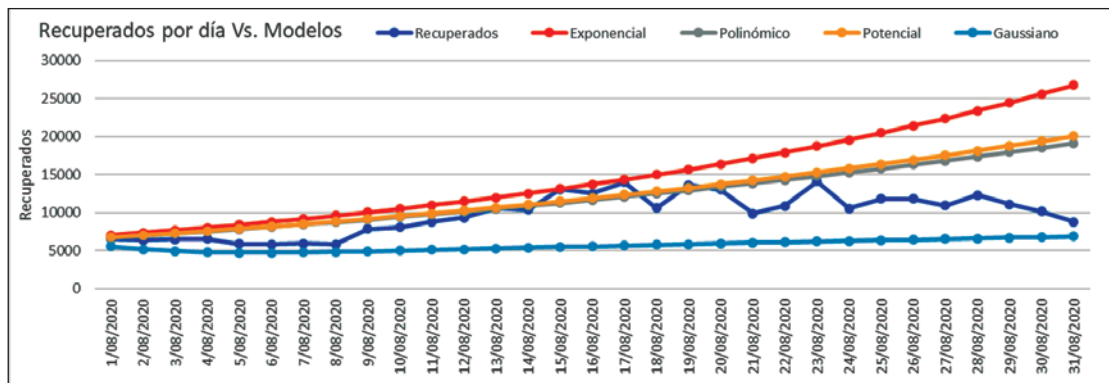


Figura 10. Modelos de recuperados marzo-julio, pronósticos para agosto

Fuente: elaboración propia.

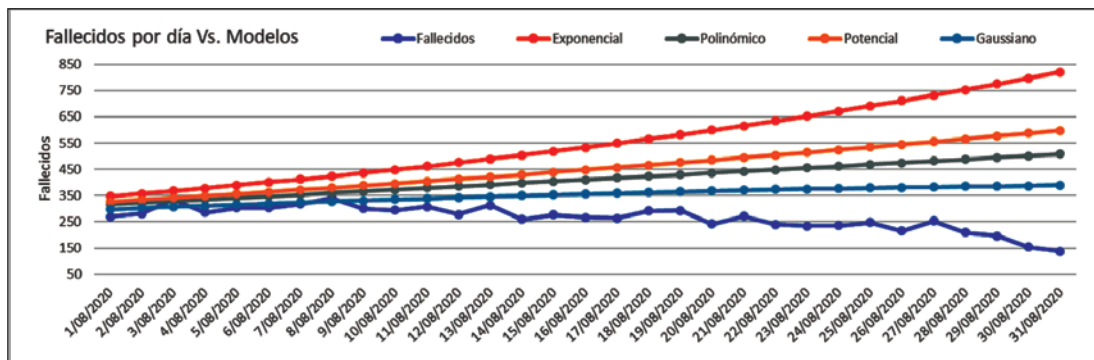


Figura 11. Modelos de fallecidos marzo-julio, pronósticos para agosto

Fuente: elaboración propia.

Las gráficas evidencian que el modelo más acertado en contagios y fallecidos fue el gaussiano, y para recuperados el polinómico. Esto se puede ver en la Tabla 7, en la que se muestran los errores para el pronóstico de contagios, recuperados y fallecidos acumulados para el 31 de agosto.

Tabla 7. Errores en pronóstico de agosto

Fecha	Contagios	Exp	Error%	Pol	Error%	Pot	Error%	Gauss	Error%
31-ago	615168	806112	31,04 %	73 7691	19,92 %	765933	24,51%	638825	3,85 %
Recuperados									
31-ago	459487	614949	33,83 %	531 496	15,67 %	541863	17,93 %	331897	27,77 %
Fallecidos									
31-ago	20037	28877	44,12 %	24 088	20,22 %	25396	26,75 %	22151	10,55 %

Fuente: elaboración propia.

4.3 Modelos marzo-agosto

En la Figura 12 se pueden observar las curvas de pronóstico para contagios, en la Figura 13 para recuperados y en la Figura 14 para fallecidos después de hacer el ajuste y pronosticar el comportamiento de la pandemia en septiembre.

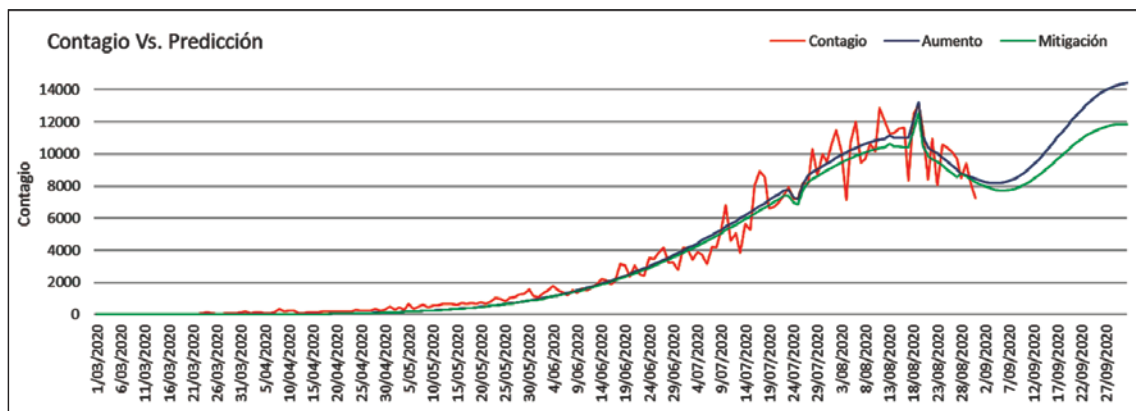


Figura 12. Modelos de contagios de marzo-agosto, pronósticos para septiembre

Fuente: elaboración propia.

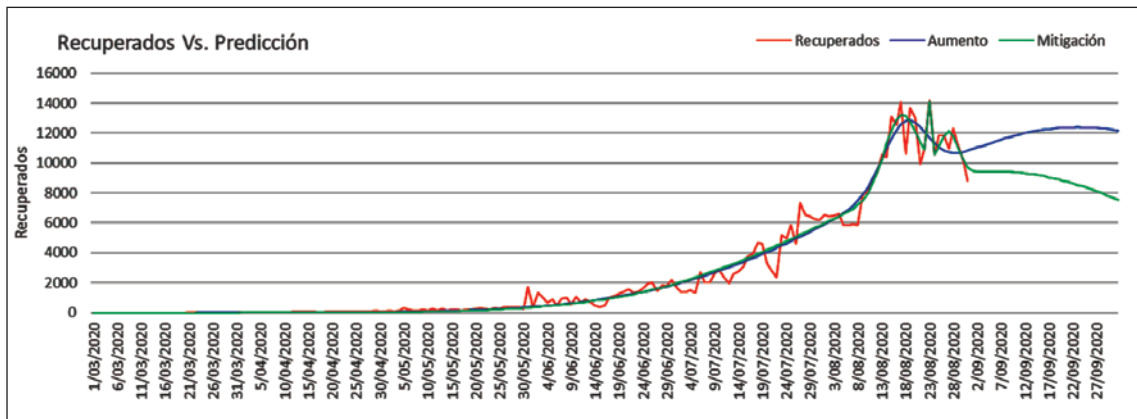


Figura 13. Modelos de recuperados de marzo-agosto, pronósticos para septiembre

Fuente: elaboración propia.

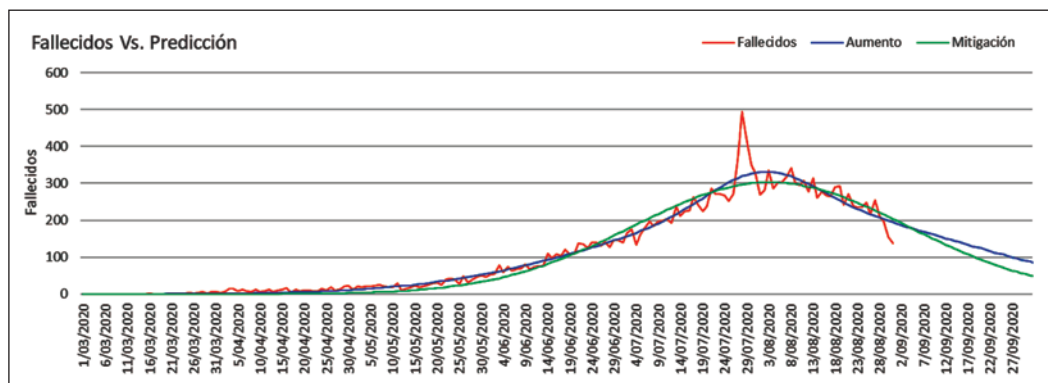


Figura 14. Modelos de fallecidos de marzo-agosto, pronósticos para septiembre

Fuente: elaboración propia.

En las gráficas anteriores se observa el comportamiento real de la pandemia en color naranja y dos modelamientos gaussianos que permiten pronosticar dos comportamientos diferentes para septiembre. Un pronóstico de un posible aumento de contagios y un pronóstico de una posible mitigación de la pandemia.

En la Tabla 8 se observan algunos pronósticos para fechas específicas del mes de septiembre.

Tabla 8. Pronósticos de septiembre

Fecha	Contagio acumulado		Recuperados acumulados		Fallecidos acumulados	
	Aumento	Mitigación	Aumento	Mitigación	Aumento	Mitigación
1/09/2020	609943	584178	464637	466196	20065	19475
12/09/2020	703706	690746	591647	569482	21922	21261
30/09/2020	926196	862343	812944	724542	24060	22848

Fuente: elaboración propia.

5. CONCLUSIONES

Los coeficientes de determinación mostraron la exactitud de los modelos al describir el comportamiento de las curvas y ser el modelo gaussiano el que mejor ajuste tuvo.

Contar con diferentes modelos no lineales permite elaborar un análisis más acertado, ya que se cuenta con diferentes formas de evaluación del comportamiento de la pandemia.

Este estudio es relevante en comparación con otros modelamientos de la pandemia, si se tiene en cuenta que se realizó de manera sistemática. Esto al tomar primero cuatro modelos con solo los datos de dos meses [22]. Luego se ajustaron y seleccionaron los modelos adecuados para un segundo modelamiento, con la suma de más datos de los meses posteriores. Se validó el proceso con los datos reales mediante el cálculo de error en el pronóstico, el cual fue siempre inferior a 7 %; finalmente, se realizó un último pronóstico en el que se le sumaron los datos del mes de agosto.

Los pronósticos realizados para el mes de septiembre evidencian que si los contagios aumentan se puede llegar a presentar un pico mucho mayor que el primero. Se podría llegar a tener más de novecientos mil contagios y se podrían superar las veinticuatro mil muertes, por tanto, se recomienda a los ciudadanos acatar estrictamente los protocolos de bioseguridad establecidos por el Gobierno. A las autoridades se les sugiere, en caso de aumento de contagios a mediados de septiembre, reforzar las medidas de prevención con el fin de evitar un pico más alto que el primero a finales de mes.

REFERENCIAS

- [1] W. H. Organization, "Coronavirus disease 2019 (COVID-19): situation report—30", 2020.
- [2] F. G. Manrique Abril, C. A. Agudelo Calderón, V. M. Gonzales Chordá, O. Gutiérrez Lesmes, C. F. Téllez Piñeres y G. Herrera Amaya, "Modelo SIR de la pandemia de Covid-19 en Colombia", *Sal. Púb.*, vol. 22, n.º 2, pp. 1-9, mar. 2020.

- [3] J. A. Obando Bastidas, A. P. Peña Pita, L. N. Obando Vargas y A. Franco Montenegro, "Importancia de los modelos de regresión no lineales en la interpretación de datos de la Covid-19 en Colombia", *Rev. Hab. Cien. Méd.*, vol. 19, 2020.
- [4] D. Ortega Lenis, D. Arango Londoño, E. Muñoz, D. E. Cuartas, D. Caicedo, J. Mena, M. Torres y F. Mendez, "Predicciones de un modelo SEIR para casos de Covid-19 en Cali, Colombia", *Sal. Púb.*, vol. 22, n.º 2, ab. 2020.
- [5] J. E. Díaz Pinzón, "Precisión del pronóstico de la propagación del Covid-19 en Colombia" *Rep. Med. y Cir.*, vol. 29, n.º 1, 2020.
- [6] R. Guzman y J. A. Cervera, "La mecánica estadística: sus orígenes y sus paradojas a la luz de los escritos de Paul y Tatiana Ehrenfest", *ILUIL*, vol. 29, pp. 331-356, 2006.
- [7] E. G. Florez Serrano y R. I. Laguado Ramírez, "Simulación bidimensional del flujo de convección libre en un cavidad cuadrada utilizando el método de la ecuación de Boltzmann en redes" *Ing. Univ.*, vol. 15, n.º 2, 2011.
- [8] L. F. Plaza Gálvez, "Modelación matemática en ingeniería", *IE Rev. Inv. Ed. REDIECH*, vol. 7, n.º 13, 2016.
- [9] Á. G. Vera Dávila, J. C. Delgado Ariza y S. B. Sepulveda Mora, "Validación del modelo matemático de un panel solar empleando la herramienta Simulink de Matlab", *Rev. Inv., Des. e Inn.*, vol. 8, n.º 2, 2018.
- [10] S. C. Chapra y R. P. Canale, *Métodos numéricos para ingenieros*, 7 ed. S. D. C. Interamericana Editores, Ed. McGraw-Hill Education, 2015.
- [11] L. E. Ramírez Carvajal, K. C. Puerto López, G. Sierra Peñaranda y D. Guevara Ibarra, "Computer-aided design software for multi-stage amplifiers with bipolar transistors and field effect", *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1418, 2019.
- [12] C. Niño Rondón, S. Castro Casadiego y B. Medina Delgado, "Caracterización para la ubicación en la captura de video aplicado en técnicas de visión artificial en la detección de personas", *Rev. Col. Te. Av.*, vol. 2, n.º 36, ab. 2020.
- [13] G. F. Contreras Contreras, H. J. Dulce Moreno y R. Ardila Melo, "Arduino data-logger and artificial neural network to data analysis", *J. Phys: Conference Series*, vol. 1386, 2019.
- [14] A. A. Baez Perez y Á. J. Soto Vergel, "Enseñanza de sistemas de radiocomunicaciones terrestres con línea de vista mediante software educativo", *Rev. Ed. Ing.*, vol. 14, n.º 28, pp. 78-87, 2019.
- [15] J. S. Santóyo Díaz y K. H. Serrano Medina, "Herramientas de software libre para la creación de contenidos educativos", *Ing.*, n.º 28, pp. 43-58, 2016.
- [16] J. Araque Gallardo, J. L. López Prado y C. Yeneris, "Desarrollo de una herramienta didáctica para la enseñanza de conceptos básicos en sistemas embebidos", *Ing.*, n.º 26, pp. 89-98, 2015.
- [17] C. Minnaard, "Modelos de regresión lineales y no lineales: su aplicación en problemas de ingeniería de IICaim-Segundo Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica, San Juan, Argentina, 2010.
- [18] M. Badii y A. Guillen, "Estimaciones estadísticas: un acercamiento analítico" *Daena: International Journal of Good Conscience*, vol. 5, n.º 1, pp. 237-255, en. 2010.
- [19] W. Mendenhall, R. J. Beaver y B. M. Beaver, *Introducción a la probabilidad y estadística*, 13 ed. Cengage Learning, 2010.

- [20] O. Y. Guerrero Jaimes y R. M. Guerrero Jaimes, “Las empresas de Norte de Santander y su perspectiva acerca de la seguridad y salud en el trabajo», *Inv. Inn. Ing.*, vol. 5, n.º 2, pp. 26-45, nov. 2017.
- [21] Instituto Nacional de Salud, 2020. [En línea]. Disponible en: <https://www.ins.gov.co/Noticias/Paginas/Coronavirus.aspx>. consultado el 13 de agosto 2020].
- [22] Presidencia de la República, “Aislamiento Preventivo Obligatorio” 2020.